Vorlesung 01: Einführung

Elektromagnetische Wellen | Wintersemester 2022/23

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Randel | 26. Oktober 2022

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Allgemeine Informationen zur Lehrveranstaltung

Karlsruher Institut für Technologie

- Vorlesung und Übung finden im Wintersemester 2022/23 in Präsenz statt!
- Melden Sie sich im EMW ILIAS-Kurs an, um Zugang zu den Vorlesungs- und Übungsmaterialien sowie aktuellen Informationen zur Lehrveranstaltung (Umfragen, Klausurtermin, usw.) zu erhalten.
- Für organisatorische bzw. inhaltliche Fragen stehen Ihnen die entsprechenden Foren im ILIAS-Kurs zur Verfügung.
- Nach jeder Vorlesung stellen wir eine Umfrage auf Basis der Lernfragen der letzten Folie in den ILIAS-Kurs.
- Mit dieser Umfrage können Sie uns anonym Feedback darüber geben, ob Sie die jeweiligen Vorlesungsinhalte verstanden haben.

Agenda der Lehrveranstaltung EMW (I)

Vorlesungswoche	Kalenderwoche	Montag 12:00-13:30 (Geb. 10.50)	Mittwoch 08:00-09:30 (Geb. 30.10)
01	43	-	26.10.22 VL01
02	44	31.10.22 UE00	02.11.22 VL02
03	45	07.11.22 UE01	09.11.22 VL03
04	46	14.11.22 UE02	16.11.22 VL04
05	47	21.11.22 UE03	23.11.22 VL05
06	48	28.11.22 UE04	30.11.22 VL06
07	49	05.12.22 UE05	07.12.22 VL07
08	50	12.12.22 UE06	14.12.22 VL08
09	51	19.12.22 UE07	21.12.22 VL09

Agenda der Lehrveranstaltung EMW (II)

Vorlesungswoche	Kalenderwoche	Montag 12:00-13:30 (Geb. 10.50)	Mittwoch 08:00-09:30 (Geb. 30.10)
-	52	-	-
-	01	-	-
10	02	09.01.23 UE08	11.01.23 VL10
11	03	16.01.23 UE09	18.01.23 VL11
12	04	23.01.23 UE10	25.01.23 VL12
13	05	30.01.23 UE11	01.02.23 VL13
14	06	06.02.23 UE12	08.02.23 VL14
15	06	13.02.23 UE13	15.02.23 VL15

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. **Physikalische Größen**
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Physikalische Größen

- Die Maxwellschen Gleichungen verknüpfen die folgenden physikalischen Größen:

Bezeichnung	Symbol	Einheit	alternative Bezeichnungen
magnetische Feldstärke	$\mathbf{H}$	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$	H-Feld
elektrische Feldstärke	$\mathbf{E}$	$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$	E-Feld
Verschiebungsflussdichte	$\mathbf{D}$	$\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{m}^2}$	elektrische Flussdichte, dielektrische Verschiebung
magnetische Flussdichte	$\mathbf{B}$	$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{m}^2}$	magnetische Induktion, Magnetfeld, B-Feld
Stromdichte	$\mathbf{J}$	$\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}$	Leitungsstromdichte, Dichte der freien Ströme
Raumladungsdichte	ρ	$\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{m}^3}$	

Vorlesungsinhalte

Karlsruher Institut für Technologie

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. **Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder**
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder

- Die Maxwellschen Gleichungen beschreiben unter gegebenen Randbedingungen den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern untereinander sowie mit ruhenden und sich bewegenden elektrischen Ladungen.
- Für quasistationäre Felder d.h. für $\partial \mathbf{D}/\partial t \ll \mathbf{J}$ lauten die Maxwellschen Gleichungen:

$$\oint_s \mathbf{H}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = I = \int_F \mathbf{J}\cdot \mathrm{d}\mathbf{F} \qquad \text{(I)} \qquad \textit{Ampèresches Gesetz}$$

$$\oint_s \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_F \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{F} \qquad \text{(II)} \qquad \textit{Induktionsgesetz}$$

$$\oint_O \mathbf{D}\cdot \mathrm{d}\mathbf{F} = Q = \int_V \rho\,\mathrm{d}V \qquad \text{(III)} \qquad \textit{Gaußsches Gesetz}$$

$$\oint_O \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{F} = 0 \qquad \text{(IV)}$$

Der Nabla Operator (I)

- Mit Hilfe des Nabla Operators ∇ können für ein beliebiges Skalarfeld ϕ bzw. ein beliebiges Vektorfeld $\mathbf{A}$ die drei Differentialoperatoren der Vektoranalysis geschrieben werden als:

Gradient	Divergenz	Rotation
$\operatorname{grad}(\phi) \triangleq \nabla\phi$	$\operatorname{div}(\mathbf{A}) \triangleq \nabla \cdot \mathbf{A}$	$\operatorname{rot}(\mathbf{A}) \triangleq \nabla \times \mathbf{A}$
		(nur für $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^3$)

Der Nabla Operator (II)

- Der Nabla Operator kann als vektorielle Rechengröße betrachtet werden, deren Elemente an das jeweilige Koordinatensystem anzupassen sind:

Kartesische Koordinaten	Zylinderkoordinaten	Kugelkoordinaten
$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \rho} \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial \varphi} \end{pmatrix}$

- Allgemein gelten die folgenden Beziehungen:

$$\nabla \times (\nabla\phi) \equiv 0 \qquad \nabla \cdot (\phi\,\mathbf{A}) \equiv (\nabla\phi)\cdot\mathbf{A} + \phi\,\nabla\cdot\mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) \equiv 0 \qquad \nabla \times (\phi\,\mathbf{A}) \equiv (\nabla\phi)\times\mathbf{A} + \phi\,\nabla\times\mathbf{A}$$

Integralsätze der Vektorrechnung

- Der *Gaußsche Integralsatz* besagt, dass das Volumenintegral der Divergenz eines Vektorfeldes gleich dem Flächenintegral des Vektorfeldes über die geschlossene Oberfläche O des Volumens V ist. D.h.

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} \mathrm{d}V = \oint_O \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{F}$$

- Der *Stokessche Integralsatz* besagt, dass das Flächenintegral der Rotation eines Vektorfeldes gleich dem Linienintegral des Vektorfeldes längs des Randes s der Fläche F ist. D.h.

$$\int_F \nabla \times \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{F} = \oint_s \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$$

Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder

- Mittels des Stokesschen und des Gaußschen Integralsatzes können die Maxwellschen Gleichungen aus der Integralform in die differentielle Form überführt werden.
- In differentieller Form lauten die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \qquad \text{(I)} \qquad \textit{Ampèresches Gesetz}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \text{(II)} \qquad \textit{Induktionsgesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \qquad \text{(III)} \qquad \textit{Gaußsches Gesetz}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \text{(IV)}$$

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. **Wechselwirkungen von Feldern und Materialien**
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

Materialgleichungen: Elektrisches Feld (I)

- Die Anwesenheit eines elektrischen Felds $\mathbf{E}$ in einem dielektrischen Medium führt zu einer Separation der positiven und negativen Ladungen über Distanzen in der Größenordnung eines Atomabstands und somit zu der Ausbildung elektrischer Dipole.
- Das elektrische Polarisationsfeld $\mathbf{P}$ gibt dabei das mittlere Moment dieser elektrischen Dipole pro Volumeneinheit an.
- In den meisten Medien besteht dabei ein *linearer*, *isotroper* und näherungsweise *gedächtnisfreier* Zusammenhang zwischen $\mathbf{P}$ und $\mathbf{E}$.
- Diese drei Eigenschaften drücken dabei prinzipiell folgendes aus:
  - **Linearität**: Das elektrische Polarisationsfeld $\mathbf{P}$ ist direkt proportional zu dem anliegenden elektrischen Feld. Im Gegensatz dazu, hängt in nichtlinearen Medien das Polarisationsfeld von der Intensität des elektrischen Felds ab.
  - **Isotropie**: Die Materialeigenschaften und damit das Polarisationsfeld $\mathbf{P}$ sind unabhängig von der Richtung, in die der elektrische Feldvektor $\mathbf{E}$ zeigt.
  - **Gedächtnisfreiheit**: Beeinflussungen der Materialeigenschaften durch externe Größen (z.B. die elektrische Polarisation durch ein externes E-Feld), bestehen nur so lange der beeinflussende Faktor wirkt.

Materialgleichungen: Elektrisches Feld (II)

- Vereinfacht ausgedrückt beschreibt das elektrische Polarisationsfeld $\mathbf{P}$ also die Wechselwirkung zwischen dem Medium und dem externen elektrischen Feld $\mathbf{E}$.
- Nehmen wir ein lineares, isotropes und gedächtnisfreies Medium an, erhalten wir die Verschiebungsstromdichte

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi_\mathsf{e} \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi_\mathsf{e}) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_\mathsf{r} \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$$

Parameter	Wert
Elektrische Suszeptibilität χ_e	*Materialkonstante*
Vakuumpermittivität ε_0	$8{,}854\,187\,812\,8(13) \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathsf{A\,s}}{\mathsf{V\,m}}$
Relative Permittivität ε_r	*Materialkonstante*

Materialgleichungen: Magnetisches Feld

- In magnetischen Medien führt ein externes magnetisches Feld $\mathbf{H}$, analog zu der elektrischen Polarisation, zu der Ausbildung magnetischer Dipole.
- Die Magnetisierung $\mathbf{M}$ beschreibt dabei diese Wechselwirkung von $\mathbf{H}$ und dem Medium.
- In isotropen, gedächtnisfreien magnetischen Medien, deren Magnetismus durch ein externes Magnetfeld bestimmt wird, gilt somit für die magnetische Flussdichte

$$\mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M}\right) = \mu_0 \left(1 + \chi_\mathrm{m}\right) \mathbf{H} = \mu_0 \mu_\mathrm{r} \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

Parameter	Wert
magnetische Suszeptibilität χ_m	*Materialkonstante*
Vakuumpermeabilität μ_0	$1{,}256\,637\,062\,12(19) \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$
Relative Permeabilität μ_r	*Materialkonstante*

Stromdichte

Karlsruher Institut für Technologie

- Die Quellen des elektrischen und des magnetischen Feldes, die Raumladungsdichte ρ und die Stromdichte $\mathbf{J}$ hängen aufgrund des Prinzips der Ladungserhaltung über die Kontinuitätsgleichung zusammen gemäß

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- Die Leitfähigkeit eines Mediums wird mit κ bezeichnet und hat die Einheit $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V\,m}}$. Sie hängt von der Konzentration und der Beweglichkeit von freien Ladungsträgern im Medium ab. Den Zusammenhang zwischen Stromdichte und elektrischer Feldstärke beschreibt das *Ohmsche Gesetz*

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{E}$$

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. **Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit**
6. Anwendungen
7. Was Sie gelernt haben sollten

James Clerk Maxwell (1831–1879)

- In seiner Arbeit „A dynamical theory of the electromagnetic field“ formulierte er 1865 erstmals die später nach ihm benannten Maxwellschen Gleichungen und sagte die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen voraus.

Die Maxwellschen Gleichungen

- Maxwell ergänzte das Ampèresche Gesetz um den Term $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ und erweiterte es damit zum Durchflutungsgesetz

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} && \text{(I)} && \textit{Durchflutungsgesetz} \\
\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} && \text{(II)} && \textit{Induktionsgesetz} \\
\nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho && \text{(III)} && \textit{Gaußsches Gesetz} \\
\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 && \text{(IV)} &&
\end{aligned}$$

- In dieser Form werden die Maxwellschen Gleichungen auch als makroskopische Maxwellsche Gleichungen bezeichnet. Die mikroskopischen Materialeigenschaften, wie etwa gebundene Ladungsträger, werden dabei über die Materialgleichungen abgebildet.

Die Maxwellschen Gleichungen im Vakuum

- Im Vakuum gilt $\rho = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{0}$, $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ und wir erhalten

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} && \text{(I)} && \textit{Durchflutungsgesetz} \\
\nabla \times \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} && \text{(II)} && \textit{Induktionsgesetz} \\
\nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 && \text{(III)} && \textit{Gaußsches Gesetz} \\
\nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 && \text{(IV)} &&
\end{aligned}$$

- Magnetische Wirbelfelder können durch sich zeitlich ändernde elektrische Felder entstehen und elektrische Wirbelfelder durch sich zeitlich ändernde magnetische Felder.
- Damit ist ausgehend von einer Quelle die Wellenausbreitung im freien Raum möglich.

Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894)

- Hertz gelang es 1886 in Karlsruhe erstmals die freie Ausbreitung von elektromagnetische Wellen (bei einer Frequenz von etwa $80\,\mathrm{MHz}$) experimentell nachzuweisen.

Grenzen der Gültigkeit

- Die Maxwellgleichungen gelten über den gesamten Frequenz- bzw. Wellenlängenbereich.
- Über die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum $c_0 = 299\,792\,458$ m/s kann eine Frequenz f auch als (Vakuum-)Wellenlänge $\lambda = c_0/f$ ausgedrückt werden.
- Gemäß der Quantenhypothese, welche im Jahr 1900 von Max Planck aufgestellt wurde, kann ein Oszillator, welcher mit der Frequenz f schwingt, nur sogenannte Quanten mit der Energie $E_\mathrm{q} = hf$ abstrahlen. Hierbei ist die Konstante $h = 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$Js das Plancksche Wirkungsquantum.
- Eine solche Quantisierung der Energie lässt sich durch die Maxwellschen Gleichungen nicht beschreiben.
- Die klassische Elektrodynamik, welche mithilfe der Maxwellschen Gleichungen formuliert wird, eignet sich daher nicht zur Beschreibung von sogenannten Quanteneffekten, wie z.B. dem Tunneleffekt oder dem photoelektrischen Effekt.
- In der Elektrotechnik lässt sich eine Vielzahl von ingenieurstechnischen Fragestellungen mithilfe der klassischen Elektrodynamik exakt beschreiben.

Vorlesungsinhalte

Karlsruher Institut für Technologie

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. **Anwendungen**
7. Was Sie gelernt haben sollten

Frequenzbereiche und Anwendungen (I)

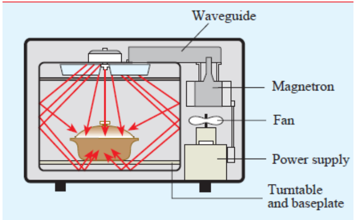
- **Niederfrequenzen** ($3\,\text{Hz}$ – $30\,\text{kHz}$): Wechselstrom ($50\,\text{Hz}$) zum Antrieb von Maschinen bzw. zur Übertragung elektrischer Energie, Telefonleitung
- **Radiowellen** ($30\,\text{kHz}$ – $3\,\text{GHz}$): Funkübertragung (Fernsehen, Radio, Flugfunk, Seefunk, Amateurfunk), MRT, Messtechnik, RFID
- **Mikrowellen** ($3\,\text{GHz}$ – $300\,\text{GHz}$): Funkübertragung (Mobilfunk, WLAN, Satellitenverbindungen, Punkt-zu-Punkt), Navigation (GPS), Mikrowellenherd, Radar, Spektroskopie, Hohlleiter
- **Terahertzstrahlung** ($300\,\text{GHz}$ – $3\,\text{THz}$): Ganzkörperscanner
- ...

Frequenzbereiche und Anwendungen (II)

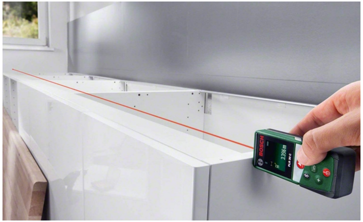
- **Infrarotstrahlung** (3 THz – 385 THz): Wärmestrahlung (Heizung), optische Kommunikationstechnik, Lasertechnik, Spektroskopie, Astronomie, Materialphysik, Fernbedienung
- **Sichtbares Licht** (385 THz – 789 THz): Beleuchtung, Visible Light Communications, Solarzellen, Photosynthese, u.v.m.
- **UV-Strahlung** (789 THz – 30 PHz): Hautbräunung, Spektroskopie, Materialphysik, Fluoreszenz und Phosphoreszenz, Schwarzlicht
- **Röntgenstrahlung** (30 PHz – 30 EHz): Medizintechnik (CT, Krebstherapie), Werkstoffprüfung, Materialphysik
- **Gammastrahlung** (> 30 EHz)

Anwedungsbereich: Täglicher Gebrauch

Radio



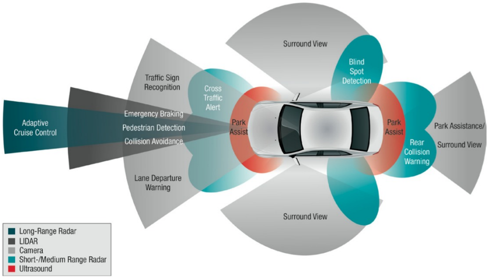
Mikrowellenofen



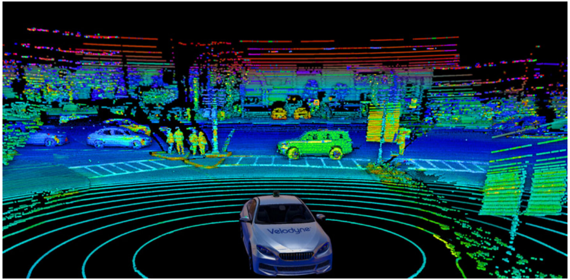
Laser-Entfernungsmessgerät

- Beispiele: Mikrowelle, Radio, Laser Entfernungsmessgerät, Laser Pointer, optische Technologien wie Lampen, Displays, VR/AR Brillen, uvw.

Anwedungsbereich: Sensorik



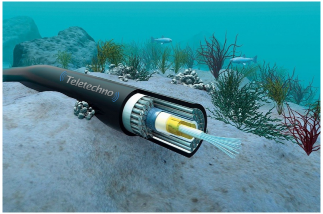
Senorik zur Abstandsmessung im Automobil



Lidar Punktwolke

- Beispiele: Automobil, Medizintechnik, GPS Positionsbestimmung, Weltraum Observatorien, uvm.
- Radar (Radio detection and ranging) erlaubt aufgrund der niedrigen Frequenz (10-100 GHz) eine grobe, aber weite Distanzmessung, während Lidar (light detection and ranging) aufgrund der hohen Frequenz (200-300 THz) eine mikrometergenaue Distanzmessung ermöglicht.

Anwedungsbereich: Kommunikation



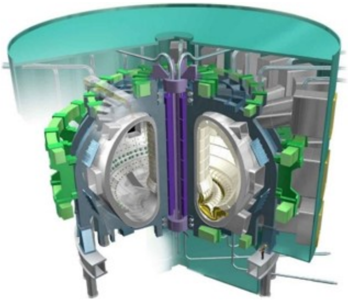
Untersee-Glasfaserkabel

Basisstation für 3G/4G/5G

WLAN-Modem

- Funkübertragungen (Bluetooth, WLAN, LoRaWAN, 3G, 4G/LTE, 5G) decken meist „die letzten Meter“ zum Endgerät ab. Ihre Trägerfrequenz liegt im niedrigen GHz-Bereich. Dadurch ist ein Abstrahlen der EM-Welle in alle Richtung (Rundfunk) möglich und ein Durchdringen von z.B. Wänden.
- Im Gegensatz hierzu liegt die Trägerfrequenz der optischen Datenkommunikation (Glasfaserkommunikation, Visible Light Communications) im optischen Frequenzbereich (hunderte von THz). Dies eignet sich insbesondere für eine gerichtete oder kabelgebundene Übertragung bei extrem hohen Datenraten.

Anwedungsbereich: Fusionsforschung



Aufbau eines Kernfusions-Reaktors

- Gyrotrons sind Mikrowellen-Oszillatoren, welche Leistungen bis 2 MW bei Frequenzen von bis zu 170 GHz abstrahlen.
- In Form einer EM-Welle wird diese Energie in den Reaktor geführt, um die Kernfusion zu starten.

Gyrotron @ KIT, Campus Nord

Vorlesungsinhalte

1. Organisatorisches
2. Physikalische Größen
3. Die Maxwellschen Gleichungen für quasistationäre Felder
4. Wechselwirkungen von Feldern und Materialien
5. Die Maxwellschen Gleichungen für beliebige Zeitabhängigkeit
6. Anwendungen
7. **Was Sie gelernt haben sollten**

Was Sie gelernt haben sollten

- Welche Bedeutung und Eigenschaften die in den Maxwellschen Gleichungen auftretenden physikalischen Größen haben.
- Was die einzelnen Maxwellschen Gleichungen aussagen.
- Wie die Maxwellschen Gleichungen von der Integral- in die Differenzialform überführt werden.
- Welche Vereinfachungen der Maxwellschen Gleichungen die Annahmen von Quasistationarität bzw. von Vakuum ermöglichen.
- Wieso durch Maxwells Ergänzung des Ampèreschen Gesetzes die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im freien Raum erklärt werden kann.