

Vorlesung 05: Polarisation

Elektromagnetische Wellen | Wintersemester 2021/22

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel | 16. November 2021

Vorlesungsinhalte

1. Polarisation

2. Was Sie gelernt haben sollten

Vorlesungsinhalte

1. Polarisation

2. Was Sie gelernt haben sollten

Polarisation zeitharmonischer ebener Wellen

- Betrachten wir eine sich in z -Richtung ausbreitende zeitharmonische ebene Welle an einem festen Ort, z.B. bei $z = 0$, mit den transversalen Komponenten des reellwertigen elektrischen Feldes

$$E_x(t) = E_x \cos(\omega t + \varphi_x) = E_0 a_x \cos(\omega t + \varphi_x)$$

$$E_y(t) = E_y \cos(\omega t + \varphi_y) = E_0 a_y \cos(\omega t + \varphi_y)$$

mit den Amplituden E_x und E_y sowie den Phasen φ_x und φ_y .

- Mit der Normierung $E_0 = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ sowie den normierten Amplituden a_x und a_y mit $a_x^2 + a_y^2 = 1$ können wir dies schreiben als

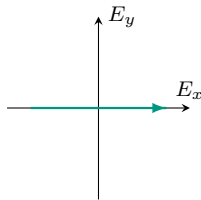
$$E_x(t) = E_0 a_x \cos(\omega t + \varphi_x)$$

$$E_y(t) = E_0 a_y \cos(\omega t + \varphi_y)$$

Polarisationsellipsen

- Wenn wir nun diese Feldkomponenten über der Zeit in einem xy -Graphen auftragen, so erhalten wir für gegebene Werte von a_x , a_y , φ_x und φ_y sogenannte Polarisationsellipsen.
- Die folgenden Graphen zeigen Beispiele, wobei die Position des Pfeils den Wert bei $t = 0$ angibt:

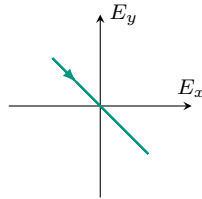
linear in x -Richtung



$$a_x = 1 \quad \phi_x = 0$$

$$a_y = 0 \quad \phi_y = 0$$

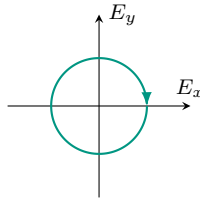
-45° linear



$$a_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_x = \frac{4\pi}{3}$$

$$a_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_y = \frac{\pi}{3}$$

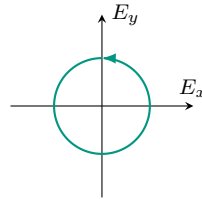
rechtszirkular



$$a_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_x = 0$$

$$a_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_y = \frac{\pi}{2}$$

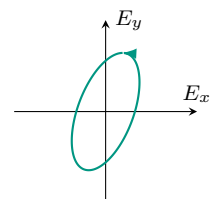
linkszirkular



$$a_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_x = \frac{\pi}{2}$$

$$a_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \phi_y = 0$$

elliptisch



$$a_x = \frac{1}{2} \quad \phi_x = \frac{\pi}{3}$$

$$a_y = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \phi_y = 0$$

Jones-Vektor Darstellung

- In komplexer Zeigerschreibweise lassen sich die transversalen Feldkomponenten darstellen als

$$\underline{E}_x(t) = E_x \exp(j \omega t + j \varphi_x) = \underline{E}_x \exp(j \omega t) = E_0 \underline{a}_x \exp(j \omega t)$$

$$\underline{E}_y(t) = E_y \exp(j \omega t + j \varphi_y) = \underline{E}_y \exp(j \omega t) = E_0 \underline{a}_y \exp(j \omega t)$$

- Aus den normierten komplexen Amplituden $\underline{a}_x = a_x e^{j \varphi_x}$ und $\underline{a}_y = a_y e^{j \varphi_y}$ ergibt sich der Jones Vektor

$$\vec{\underline{a}} = \begin{pmatrix} \underline{a}_x \\ \underline{a}_y \end{pmatrix}$$

- Es gilt aufgrund obiger Normierung $|\underline{a}_x|^2 + |\underline{a}_y|^2 = 1$.

Stokes-Vektor Darstellung

- Für zeitharmonische ebene Wellen ist der Stokes-Vektor gegeben als

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}_x \underline{E}_x^* + \underline{E}_y \underline{E}_y^* \\ \underline{E}_x \underline{E}_x^* - \underline{E}_y \underline{E}_y^* \\ \underline{E}_x \underline{E}_y^* + \underline{E}_y \underline{E}_x^* \\ \underline{E}_x \underline{E}_y^* - \underline{E}_y \underline{E}_x^* \end{pmatrix} = |E_0|^2 \begin{pmatrix} 1 \\ |\underline{a}_x|^2 - |\underline{a}_y|^2 \\ 2\Re\{\underline{a}_x \underline{a}_y^*\} \\ 2\Im\{\underline{a}_x \underline{a}_y^*\} \end{pmatrix} = |E_0|^2 \vec{S}'$$

wobei mit $\vec{S}'$ der normierte Stokes-Vektor eingeführt sei.

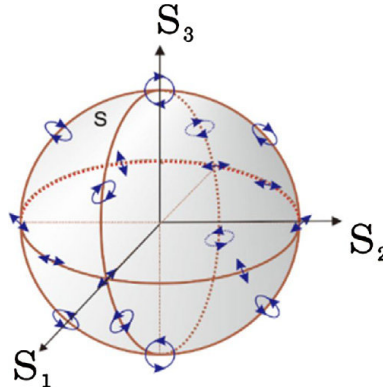
- Ebene Wellen mit harmonischer Zeitabhängigkeit sind vollständig polarisiert und es gilt $p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} / S_0 = 1$.
- Polychromatische ebene Wellen, welche sich als Überlagerung mehrerer zeitharmonischer Wellen ergeben, können auch teilweise polarisiert sein und es gilt im zeitlichen Mittel $0 \leq p \leq 1$.

Polarisationszustände

Polarisationszustand	Jones-Vektor ($\varphi_x = 0$)	Stokes-Vektor
linear in x -Richtung (parallel)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T$	$\begin{pmatrix} 1 & +1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$
linear in y -Richtung (senkrecht)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$
$\pm 45^\circ$ linear	$\begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \end{pmatrix}^T / \sqrt{2}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \pm 1 & 0 \end{pmatrix}^T$
rechts zirkular	$\begin{pmatrix} 1 & j \end{pmatrix}^T / \sqrt{2}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}^T$
links zirkular	$\begin{pmatrix} 1 & -j \end{pmatrix}^T / \sqrt{2}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}^T$
elliptisch (Beispiel)	$\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} e^{j\pi/3} \end{pmatrix}^T / 2$	$\begin{pmatrix} 1 & -0,5 & 0,433 & 0,75 \end{pmatrix}^T$

Poincaré-Kugel

- Werden die Elemente S_1 , S_2 und S_3 des Stokes-Vektors als kartesische Koordinaten aufgefasst, so werden für vollständig polarisierte Wellen alle möglichen Polarisationszustände auf der Oberfläche der Poincaré-Kugel abgebildet.



Vorlesungsinhalte

1. Polarisation

2. Was Sie gelernt haben sollten

Was Sie gelernt haben sollten

- Wie verschiedene Polarisationszustände zustande kommen und wie diese mathematisch beschrieben werden können.