

## Elektronische Schaltungen SS 2021

### 2. Übungsblatt

#### Dioden

#### Aufgabe 1 (Großsignalanalyse – I/U Kennlinie, Arbeitspunkt)

a) Die I-U Kennlinie der Diode ist in Abbildung 1 zu sehen.

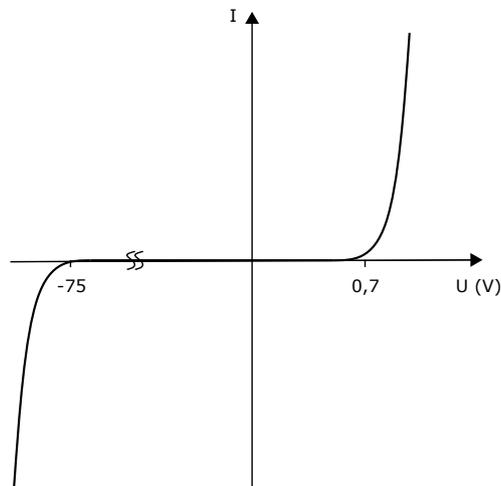


Abbildung 1: I-U Kennlinie der einzelnen Diode.

b) Die Formel für  $I_D$  lautet:

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

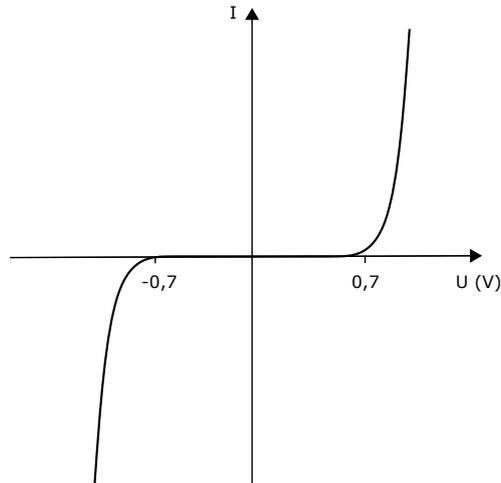
Zuerst muss die Temperaturspannung  $U_T$  berechnet werden:

$$\begin{aligned} U_T &= \frac{k_B \cdot T}{e} \\ &= \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{Ws/K} \cdot 300,15 \text{ K}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A s}} \\ &= 25,865 \text{ mV} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$I_D = 10 \text{ fA} \cdot e^{\frac{0,8 \text{ V}}{25,865 \text{ mV}}} \\ \approx 271 \text{ mA}$$

c) Die I-U Kennlinie der Parallelschaltung ist in Abbildung 2 zu sehen.



**Abbildung 2:** I-U Kennlinie der parallelen Diodenschaltung.

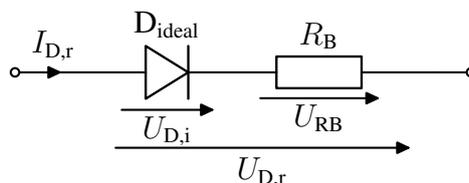
d) Die I-U Kennlinie einer Diode mit Bahnwiderstand  $R_B$  hat eine endliche Steigung, da durch  $R_B$  Verluste entstehen.

Die Spannung einer idealen Diode ergibt sich zu:

$$U_{D,i} = U_T \cdot \ln \frac{I_{D,i}}{I_S}$$

Die Spannung einer realen Diode mit Bahnwiderstand ergibt sich zu:

$$U_{D,r} = U_{D,i} + U_{RB} = U_T \cdot \ln \frac{I_{D,r}}{I_S} + R_B \cdot I_{D,r}$$



**Abbildung 3:** Ersatzschaltbild der Diode mit Bahnwiderstand.

## SPICE-Simulation

e) Um die I-U Kennlinie einer Diode zu erzeugen, muss eine Gleichspannungsanalyse (DC Analyse) durchgeführt werden. Das Schematic der SPICE-Simulation ist in Abbildung 4 zu sehen. Abbildung 5a zeigt die Kennlinie im Durchlassbereich und Abbildung 5b zeigt die Kennlinie im Sperrbereich.

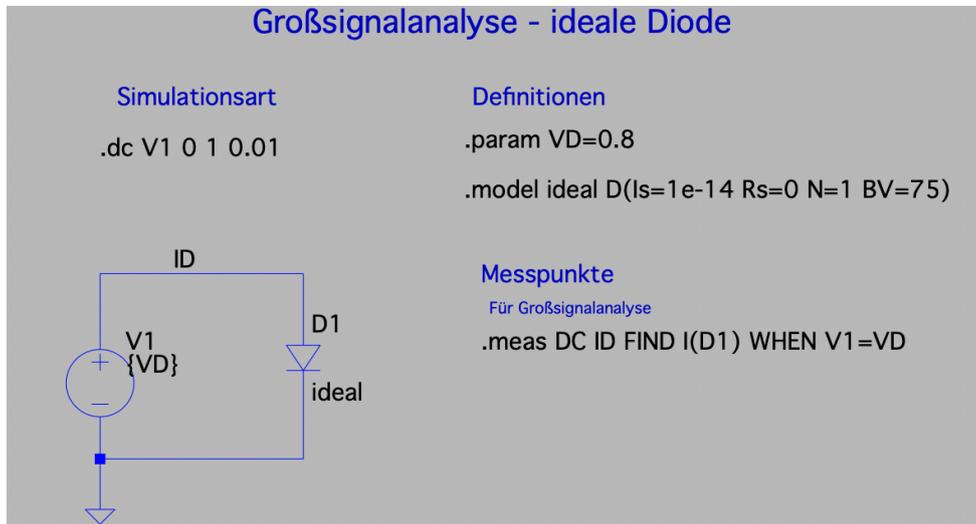


Abbildung 4: Schematic der ideal Dioden Schaltung mit DC Analyse.

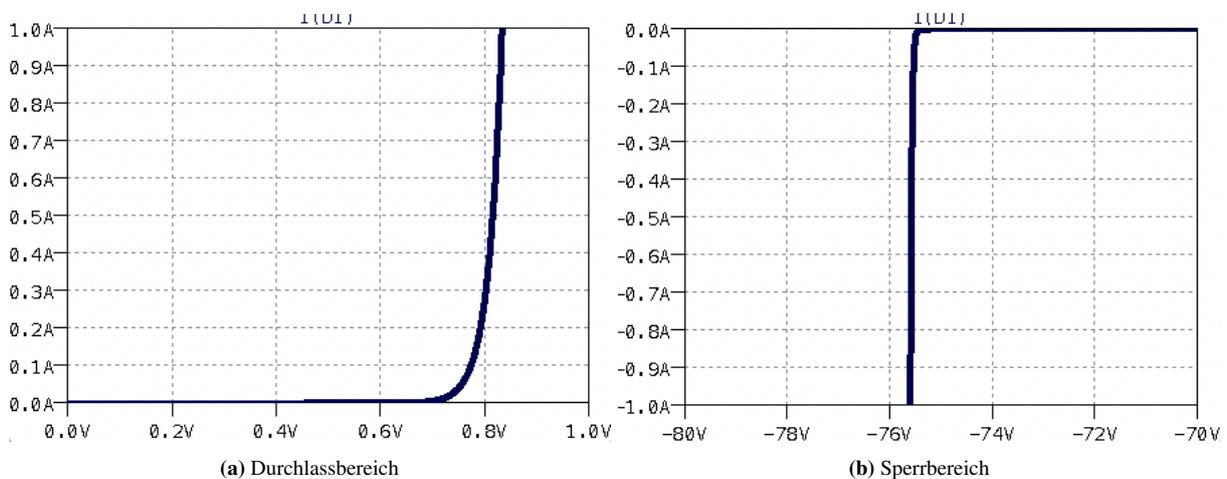


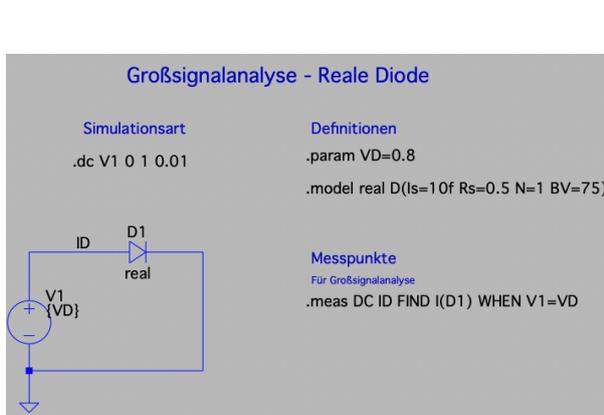
Abbildung 5: Simulierte I-U Kennlinie der Diode.

f) Über die SPICE-Anweisung

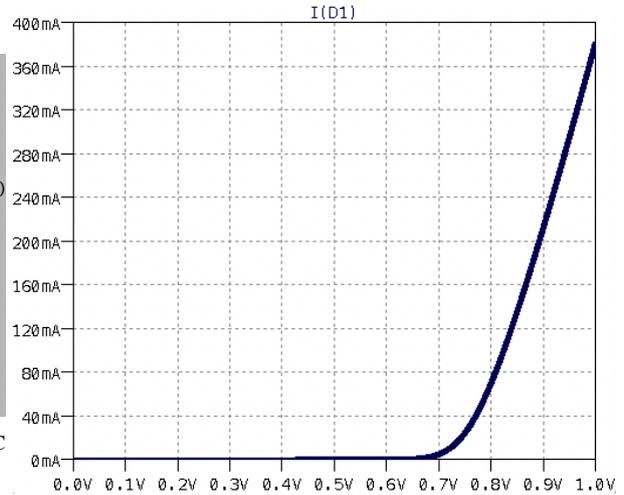
```
.meas DC ID FIND I(D1) WHEN V1=VD
```

(siehe Abbildung 4) kann  $I_D$  bei  $U_D = 0,8\text{ V}$  in der .log Datei ausgelesen werden. Dieser beträgt 270,8 mA. Das entspricht dem berechneten Wert aus Aufgabenteil b).

g) Durch den Bahnwiderstand entstehen Verluste, weshalb  $I_D$  im gleichen Arbeitspunkt geringer sein wird als bei einer idealen Diode. Das Schematic der Schaltung ist in Abbildung 6a zu sehen. Die I-U Kennlinie der Diode mit Bahnwiderstand zeigt Abbildung 6b. Hier ist zu erkennen, dass die Kurve flacher verläuft als bei Abbildung 5a. Der Strom im Arbeitspunkt beträgt  $I_D = 70 \text{ mA}$ .



(a) Schematic der Dioden Schaltung mit Bahnwiderstand und DC Analyse.



(b) I-U Kennlinie der Diode mit Bahnwiderstand im Durchlassbereich.

## Aufgabe 2 (Kleinsignalanalyse – Zeitbereich)

a) In Abbildung 7 ist der zeitliche Verlauf der Spannung über der Diode  $u_D(t)$  zu sehen.

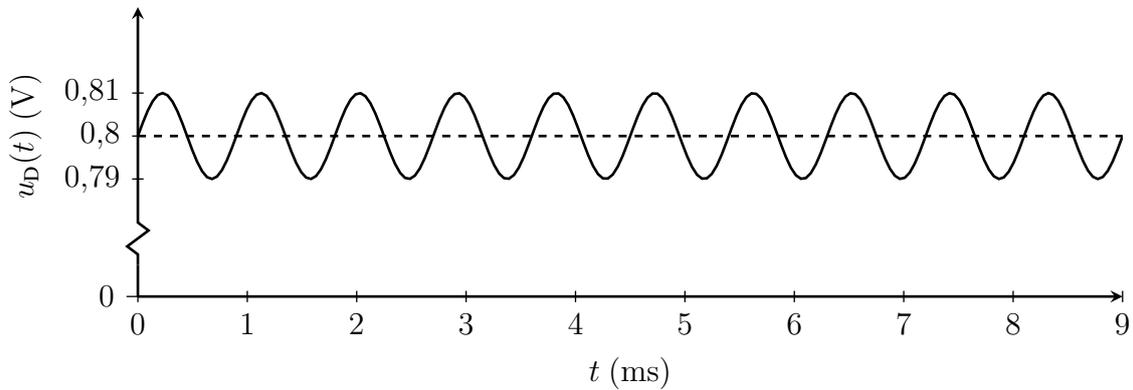


Abbildung 7: Zeitlicher Verlauf von  $u_D(t)$ .

b) Das Kleinsignalersatzschaltbild ist in Abbildung 8 zu sehen.

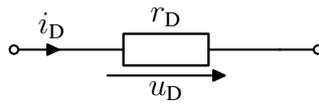


Abbildung 8: Kleinsignal Ersatzschaltbild einer Diode.

Der Kleinsignalwiderstand  $r_D$  berechnet sich wie folgt:

$$r_D = \frac{\partial U_D}{\partial I_D}$$

$$\text{mit } \frac{\partial I_D}{\partial U_D} = \frac{I_S}{U_T} \cdot e^{\frac{u_D}{U_T}} = \frac{I_D}{U_T}$$

$$r_D = \frac{U_T}{I_D} = \frac{26 \text{ mV}}{270 \text{ mA}} \approx 96 \text{ m}\Omega$$

c) Der Wechselstrom  $i_D$  berechnet sich zu:

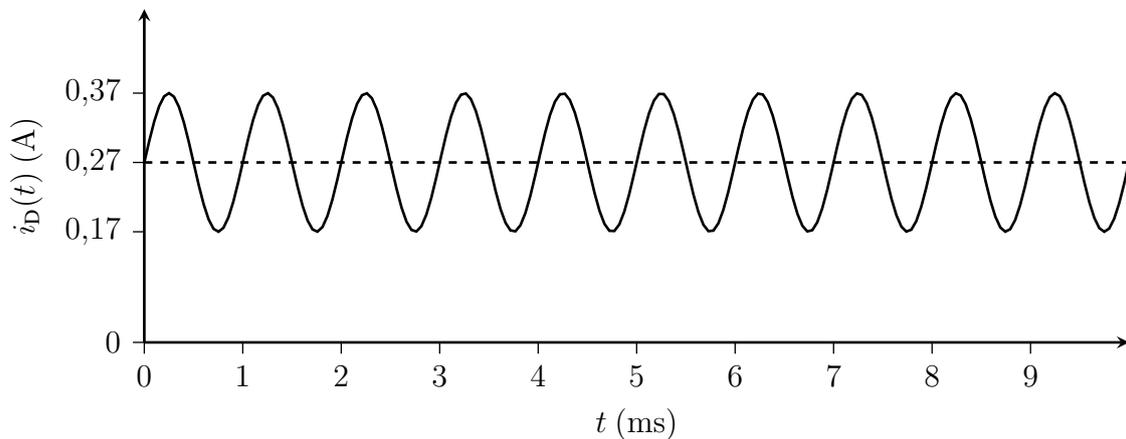
$$i_D = \frac{u_D}{r_D} = \frac{0,01 \text{ V}}{96 \text{ m}\Omega} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

$$= 104 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

Daraus ergibt sich der zeitliche Verlauf von  $i_D(t)$  zu

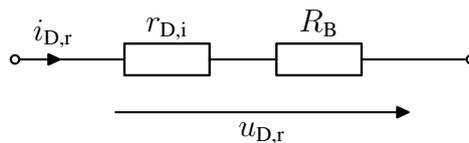
$$i_D(t) = 270 \text{ mA} + 104 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

Der zeitliche Verlauf von  $i_D(t)$  ist in Abbildung 9 dargestellt.



**Abbildung 9:** Zeitlicher Verlauf von  $i_D(t)$ .

d) Das Kleinsignalersatzschaltbild der Diode erweitert mit  $R_B$  sieht wie folgt aus.



**Abbildung 10:** Kleinsignal Ersatzschaltbild der Diode mit Bahnwiderstand.

Der Kleinsignalwiderstand der realen Diode ergibt sich wie folgt, siehe hierzu Abbildung 3:

$$r_{D,r} = \frac{\partial U_{D,r}}{\partial I_{D,r}} = \frac{\partial (U_{D,i} + U_{RB})}{\partial I_{D,r}}$$

$$\text{mit } \frac{\partial U_{D,i}}{\partial I_{D,r}} = r_{D,i} = \frac{U_T}{I_{D,r}}$$

$$\frac{\partial U_{RB}}{\partial I_{D,r}} = \frac{\partial (I_{D,r} \cdot R_B)}{\partial I_{D,r}} = R_B$$

$$r_{D,r} = r_{D,i} + R_B$$

Um  $r_{D,i}$  berechnen zu können, muss der Strom  $I_{D,r}$  aus der Kennlinie bei  $U_{D,r} = 0,8 \text{ V}$  abgelesen werden. Dieser beträgt  $I_{D,r} = 70 \text{ mA}$ . Daraus ergibt sich für  $r_{D,r}$ :

$$r_{D,i} = \frac{26 \text{ mV}}{70 \text{ mA}} \approx 370 \text{ m}\Omega$$

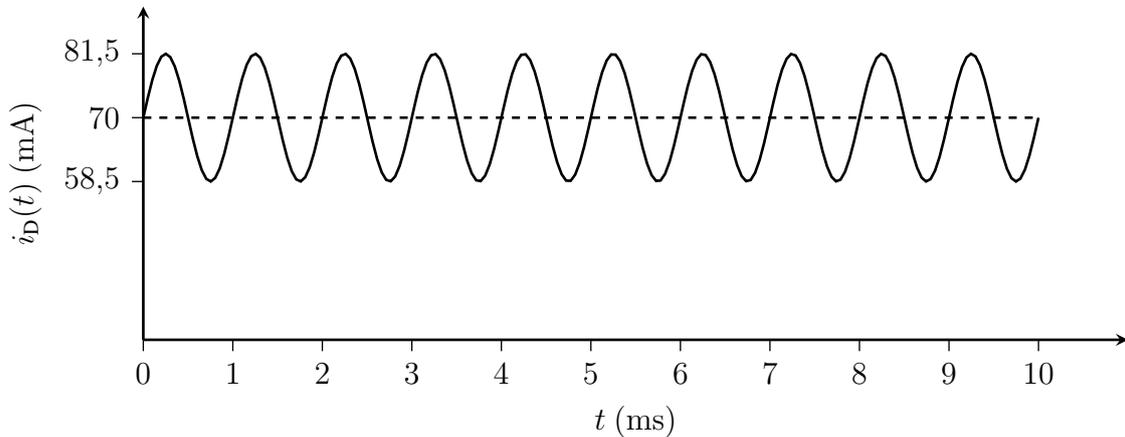
$$r_{D,r} = r_{D,i} + R_B = 370 \text{ m}\Omega + 500 \text{ m}\Omega = 870 \text{ m}\Omega$$

Achtung hier ist der Wert für  $r_{D,i}$  nicht gleich dem Wert aus Teilaufgabe b), da sich der Strom  $I_D$

im Arbeitspunkt durch den Bahnwiderstand geändert hat (siehe hierzu Aufgabe 1 f)).  
 Der zeitliche Verlauf des Stroms ergibt sich somit zu

$$i_{D,r}(t) = 70 \text{ mA} + \frac{0,01 \text{ V}}{870 \text{ m}\Omega} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t) = 70 \text{ mA} + 11,5 \text{ mA} \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t)$$

und wird in Abbildung 11 dargestellt.

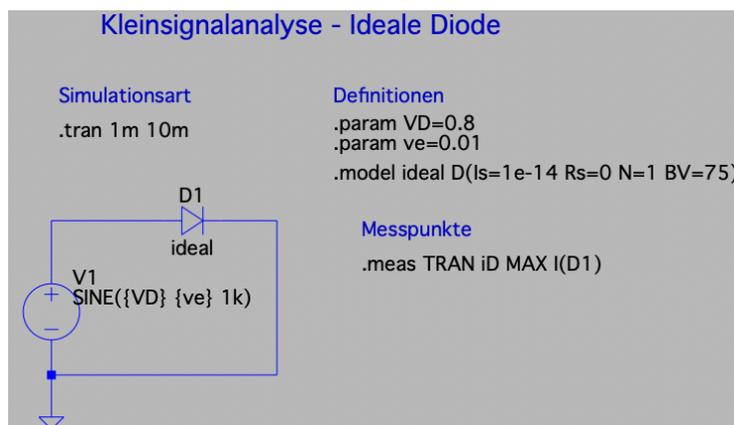


**Abbildung 11:** Zeitlicher Verlauf von  $i_D(t)$ .

## SPICE-Simulation

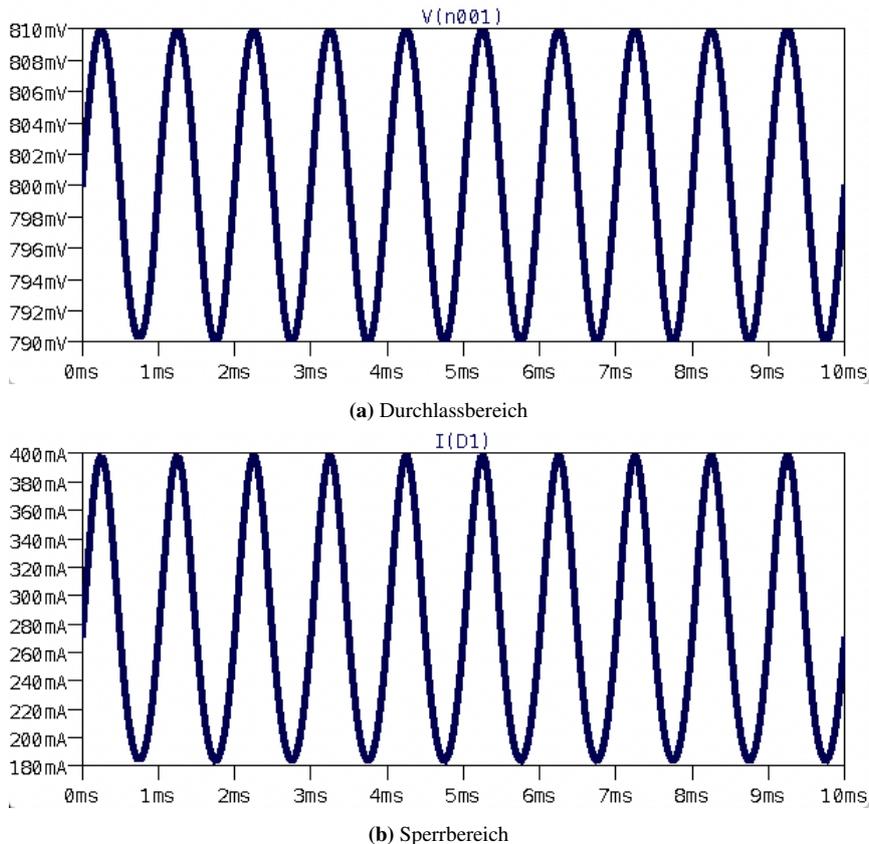
e) Die folgenden Schritte erklären, wie die Ergebnisse aus a) bis c) mittels einer SPICE-Simulation ermittelt werden können.

1. Für die SPICE-Simulation muss eine Sinusquelle ausgewählt werden. Hierbei kann direkt  $U_E$  und  $u_e$  eingestellt werden. Das Schematic der Schaltung ist in Abbildung 12 zu sehen.



**Abbildung 12:** Schematic der Dioden Schaltung mit Wechselfspannungsquelle.

2. Der zeitliche Verlauf der Spannung  $u_D(t)$  und des Stroms  $i_D(t)$  ist in Abbildung 13 zu sehen.



**Abbildung 13:** Zeitlicher Verlauf von  $u_D(t)$  und  $i_D(t)$ .

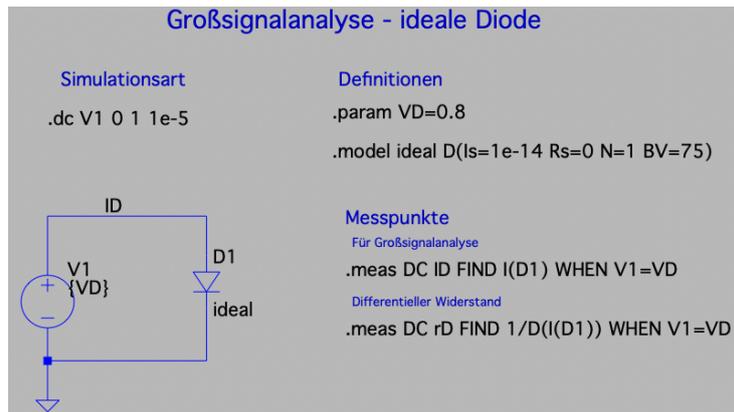
Beim zeitlichen Verlauf des Stroms kann man erahnen, dass hier keine reine Sinusschwingung mehr vorliegt. Außerdem weisen die Ströme an den Extrema eine Abweichung von ca. 10 % im Vergleich zu den berechneten Werten auf. Das kann dadurch erklärt werden, dass die Amplitude des Stroms mit 104 mA keine „kleine“ Auslenkung um den Arbeitspunkt mehr ist und dadurch die Beschreibung durch das Kleinsignalmodell zunehmend ungenauer wird.

3. Um den differentiellen Widerstand der Diode zu erhalten, muss in einer DC Simulation die Ableitung von  $U_D$  nach  $I_D$  gebildet werden. Dies kann durch die SPICE-Anweisung

```
.meas DC rD FIND 1/D(I(D1)) WHEN V1=VD
```

umgesetzt werden. In der .log Datei kann der differentielle Widerstand zu ca.  $r_D = 96 \text{ m}\Omega$  beim Arbeitspunkt  $U_D = 0,8 \text{ V}$  abgelesen werden.

Hinweis: Um den exakten Wert für  $r_D$  zu erhalten, muss ein ausreichend kleiner Zeitschritt gewählt werden, damit die Ableitung möglichst genau berechnet werden kann.



**Abbildung 14:** Schematic der Schaltung zur Bestimmung des differentiellen Widerstands der Diode.

### Aufgabe 3 (Arbeitspunkt Bestimmung)

a) Um den Arbeitspunkt graphisch zu bestimmen, muss die Widerstandsgerade aufgestellt werden. Diese ergibt sich zu

$$U_0 = R \cdot I_D + U_D$$

$$I_D = \frac{U_0 - U_D}{R}$$

Um die Widerstandsgerade zu zeichnen, werden zwei Punkte berechnet, die dann eingezeichnet werden können.

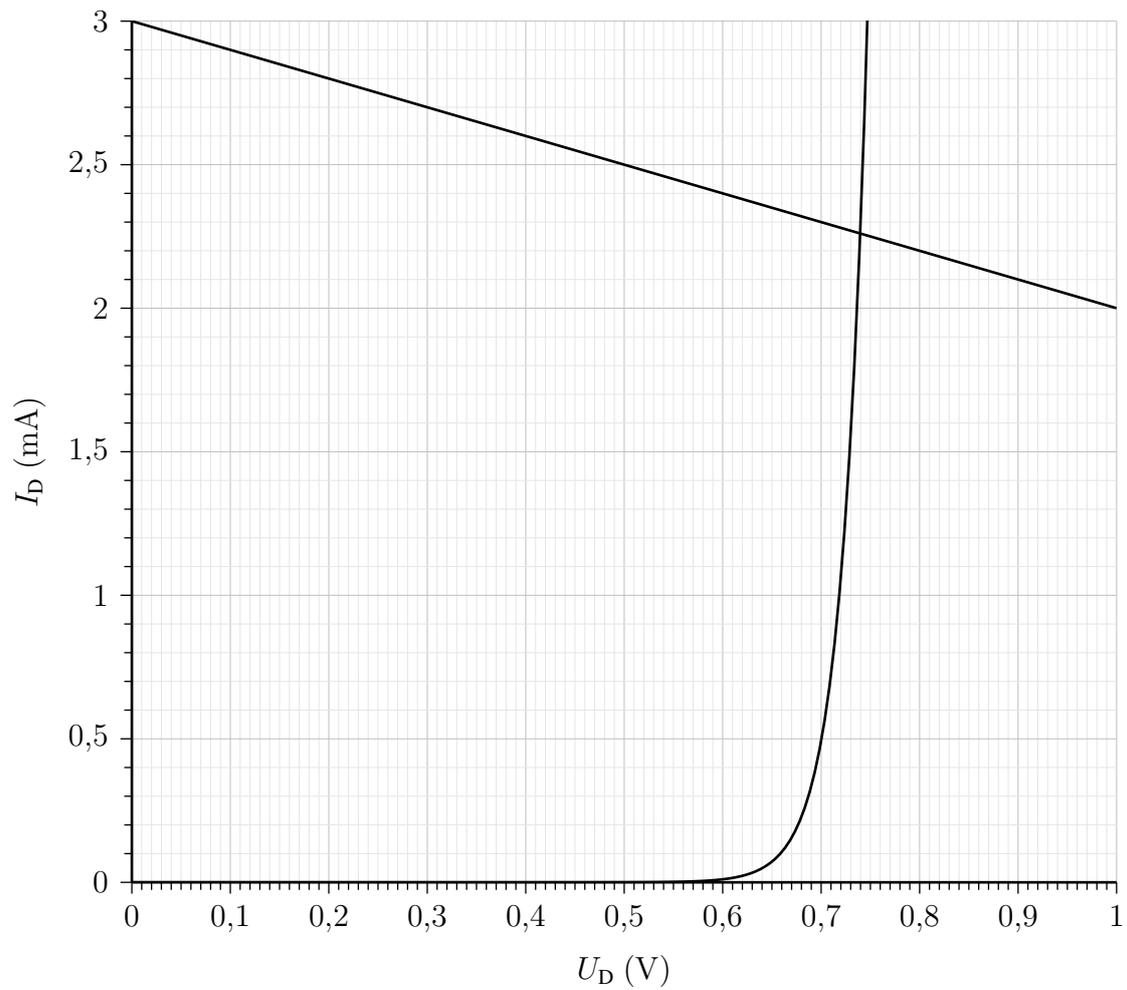
$$U_D = 0 \rightarrow I_D = \frac{U_0}{R} = 3 \text{ mA}$$

$$I_D = 0 \rightarrow U_D = U_0 = 3 \text{ V}$$

(Liegt außerhalb des Diagramms, deshalb wird 3. Punkt berechnet.)

$$U_D = 1 \text{ V} \rightarrow I_D = 2 \text{ mA}$$

Der Arbeitspunkt kann am Schnittpunkt der Widerstandsgerade mit der Diodenkennlinie abgelesen werden (siehe Abbildung 15). Dieser beträgt  $I_D = 2,27 \text{ mA}$  und  $U_D = 0,74 \text{ V}$ .



**Abbildung 15:** Graphische Bestimmung des Arbeitspunkts der Diode.

**Zusatz:** Um den Arbeitspunkt der Diode berechnen zu können, werden die Diodengleichungen und die Widerstandsgleichung benötigt.

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

$$I_D = \frac{U_0 - U_D}{R}$$

Um den Arbeitspunkt aus den gegebenen Größen berechnen zu können, müsste entweder

$$I_S \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} - \frac{U_0 - U_D}{R} = 0$$

nach  $U_D$  oder

$$\underbrace{\frac{1}{R} (U_0 - U_T \cdot \ln(I_D/I_S))}_{f(I_D)} = I_D$$

nach  $I_D$  aufgelöst werden. Das ist i.A. nur numerisch möglich.

Der Startpunkt  $I_D^{(0)} = 1 \text{ mA}$  ist gegeben. Wir zeigen hier eine Fixpunktiteration in  $I_D$ . Hierbei wird in jeder Iteration  $f(I_D)$  berechnet und als neuer Schätzwert für  $I_D$  verwendet.

Jedes andere iterative Verfahren (z.B. Newton-Verfahren) ist auch möglich, ggf. aber mit der Berechnung der Ableitung von  $f$  verbunden.

Die Werte für die Iteration sind in der folgenden Tabelle zu sehen.

$n$	$I_D^{(n)}$ (mA)	$f(I_D^{(n)})$ (mA)	$I_D^{(n)} - I_D^{(n-1)}$ (mA)
0	1	2,281 593	–
1	2,281 593	2,260 147	1,281 593
2	2,260 147	2,260 392	0,021 446
3	2,260 392	–	0,000 245

Die vierte Spalte zeigt die Veränderung der Schätzung zur vorherigen Iteration. Nach 3 Iterationen ist das Abbruchkriterium erreicht und  $U_D$  kann mithilfe einer der beiden obigen Gleichungen berechnet werden:

$$U_D = U_0 - I_D^{(3)} \cdot R = 3 \text{ V} - 2,260 392 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 0,739 608 \text{ V} \approx 0,740 \text{ V} \quad (1)$$

Hinweis: Simulationsprogramme wie SPICE berechnen den Arbeitspunkt auf ähnliche Weise.

**b)** Der Wert von  $R$  kann wieder über die Widerstandsgleichung berechnet werden.

$$R = \frac{U_0 - U_D}{I_D} = \frac{5 \text{ V} - 0,65 \text{ V}}{1,5 \text{ mA}} = 2,9 \text{ k}\Omega$$

## Aufgabe 4 (Kleinsignalanalyse – Frequenzbereich)

a) Das vollständige Kleinsignalersatzschaltbild der Schaltung ist in Abbildung 16 zu sehen.

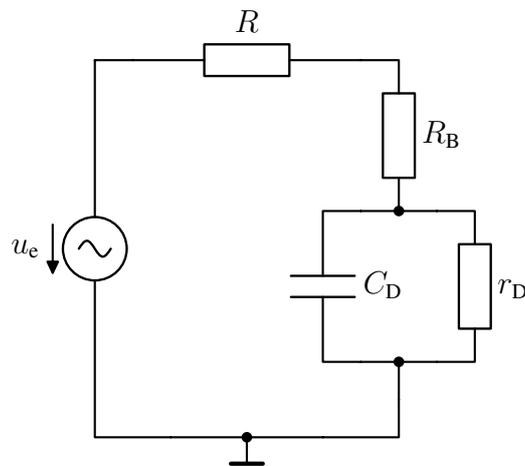


Abbildung 16: Vollständiges Kleinsignalersatzschaltbild der Diode.

b) Das Kleinsignalersatzschaltbild kann wie in Abbildung 17 vereinfacht werden. Da die Diode im Sperrbereich betrieben wird, kann  $r_D \rightarrow \infty$  angenommen werden. Die Kapazität im Sperrbereich wird außerdem von der Sperrschichtkapazität  $C_S$  dominiert.

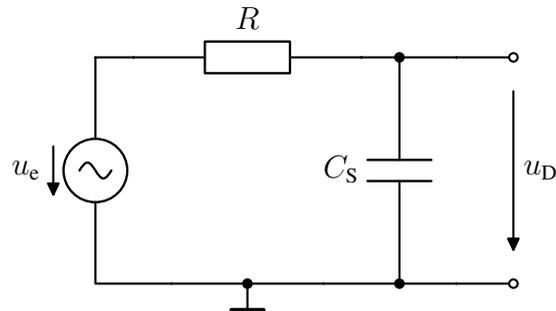


Abbildung 17: Vereinfachtes Kleinsignalersatzschaltbild der Diode.

Es ergibt sich ein Tiefpassverhalten aus dem seriellen Widerstand  $R$  und der Sperrschichtkapazität  $C_S$ . Da die Diode in Sperrrichtung betrieben wird, fließt durch  $R$  kein Gleichstrom und somit fällt die gesamte Gleichspannung  $U_0 = 2\text{ V}$  über der Diode ab. Die Sperrschichtkapazität kann somit bei  $U_D = -2\text{ V}$  zu  $C_S = 4\text{ pF}$  abgelesen werden. Die 3dB Bandbreite berechnet sich damit zu:

$$\begin{aligned} f_{3\text{dB}} &= \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C_S} = \frac{1}{2\pi \cdot 300\ \Omega \cdot 4\ \text{pF}} \\ &= 132,6\ \text{MHz} \end{aligned}$$

c) Mit zunehmender Frequenz wird die Impedanz der Sperrschichtkapazität immer geringer und somit wird die Diode zunehmend durchlässiger.