

Übung 1, A 2c)

geg.: $u_0(t) = \underbrace{8V}_{DC} + \underbrace{2V \cdot \sin(\omega t + 15^\circ)}_{AC}$

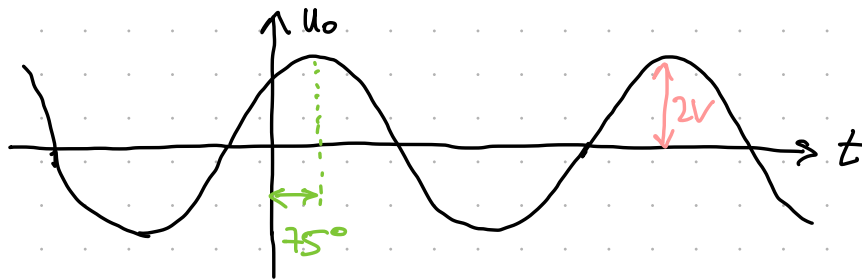
→ DC- und AC-Analyse können separat durchgeführt werden:

Darstellung des Eingangssignals:

AC - Analyse

• Zeitbereich

$$\begin{aligned} u_0(t) &= 2V \cdot \sin(\omega t + 15^\circ) \\ &= \underline{2V} \cdot \cos(\omega t - \underline{75^\circ}) \end{aligned}$$



Umwandlung in Zeiger-/Phasordarstellung über Eulerformel
 $e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow u_0(t) &= 2V \cdot \cos(\omega t - 75^\circ) \\ &= \operatorname{Re} \left\{ 2V \cdot e^{j(\omega t - 75^\circ)} \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ 2V \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j75^\circ} \right\} \end{aligned}$$

Zeigerdarstellung

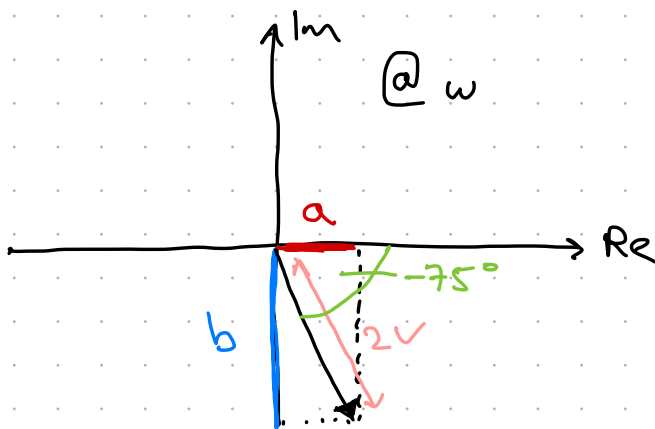
$$u_0(t) = \operatorname{Re} \{ 2V \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j75^\circ} \}$$

Umrechnung
Zeitbereich
↑
Zeigerdarstellung

$$u_0 \stackrel{!}{=} \underbrace{a}_{\operatorname{Re}\{u_0\}} + j \underbrace{b}_{\operatorname{Im}\{u_0\}}$$

$$\text{mit } a = 2V \cdot \cos(-75^\circ) = 0,518V$$

$$b = 2V \cdot \sin(-75^\circ) = -1,932V$$



$$u_0 = a + j b$$

$$= 0,518V - j 1,932V$$

$$|u_0| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2V$$

$$\angle u_0 = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = -75^\circ$$

$|u_0|$ = Betrag / Magnitude

$\angle u_0$ = Phase

Hinweis zur Berechnung: Betrag und Phase lassen sich einfach mit dem Taschenrechner bestimmen

Bsp. mit Casio:

- 1) MODE $\triangleright$ 2: CMPLX
- 2) komplexe Zahl in der Form $a+jb$ eingeben
- 3) Shift + 2 (CMPLX) 3: $r \angle \theta$

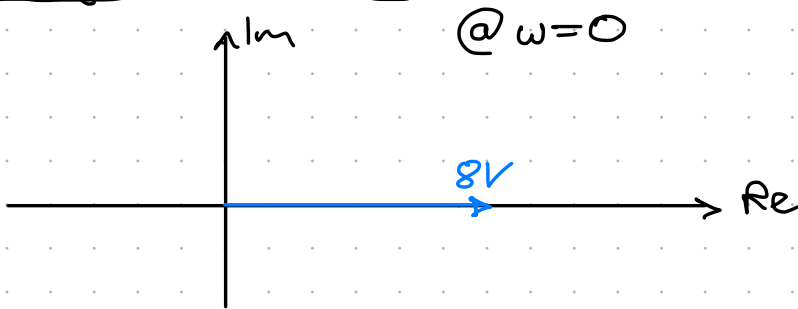
DC-Analyse

- Zeitbereich

$$U_0 = 8V = \operatorname{Re} \{ 8V \cdot e^{j0} \}$$



- Zeigerdarstellung



Berechnung & Darstellung des Ausgangssignals

Allgemein gilt:

$$u_0 = |u_0| \cdot e^{j\varphi_0}$$

$$z_{\text{ges}} = |z_{\text{ges}}| \cdot e^{j\varphi_{z_{\text{ges}}}}$$

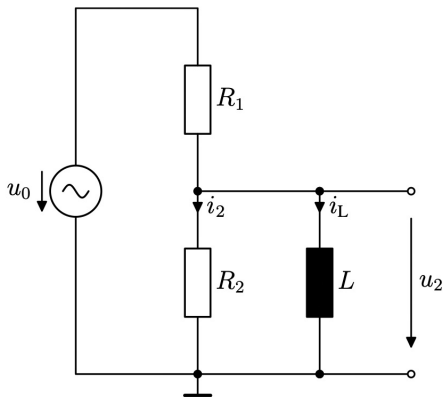
$$\frac{u_2}{u_0} = H \quad \rightarrow \quad u_2 = u_0 \cdot H = |u_0| \cdot |H| \cdot e^{j\varphi_{u_0}} \cdot e^{j\varphi_H}$$

$$u_2 = |u_0| \cdot |H| \cdot e^{j(\varphi_{u_0} + \varphi_H)}$$

$$\rightarrow |u_2| = |u_0| \cdot |H|$$

$$\angle u_2 = \varphi_{u_0} + \varphi_H$$

Aufgabe 2 c): AC-Analyse (Bsp. $f = 10 \text{ GHz}$)



$$\frac{u_2}{u_0} = H = \frac{R_2 \parallel j\omega L}{R_1 + R_2 \parallel j\omega L}$$

① Berechnung Betrag

$$|u_2| = \left| \frac{Z}{R_1 + Z} \right| \cdot |u_0| = \frac{|Z|}{|R_1 + Z|} \cdot |u_0| \quad (*)$$

$$|Z| = \frac{\omega L R_2}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f \cdot L)^2}}$$

$$\begin{aligned} |R_1 + Z| &= \left| R_1 + \frac{j\omega L R_2}{R_2 + j\omega L} \right| = \frac{|R_1 R_2 + j\omega L (R_1 + R_2)|}{|R_2 + j\omega L|} \\ &= \frac{\sqrt{(R_1 R_2)^2 + (2\pi f \cdot L \cdot (R_1 + R_2))^2}}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f \cdot L)^2}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |u_2| = 746,3 \text{ mV}$$

② Berechnung Phase

$$\angle u_2 = \angle(z) - \angle(R_1 + z) + \angle(u_0)$$

$$\begin{aligned} \text{Einschub: } \angle \left(\frac{a+jb}{c+jd} \right) &= \angle(a+jb) - \angle(c+jd) \\ &= \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \arctan\left(\frac{d}{c}\right) \end{aligned}$$

$$\angle z = \angle \left(\frac{j\omega L R_2}{R_2 + j\omega L} \right) = \angle \left(\frac{j\omega L R_2^2 + (\omega L)^2 R_2}{R_2^2 + (\omega L)^2} \right) = \arctan \left(\frac{\omega L R_2^2}{(\omega L)^2 R_2} \right)$$

$$= 9^\circ$$

$$\angle (z + R_1) = \angle \left(\frac{R_1 R_2 + j\omega L (R_1 + R_2)}{R_2 + j\omega L} \right)$$

$$= \angle \left(\frac{\underbrace{R_1 R_2^2}_{\text{Real}} - \underbrace{j\omega L R_1 R_2 + j\omega L R_2 (R_1 + R_2)}_{\text{Imag}} + \underbrace{(\omega L)^2 (R_1 + R_2)}_{\text{Real}}}{R_2^2 + (\omega L)^2} \right)$$

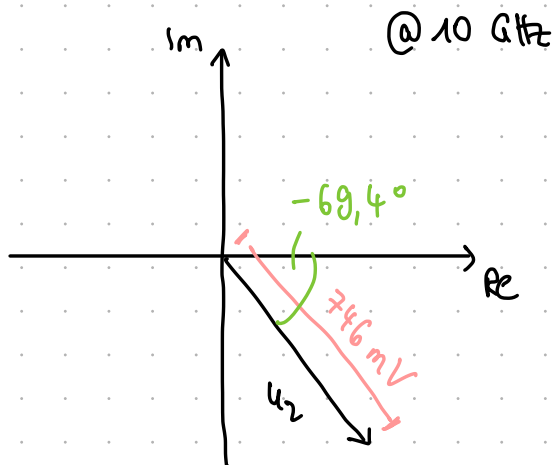
$$= \arctan \left(\frac{\omega L R_2^2}{R_1 R_2^2 + (\omega L)^2 (R_1 + R_2)} \right)$$

$$= 3,4^\circ$$

$$\angle u_0 = 15^\circ \quad (\text{siehe Aufgabenstellung})$$

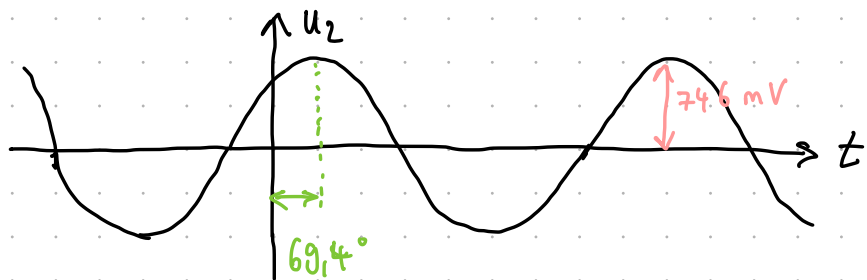
$$\Rightarrow \angle u_2 = 9^\circ - 3,4^\circ - 75^\circ = -69,4^\circ$$

Zeigerdarstellung



Zeitbereich

$$u_2(t) = 746 \text{ mV} \cdot \cos(\omega t - 69,4^\circ)$$



DC-Analyse (@ f=0)

$$|u_2| = 0 \text{ V} \quad (\text{siehe 2 b oder einsetzen in (*)})$$