

Aufgabe 1

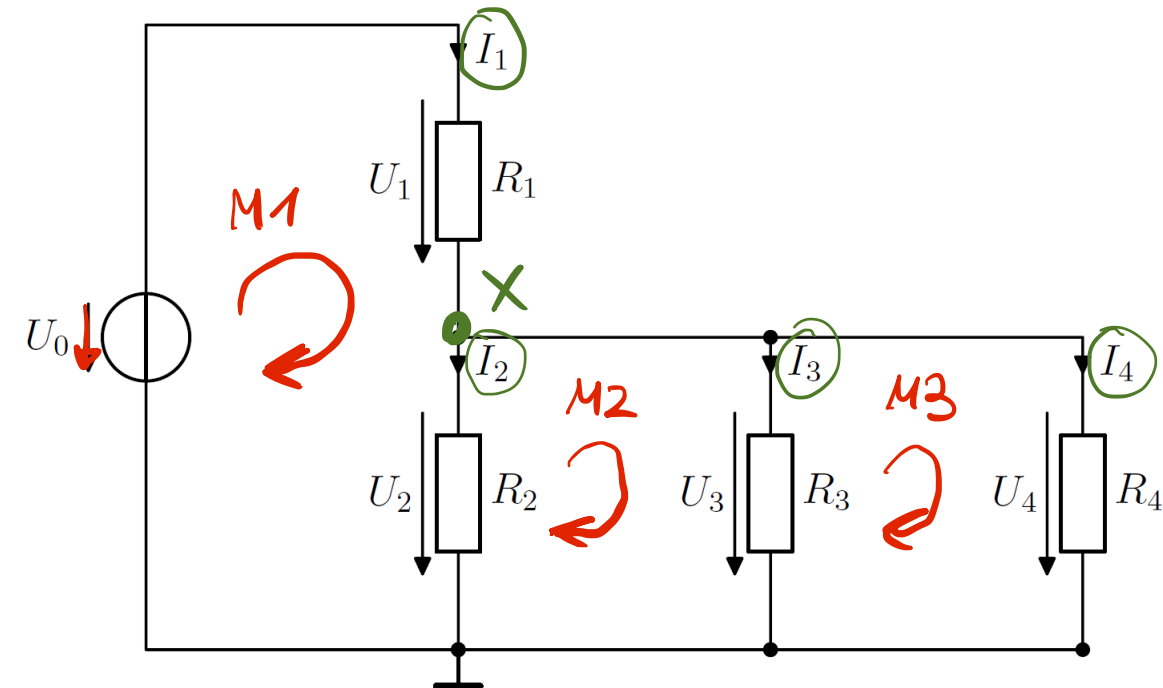
a) Geben Sie die drei Maschengleichungen und die Knotengleichung an, die das Verhalten dieser Schaltung beschreiben.

$$M1: R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - U_0 = 0$$

$$M2: R_3 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = 0$$

$$M3: R_4 \cdot I_4 - R_3 \cdot I_3 = 0$$

$$X: \underline{I_1} = \underline{I_2} + \underline{I_3} + \underline{I_4}$$



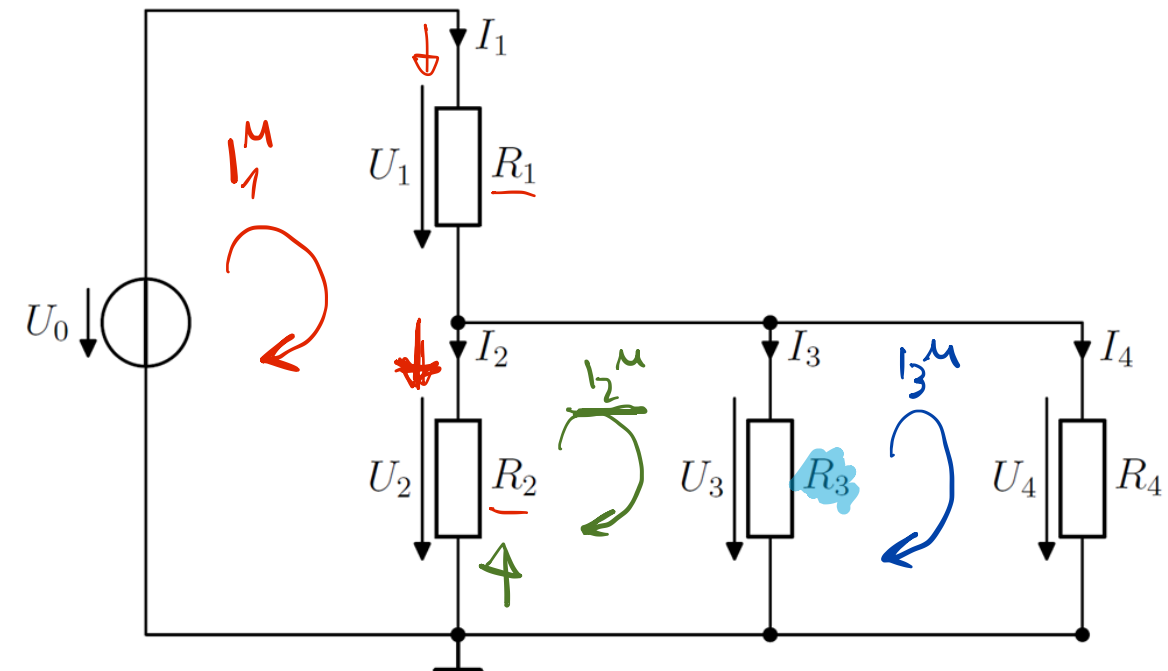
Aufgabe 1

A1b): Wiederholung aus LEN
– **nicht prüfungsrelevant** –

b) Berechnen Sie mithilfe des **Maschenstromverfahrens** die Teilströme I_{1-4} und geben Sie die zugehörigen Spannungen U_{1-4} an.

- Einführung der Maschenströme I_1^M, I_2^M, I_3^M

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3 + R_4 \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \begin{pmatrix} I_1^M \\ I_2^M \\ I_3^M \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{U}}$$



Aufgabe 1

b) Lösung des linearen Gleichungssystems:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R_1+R_2 & -R_2 & 0 \\ -R_2 & R_2+R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3+R_4 \end{pmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} I_1^M \\ I_2^M \\ I_3^M \end{pmatrix}}_{\mathbf{I}} = \underbrace{\begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{U}}$$

$$\begin{pmatrix} 350\Omega & -200\Omega & 0 \\ -200\Omega & 400\Omega & -200\Omega \\ 0 & -200\Omega & 300\Omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1^M \\ I_2^M \\ I_3^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

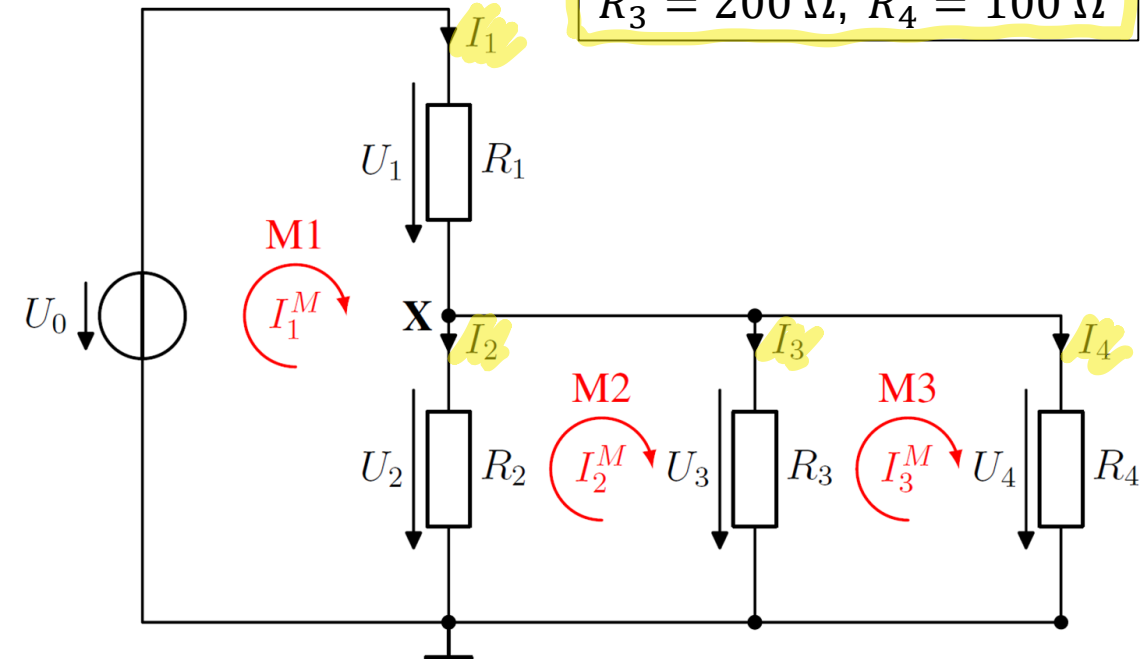
$$I_1^M = 30\text{ mA} \quad I_2^M = 22,5\text{ mA} \quad I_3^M = 15\text{ mA}$$

Gegeben:

$$U_0 = 6\text{ V}$$

$$R_1 = 150\ \Omega, R_2 = 200\ \Omega$$

$$R_3 = 200\ \Omega, R_4 = 100\ \Omega$$



Aufgabe 1

$$I_1^M = 30 \text{ mA} \quad I_2^M = 22,5 \text{ mA} \quad I_3^M = 15 \text{ mA}$$

b) Berechnung der Teilströme und -spannungen:

- Zweigströme aus den Maschenströmen berechnen:

$$I_1 = I_1^M = \boxed{30 \text{ mA}}$$

$$I_2 = I_1^M - I_2^M = 30 \text{ mA} - 22,5 \text{ mA} = \underline{7,5 \text{ mA}}$$

$$I_3 = I_2^M - I_3^M = 22,5 \text{ mA} - 15 \text{ mA} = \underline{7,5 \text{ mA}}$$

$$I_4 = I_3^M = \underline{15 \text{ mA}}$$

- Berechnung der zugehörigen Teilspannungen:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 150 \Omega \cdot 30 \text{ mA} = \underline{4,5 \text{ V}}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 200 \Omega \cdot 7,5 \text{ mA} = \underline{1,5 \text{ V}}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 1,5 \text{ V}$$

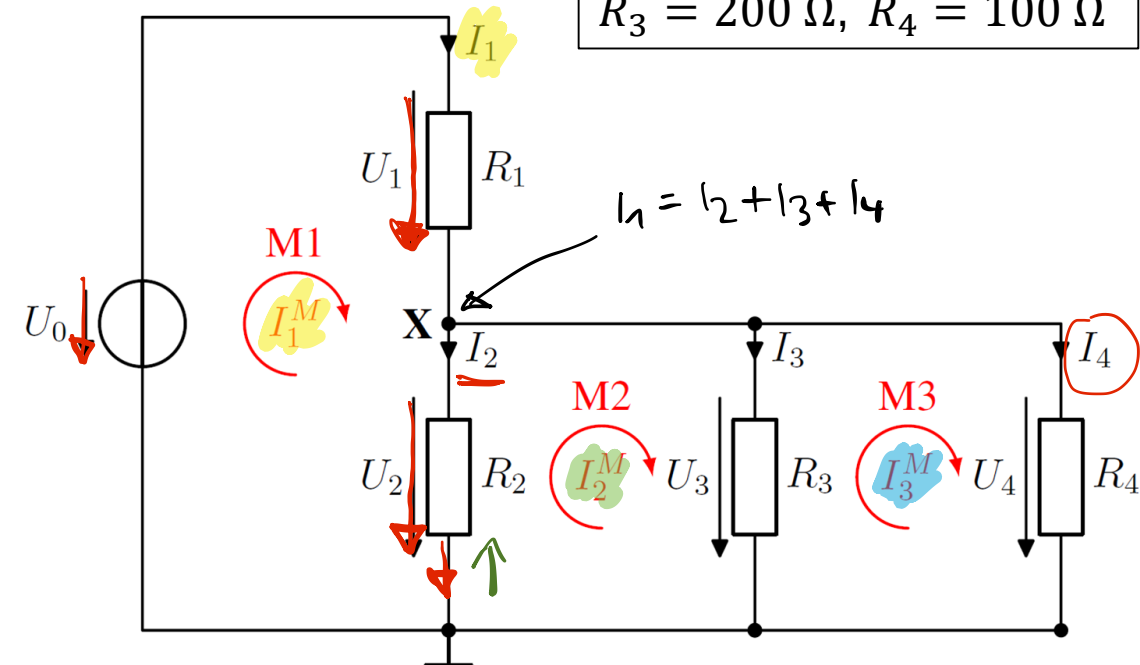
$$U_4 = R_4 \cdot I_4 = 1,5 \text{ V}$$

Gegeben:

$$U_0 = 6 \text{ V}$$

$$R_1 = 150 \Omega, R_2 = 200 \Omega$$

$$R_3 = 200 \Omega, R_4 = 100 \Omega$$



Aufgabe 1

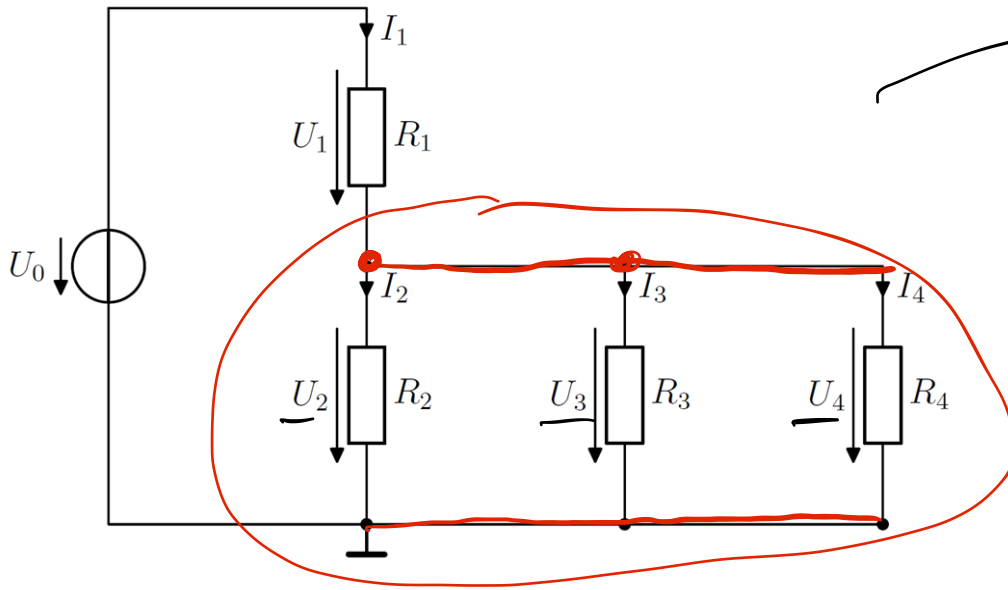
c) Berechnen Sie durch Anwendung der **Spannungsteilerregel** die Spannungen U_{1-4} und geben Sie die zugehörigen Teilströme I_{1-4} an.

Gegeben:

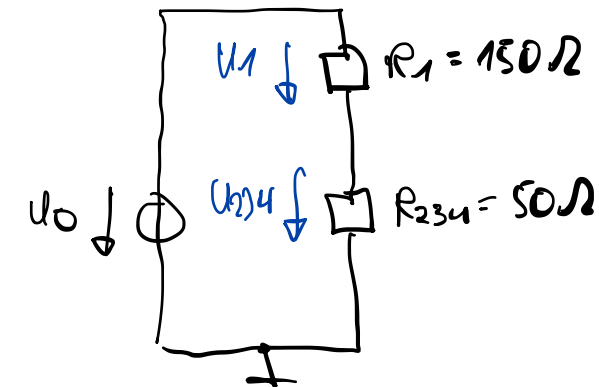
$$U_0 = 6 \text{ V}$$

$$R_1 = 150 \, \Omega, R_2 = 200 \, \Omega$$

$$R_3 = 200 \, \Omega, R_4 = 100 \, \Omega$$

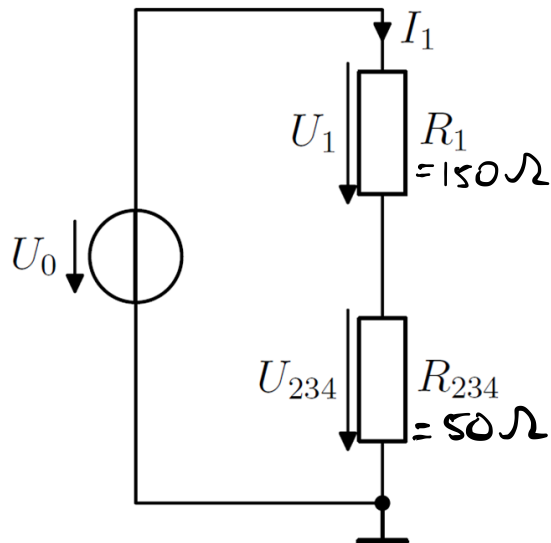



$$R_{234} = R_2 \parallel R_3 \parallel R_4$$
$$= 200 \, \Omega \parallel 200 \, \Omega \parallel 100 \, \Omega$$
$$= \underbrace{100 \, \Omega \parallel 100 \, \Omega}_{50 \, \Omega}$$
$$R_{234} = 50 \, \Omega$$



Aufgabe 1

c) Berechnung über Spannungsteilerregel:



$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_{234}} \cdot U_0 = \frac{150}{200} \cdot 6V = \underline{4,5V}$$

$$U_{234} = \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} \cdot U_0 = \frac{50}{200} \cdot 6V = \underline{1,5V}$$

$$U_2 = U_3 = U_4 = 1,5V$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{4,5V}{150\Omega} = 30mA$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{1,5V}{200\Omega} = 7,5mA$$

$$I_3 = 7,5mA$$

$$I_4 = 15mA$$

Gegeben:

$$U_0 = 6V$$

$$R_1 = 150\Omega, R_2 = 200\Omega$$

$$R_3 = 200\Omega, R_4 = 100\Omega$$

Aufgabe 1

d) Berechnen Sie durch Anwendung der **Stromteilerregel** die Teilströme I_{1-4}

$$1) \quad I_1 = \frac{R_2 + R_3 \parallel R_4}{R_1 + R_2 + R_3 \parallel R_4} \cdot I_0 = \frac{80 \Omega + 120 \Omega}{400 \Omega + 80 \Omega + 120 \Omega} \cdot 15 \text{ mA}$$

$$I_1 = \underline{5 \text{ mA}}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 \parallel R_4} \cdot I_0 = \underline{10 \text{ mA}}$$

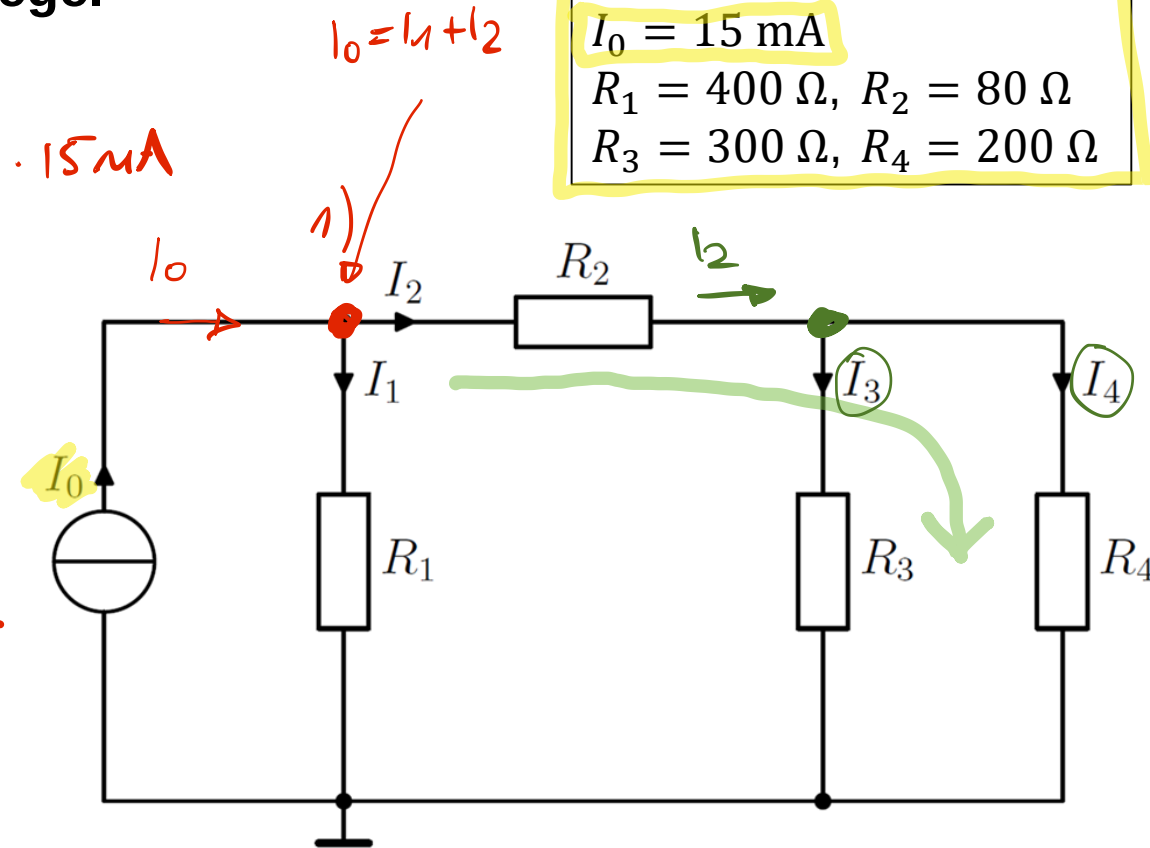
$$I_2 = I_0 - I_1 = 15 \text{ mA} - 5 \text{ mA} = \underline{10 \text{ mA}}$$

Gegeben:

$$I_0 = 15 \text{ mA}$$

$$R_1 = 400 \Omega, R_2 = 80 \Omega$$

$$R_3 = 300 \Omega, R_4 = 200 \Omega$$



Aufgabe 1

d) $I_1 = 5 \text{ mA}$, $I_2 = 10 \text{ mA}$

$$2) \quad I_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot I_2 = \frac{200 \Omega}{500 \Omega} \cdot 10 \text{ mA}$$

$$= \underline{4 \text{ mA}}$$

$$I_4 = I_2 - I_3 = 10 \text{ mA} - 4 \text{ mA}$$

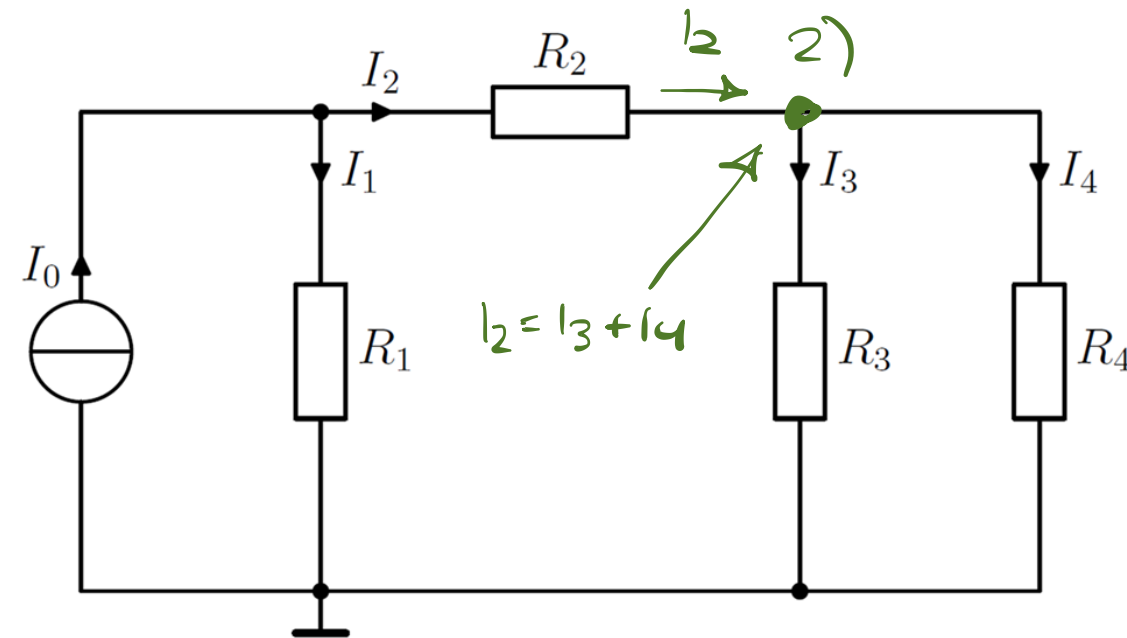
$$= \underline{6 \text{ mA}}$$

Gegeben:

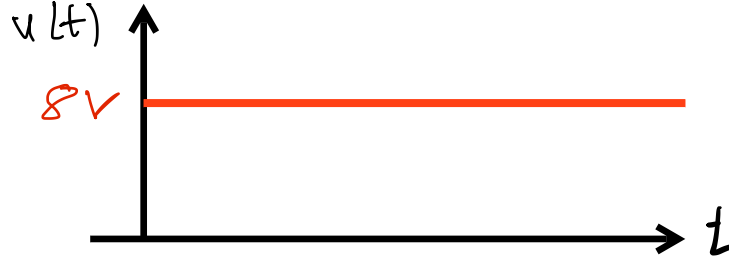
$$I_0 = 15 \text{ mA}$$

$$R_1 = 400 \Omega, R_2 = 80 \Omega$$

$$R_3 = 300 \Omega, R_4 = 200 \Omega$$



Aufgabe 2



DC-Analyse
 $f=0$

- a) Berechnen Sie die Spannung U_2 , wenn eine Gleichspannungsquelle mit $U_0 = 8\text{ V}$ verwendet wird. Die Lastkapazität beträgt $C = 150\text{ pF}$.

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j2\pi f \cdot C}$$

$$|Z_c(f=0)| \rightarrow \infty$$

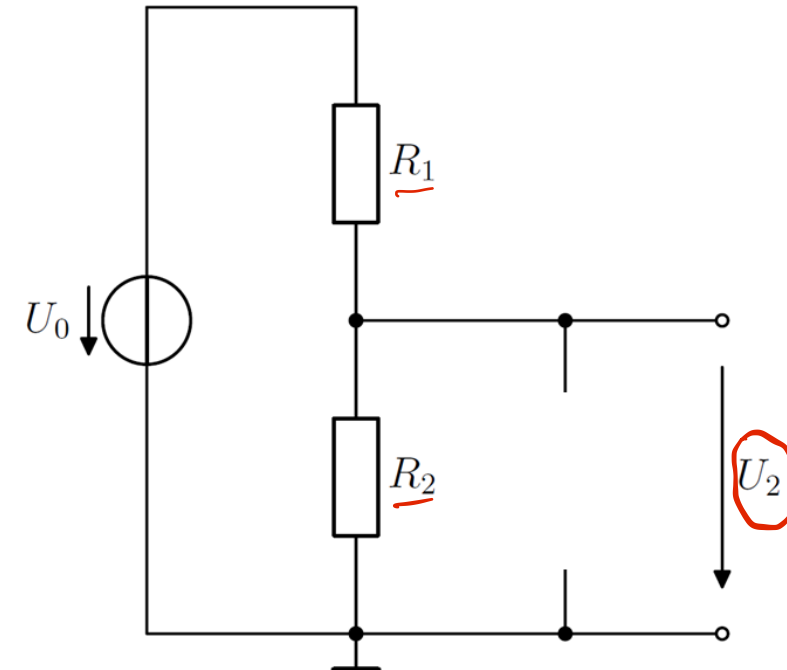
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 = \frac{300\Omega}{500\Omega + 300\Omega} \cdot 8\text{V} = \underline{\underline{3\text{V}}}$$

Gegeben:

$$U_0 = 8\text{ V}$$

$$R_1 = 500\Omega, R_2 = 300\Omega$$

$$C = 150\text{ pF}$$



Aufgabe 2

DC ($f=0$)

b) Was ändert sich am Ergebnis aus Aufgabenteil a), wenn die kapazitive Last durch eine induktive Last mit $L = 30 \text{ nH}$ ersetzt wird?

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 2\pi f \cdot L$$

$$|Z_L(f=0)| = 0$$

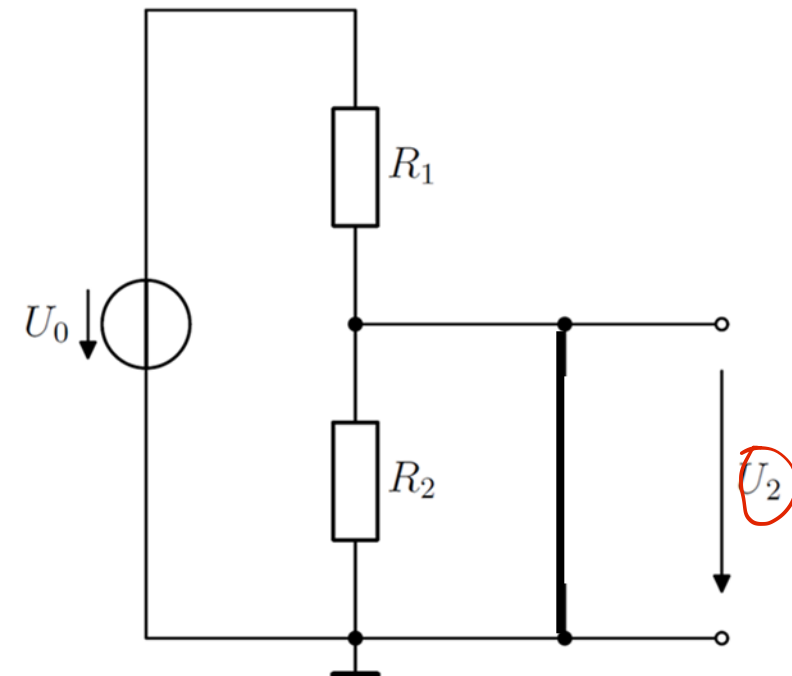
$$\Rightarrow U_2 = 0$$

Gegeben:

$$U_0 = 8 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$



$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

Aufgabe 2

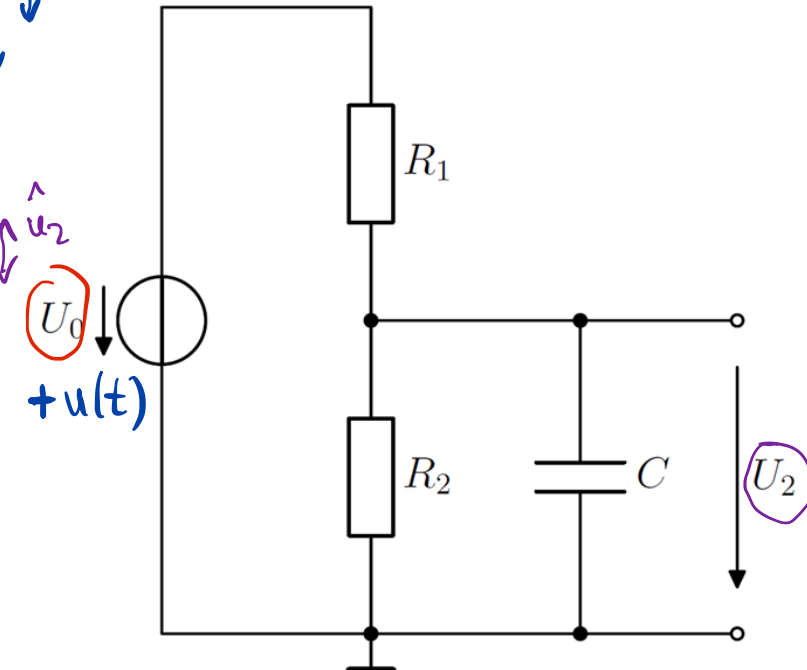
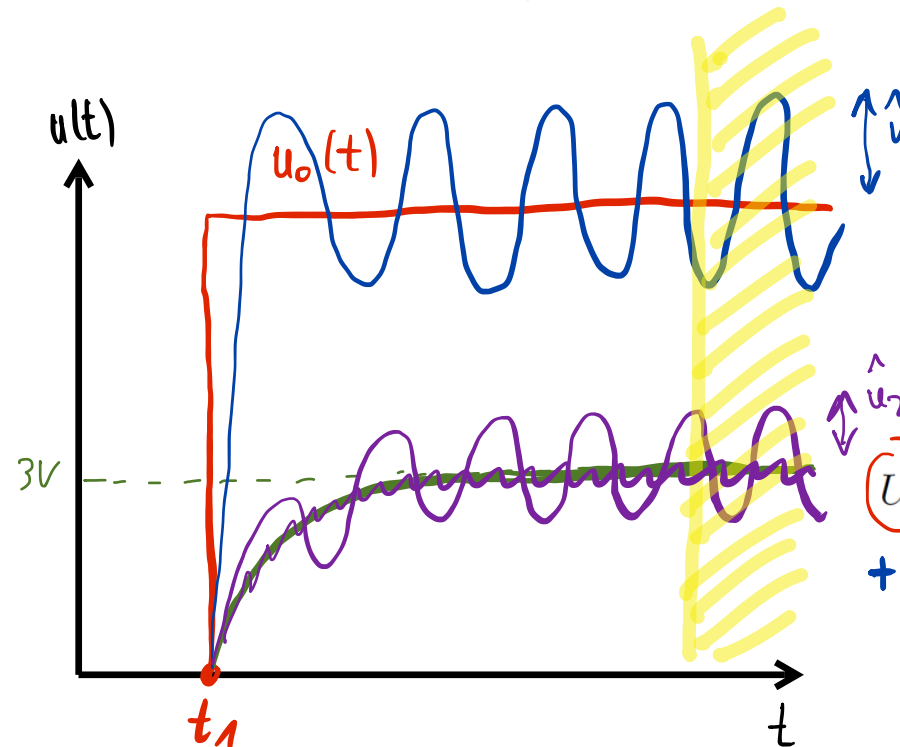
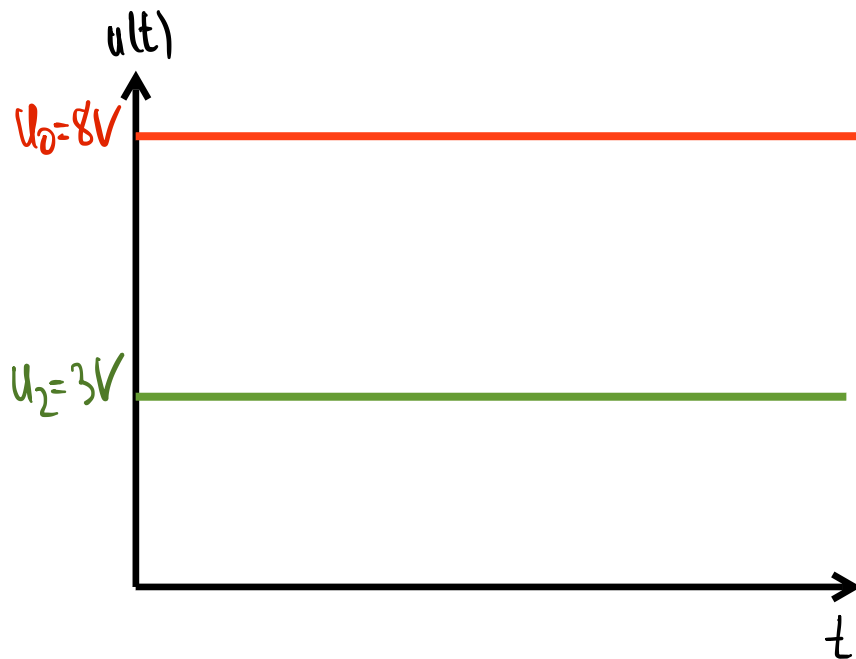
Einschub: **DC-Analyse** | **Transientenanalyse** | **AC-Analyse**
→ Zeitbereich → Frequenzbereich

Gegeben:

$$U_0 = 8 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \, \Omega, R_2 = 300 \, \Omega$$

$$C = 150 \text{ pF}$$



Aufgabe 2

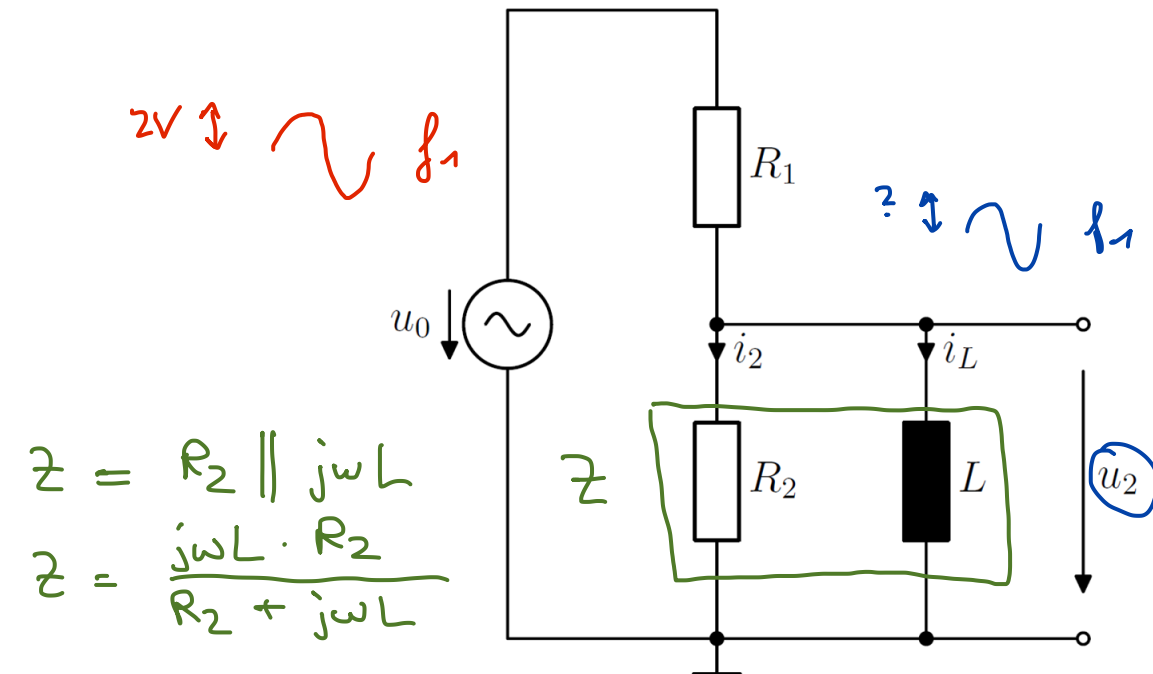
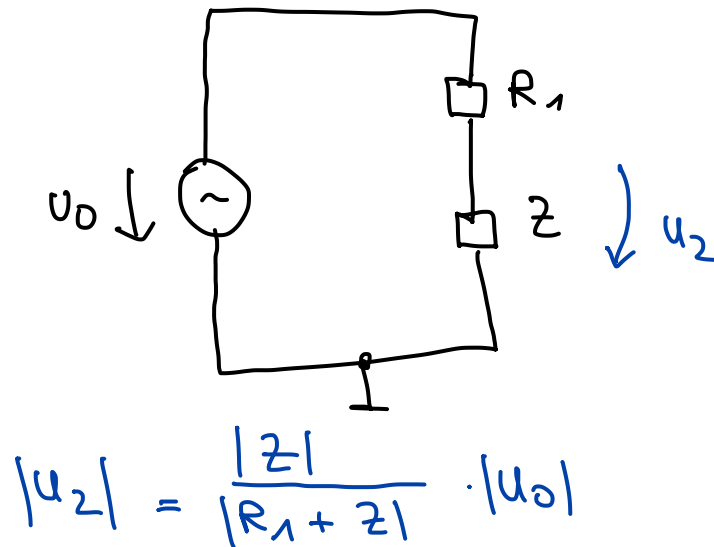
c) Die Gleichspannungsquelle wird nun durch eine **Wechselspannungsquelle** ersetzt, für welche $u_0 = 8 \text{ V} + 2 \text{ V} \cdot \sin(\omega t + 15^\circ)$ gilt. Berechnen Sie den Betrag der Spannung $|u_2|$ für $f_1 = 10 \text{ kHz}$, $f_2 = 10 \text{ MHz}$, $f_3 = 10 \text{ GHz}$.

Gegeben:

$$\hat{u}_0 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$



Aufgabe 2

c) Berechnung der Ausgangsspannung $|u_2|$:

$$|u_2| = \frac{|Z|}{|R_1 + Z|} \cdot |u_0|$$

$$Z = \frac{j\omega L \cdot R_2}{R_2 + j\omega L} = \frac{j 2\pi f L \cdot R_2}{R_2 + j 2\pi f \cdot L}$$

$$\text{mit } |Z| = \frac{2\pi f \cdot L \cdot R_2}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}$$

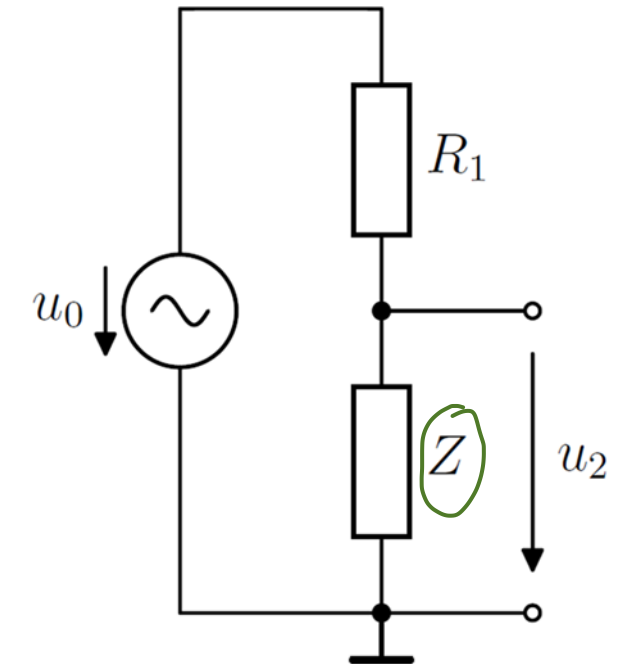
$$\begin{aligned} \text{und } |R_1 + Z| &= \left| R_1 + \frac{j 2\pi f \cdot L \cdot R_2}{R_2 + j 2\pi f \cdot L} \right| \\ &= \left| \frac{R_1 R_2 + j 2\pi f \cdot L (R_1 + R_2)}{R_2 + j 2\pi f \cdot L} \right| \\ &= \frac{\sqrt{(R_1 R_2)^2 + (2\pi f \cdot L (R_1 + R_2))^2}}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f \cdot L)^2}} \end{aligned}$$

Gegeben:

$$\hat{u}_0 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \, \Omega, R_2 = 300 \, \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$

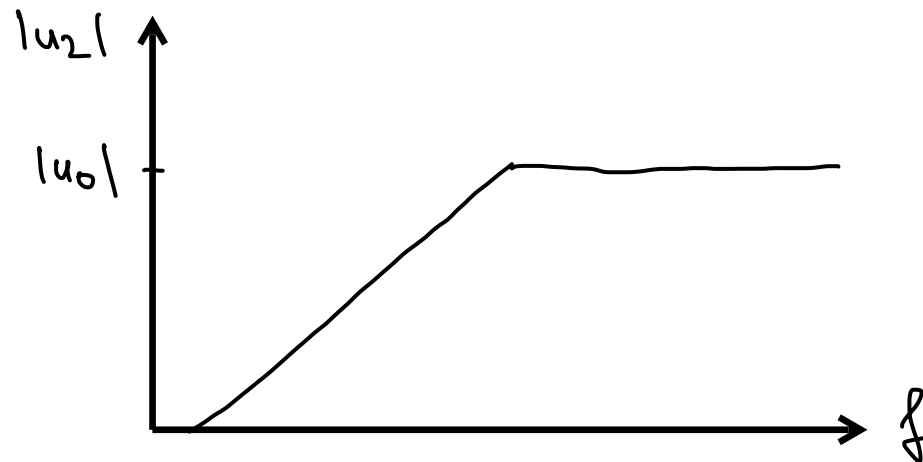


Aufgabe 2

c) Berechnung der Ausgangsspannung $|u_2|$:

$$|u_2| = \frac{|Z|}{|R_1 + Z|} \cdot |u_0|$$

	$f_1 = 10 \text{ kHz}$	$f_2 = 10 \text{ MHz}$	$f_3 = 10 \text{ GHz}$
$ Z $	$1,9 \text{ m}\Omega$	$1,9 \Omega$	$296,3 \Omega$
$ R_1 + Z $	$500,0 \Omega$	$500,0 \Omega$	$794,0 \Omega$
$ u_2 $	$7,5 \mu\text{V}$	$7,5 \text{ mV}$	$746,3 \text{ mV}$

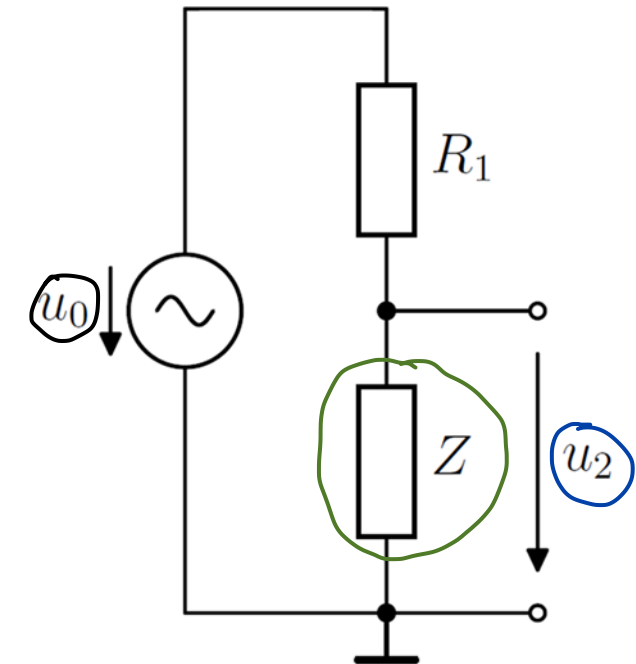


Gegeben:

$$\hat{u}_0 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$



Aufgabe 2

d) Berechnen Sie jeweils den Betrag der Ströme $|i_2|$ und $|i_L|$ für die Frequenzen f_{1-3} aus Teilaufgabe c).

$$|i_2| = \frac{|u_2|}{R_2}$$

$$|i_L| = \frac{|u_2|}{2\pi f \cdot L}$$

Beispielhaft für $f_1 = 10 \text{ kHz}$

$$|i_2| = \frac{7,5 \mu\text{V}}{300 \Omega} = 25 \text{ nA}$$

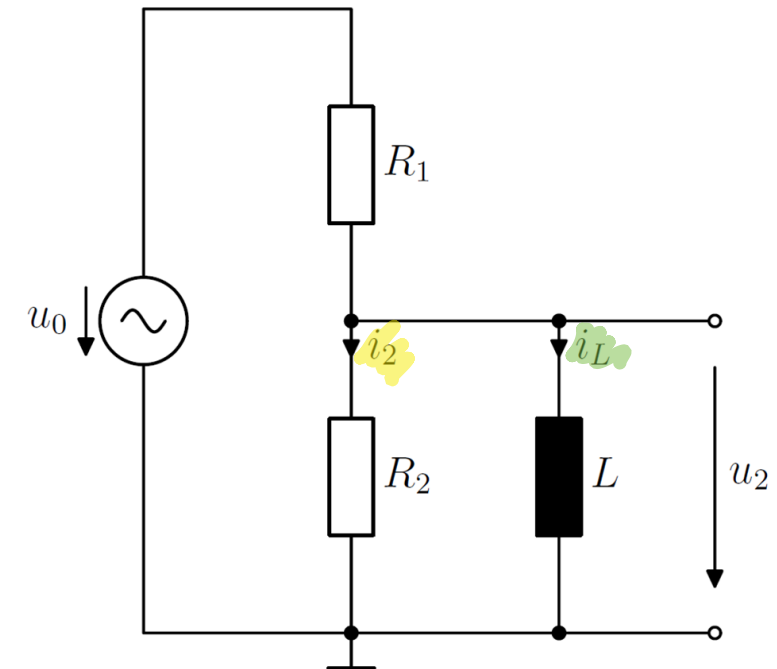
$$|i_L| = \frac{7,5 \mu\text{V}}{2\pi \cdot 10 \text{ kHz} \cdot 30 \text{ nH}} \approx 4 \text{ nA}$$

Gegeben:

$$\hat{u}_0 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$



Aufgabe 2

d) Berechnen Sie jeweils den Betrag der Ströme $|i_2|$ und $|i_L|$ für die Frequenzen f_{1-3} aus Teilaufgabe c).

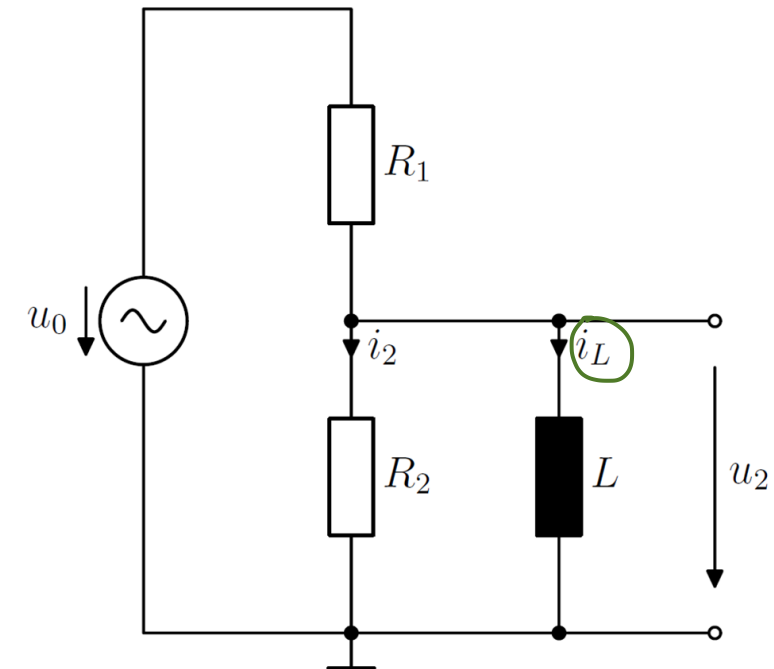
	$f_1 = 10 \text{ kHz}$	$f_2 = 10 \text{ MHz}$	$f_3 = 10 \text{ GHz}$
$ u_2 $	$7,5 \mu\text{V}$	$7,5 \text{ mV}$	$746,3 \text{ mV}$
$\hat{2\pi f \cdot L}$	$1,9 \text{ m}\Omega$	$1,9 \Omega$	$1,9 \text{ k}\Omega$
$ i_2 $	25 nA	$25 \mu\text{A}$	$2,49 \text{ mA}$
$ i_L $	4 mA	4 mA	$396 \mu\text{A}$

Gegeben:

$$\hat{u}_0 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = 500 \Omega, R_2 = 300 \Omega$$

$$L = 30 \text{ nH}$$



Aufgabe 3

- a) Geben Sie die komplexe Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega)$ der Schaltung an und skizzieren Sie den Frequenzverlauf von $|\underline{H}(\omega)|$. Welche Funktion (TP, HP, BP, BS) wird durch die Schaltung realisiert?

Gegeben:

$$R = 25 \, \Omega$$

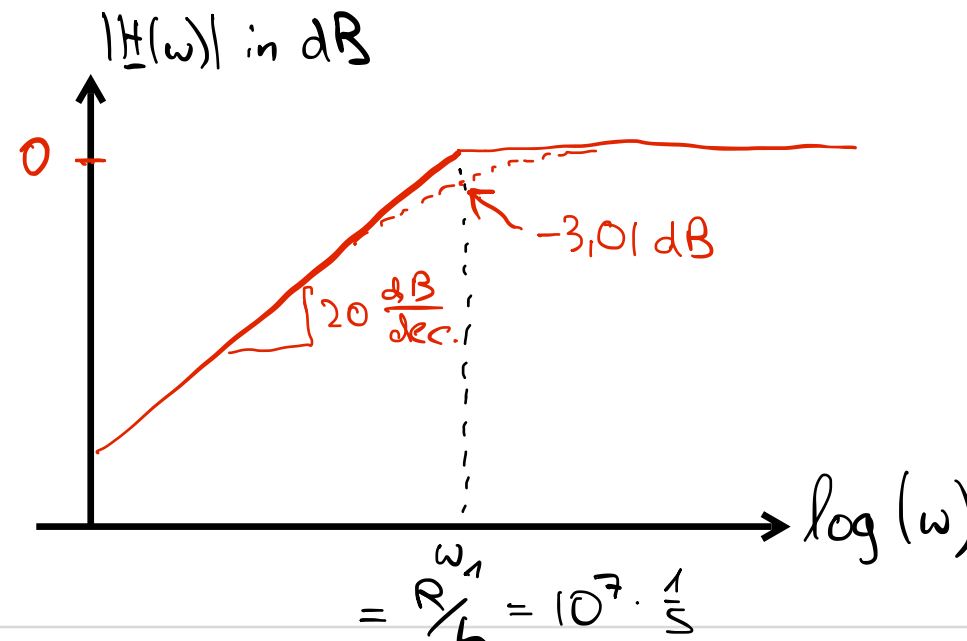
$$L = 2,5 \, \mu\text{H}$$

$$Z_L = j\omega L$$

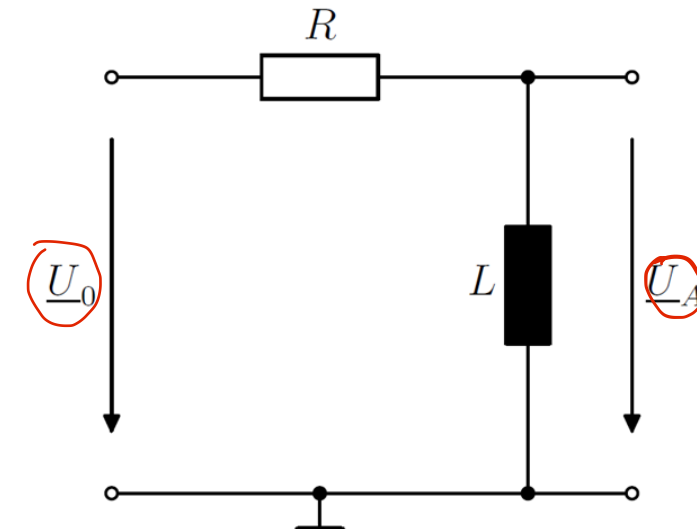
$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_0} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$|\underline{H}(\omega)|_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\left| \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_0} \right| \right)$$



$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 1,59 \, \text{MHz}$$



$$f = 0 : |\underline{U}_A| = 0$$

$$f \rightarrow \infty : |\underline{U}_A| = |\underline{U}_0|$$

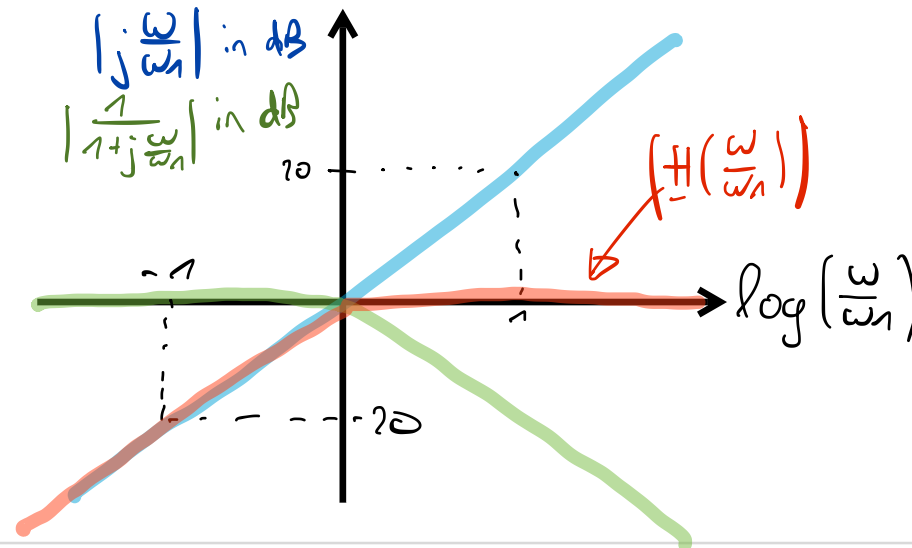
Aufgabe 3

Einschub: Bode-Diagramme (Wiederholung aus LEN)

$$\underline{H}(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j\omega \frac{R}{\omega_1}}{1 + j\omega \frac{R}{\omega_1}} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}} \quad \omega_1 = \frac{R}{L}$$

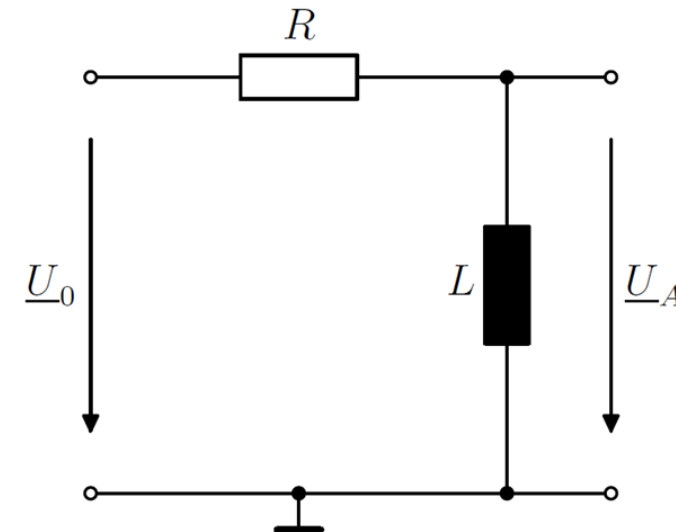
$$|\underline{H}(\omega)| = \frac{\frac{\omega}{\omega_1}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}} \quad |\underline{H}(\omega = \omega_1)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{-3,01 \text{ dB}}}$$

$$\underline{H}(\omega) = j \frac{\omega}{\omega_1} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}} \cdot (\dots)$$



Gegeben:

$$R = 25 \, \Omega, \quad L = 2,5 \, \mu\text{H}$$



Aufgabe 3

- b) Welche Ausgangsspannung erwarten Sie für $f = 0$ und $f \rightarrow \infty$?
Für welche Frequenz f_m wird die Ausgangsspannung maximal?

Gegeben:

$$R = 25 \, \Omega, \quad L = 2,5 \, \mu\text{H}$$

$$C = 4 \, \text{pF}$$

$$|U_A(f=0)| = 0$$

$$|U_A(f \rightarrow \infty)| = 0$$

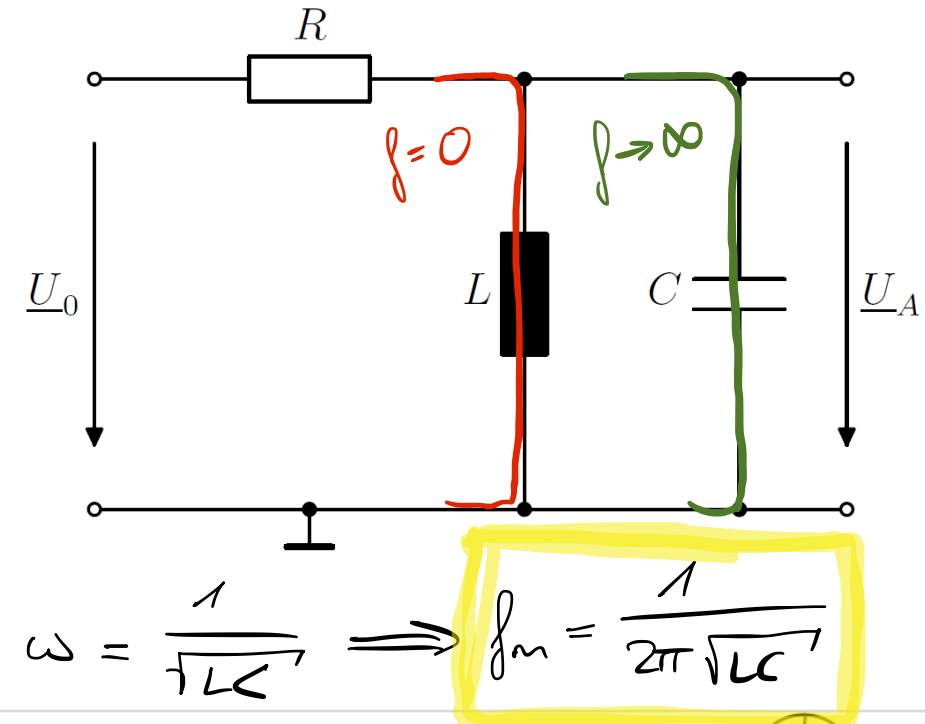
$$H(\omega) = \frac{j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} + j\omega RL + \frac{R}{j\omega C}} \quad \text{für } U_A$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)^2}}$$

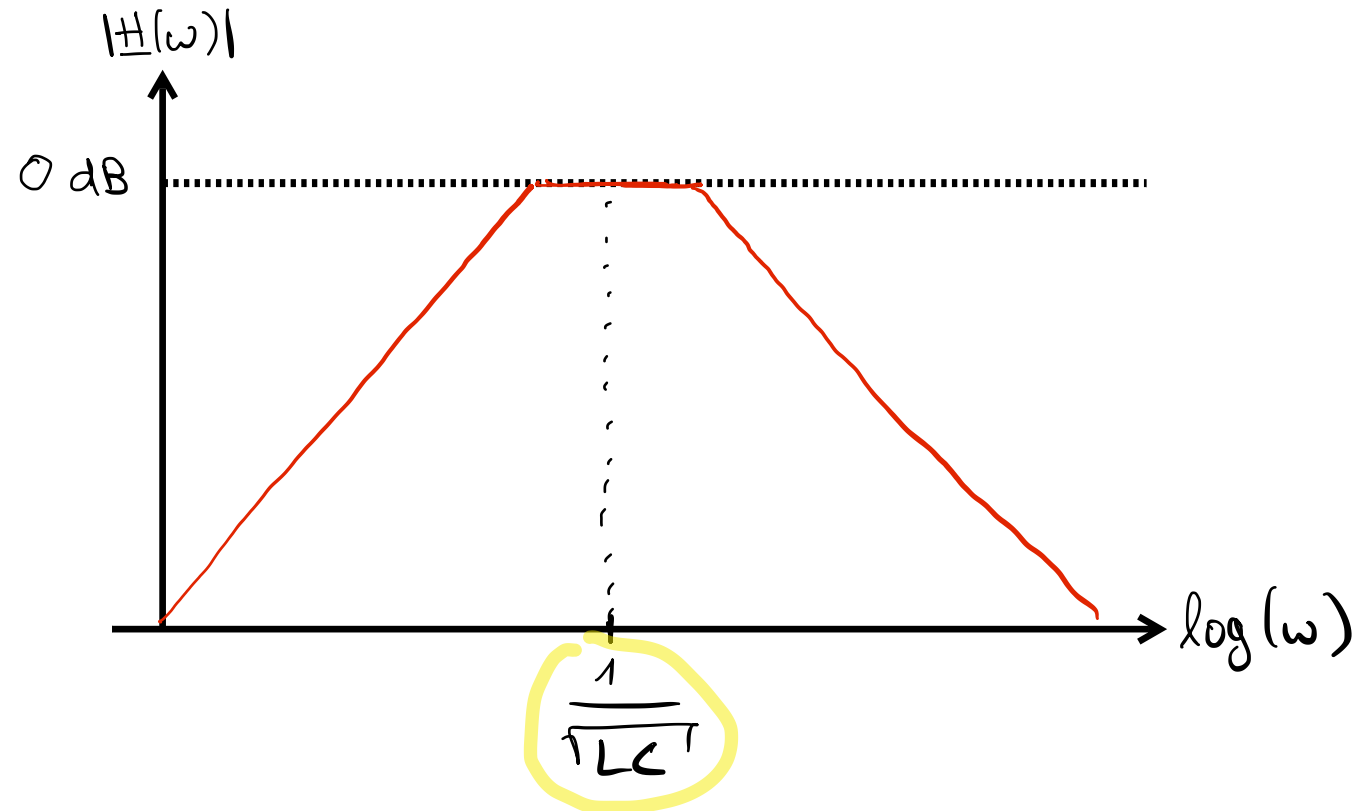
$$\omega RC - \frac{R}{\omega L} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_m = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



Aufgabe 3

c) Skizzieren Sie den Frequenzverlauf von $|\underline{H}(\omega)|$ und leiten Sie die Funktion (TP, HP, BP, BS) der Schaltung ab.



Gegeben:

$$R = 25 \, \Omega, \quad L = 2,5 \, \mu\text{H}$$

$$C = 4 \, \text{pF}$$

