

Klausurprüfung in Physik

Elektrotechnik, Geodäsie, Technische VWL

Herbst 2008

1.
 - a) Wie lauten die drei Newtonschen Gesetze?
 - b) Wie groß ist (i) der Impuls p , (ii) der Drehimpuls L , (iii) die kinetische Energie E_{kin} und (iv) die Winkelgeschwindigkeit ω eines Massenpunktes der Masse m , der sich mit der Geschwindigkeit v_0 auf einer Kreisbahn mit dem Radius r bewegt?
 - c) Welches Drehmoment wird benötigt, um eine Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ zu erzielen?

2. Der Wasserstrahl eines Springbrunnens steigt 50 m senkrecht in die Höhe. Das runde Strahlrohr hat einen Durchmesser von 0,15 m. Vernachlässigen Sie bei Ihrer Rechnung Reibungseffekte.
 - a) Wie groß ist die Ausströmgeschwindigkeit v_0 des Wassers am Ende des Strahlrohrs?
 - b) Welche Zeit befindet sich das Wasser in der Luft?
 - c) Welches Wasservolumen wird pro Sekunde durch das Strahlrohr gepresst?
 - d) Welche kinetische Energie besitzt ein Kilogramm Wasser unmittelbar an der Ausströmöffnung?
 - e) Welche Leistung müssen die Pumpen mindestens erbringen?
 - f) Wie weit von der Strahlöffnung entfernt trifft der Wasserstrahl wieder auf den Boden, wenn der Strahl mit der Geschwindigkeit v_0 nicht senkrecht ausströmt, sondern unter einem Winkel von 30° zur Senkrechten? Welche Art von Bahnkurve beschreibt der Wasserstrahl?

3. Jemand lässt eine mit der Frequenz $\nu_0 = 440$ Hz schwingende Stimmgabel in einen tiefen Brunnenschacht fallen. Welche Strecke s hat die Stimmgabel zurückgelegt, wenn oben am Brunnenrand ein Ton der Frequenz $\nu = 400$ Hz wahrgenommen wird? Wie nennt man diesen Effekt? Beschreiben Sie kurz, worauf er zurückzuführen ist.
 Zahlenwerte: $c_{Schall,Luft} = 340$ m/s

4. Eine Messingkugel hat bei der Temperatur T_1 den Durchmesser d_1 .
 - a) Auf welche Temperatur T_2 muss sie mindestens erwärmt werden, damit sie in einem Ring mit dem festen Durchmesser d_2 stecken bleibt?
 - b) Welche Energie ist für die Erwärmung der Kugel notwendig?
 - c) Wie lange dauert der Heizvorgang, wenn man eine elektrische Heizung der Leistung $P = 15$ W zur Verfügung hat? Vernachlässigen Sie dabei Wärmeverluste.
 - d) Berechnen Sie die prozentuale Änderung des Kugelvolumens.
 Zahlenwerte: $T_1 = 20^\circ\text{C}$; $d_1 = 20,00$ mm; $d_2 = 20,03$ mm; $\alpha_{Messing} = 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $c_{Messing} = 0,38$ J/gK; $\rho_{Messing} = 8,5$ g/cm³

5. Eine feste Menge eines idealen Gases durchlaufe einen dreistufigen, reversiblen Kreisprozess.

Schritt 1: isotherme Expansion von (p_1, V_1, T_1) nach (p_2, V_2, T_2) ;
 Schritt 2: isobare Kompression von (p_2, V_2, T_2) nach (p_3, V_3, T_3) ;
 Schritt 3: isochor zurück von (p_3, V_3, T_3) nach (p_1, V_1, T_1) . Es sei $p_2 = 0,1 p_1$.

 - a) Skizzieren Sie den Prozess in einem pV -Diagramm.
 - b) Berechnen Sie T_2 , V_2 und T_3 aus den Anfangswerten (p_1, V_1, T_1) .
 - c) Berechnen Sie für die Schritte 1 bis 3 jeweils die am Gas bzw. vom Gas verrichtete Arbeit.
 - d) Berechnen Sie den Wirkungsgrad des Kreisprozesses, wenn dieser mit einem idealen zweiatomigen Gas geführt wird.

6. Gegeben sei eine elektrisch geladene Metallkugel mit dem Radius R und der Ladung $-Q$. Im Abstand d vom Kugelmittelpunkt befindet sich eine Punktladung $+Q$, wobei $d > R$.
 - a) Skizzieren Sie die Ladungsanordnung für $d = 3R$ und zeichnen Sie die Feldlinien (mit Richtung) sowie die Äquipotentiallinien ein.
 - b) Skizzieren Sie den Verlauf des Potentials $\varphi(r)$ längs der Verbindungslinie zwischen Kugelmittelpunkt und Punktladung.
 - c) Mit welcher Kraft ziehen sich Kugel und Punktladung an? Welche Arbeit muss man aufwenden, um die beiden Ladungen vom Abstand d aus vollständig bis ins Unendliche auseinander zu ziehen?

7. Ein Zug fährt mit einer Geschwindigkeit $v = 120 \text{ km/h}$ nach Süden über eine gerade Eisenbahnstrecke, deren Schienen einen Abstand d von $1,5 \text{ m}$ haben. Welche Spannung wird aufgrund der Flussdichte des Erdmagnetfeldes B zwischen den Schienen induziert, wenn $|B| = 4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ und die B -Richtung um 65° gegen die Vertikale geneigt ist?

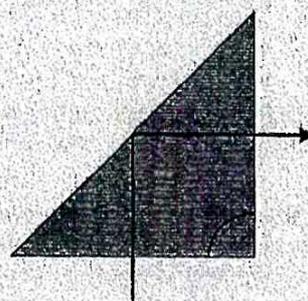
8. Die elektrische Feldstärke einer Lichtwelle lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$E(x,t) = 20 \text{ V/m} \cos(9 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1} \cdot t - 6 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \cdot x)$$

- Wie groß sind Schwingungsdauer T und Wellenlänge λ dieser Welle?
- Wie groß ist der Brechungsindex n des Mediums, in dem sich die Welle ausbreitet?
- Geben Sie die Intensität I der Lichtwelle an.
- Worin besteht der Unterschied zwischen Welle und Schwingung?

Zahlenwerte: $\mu_r \approx 1$

9. a) Ein rechtwinklig gleichschenkeliges Glasprisma stelle für den dargestellten Strahlengang einen idealen Spiegel dar (siehe Abbildung). Wie groß muss der Brechungsindex des Glases mindestens sein?
- Was versteht man unter Dispersion von Licht?
 - Skizzieren Sie einen geeigneten Strahlengang durch ein Prisma, bei dem man bei einem weißen Lichtstrahl Dispersion beobachten kann. Beschreiben und begründen Sie das beobachtete Phänomen.



10. Ein Elektron mit der Ruheenergie $E_0 = 0,511 \text{ MeV}$ bewege sich mit der Geschwindigkeit $v = 0,8 c$.
- Berechnen Sie aus der Ruheenergie die Ruhemasse m_0 des Elektrons.
 - Wie groß sind seine Masse $m(v)$, seine Gesamtenergie E_{ges} und seine kinetische Energie E_{kin} ?
 - Berechnen Sie die de-Broglie-Wellenlänge λ und den Impuls p des Elektrons?

Erdbeschleunigung	$g_E = 9,81 \text{ m/s}^2$
Universelle Gaskonstante	$R = 8,3 \text{ J/mol K}$
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
Magnet. Feldkonstante	$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$
Planck'sches Wirkungsquantum	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Ruhemasse des Elektrons	$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Elementarladung	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte	4	5	4	4	5	4	3	4	4	3

Aufgabe 1:**Newton und Kreisbewegung****a) Newtonsche Axiome**

- Inertenz:** Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmig, geradlinigen Bewegung, solange keine resultierende Kraft \vec{F} auf ihn einwirkt.
- Proportionalität:** $\vec{F} = m\vec{a}$ (allgemeiner: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$): Die Beschleunigung eines Körpers ist umgekehrt proportional zu seiner Masse und direkt proportional zur resultierenden Kraft, die auf ihn wirkt.
- Reaktionsprinzip:** **actio = reactio:** Übt ein Körper A eine Kraft auf Körper B aus, so übt Körper B eine betragsmäßig gleiche, aber entgegengesetzte Kraft auf A aus (Kräfte treten immer paarweise auf)

b) (i) $\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \dot{\vec{p}} = m\vec{v}$

(ii) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow L = r p = mrv$

(iii) $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$

(iv) $\omega = \frac{v}{r}$

c) $M = \dot{L} = \frac{d}{dt}(mrv) = \frac{d}{dt}(mr^2\omega) = 2mr\omega$

Aufgabe 2:**Springbrunnen**

a) Energieerhaltung: $\frac{m}{2} v_0^2 = mgh \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}$

Einsetzen: $v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50\text{m}} = 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) freier Fall aus der Höhe h : $h = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$T = 2t = \sqrt{\frac{8h}{g}}$

Einsetzen: $T = \sqrt{\frac{8 \cdot 50\text{m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 6,4\text{s}$

c) $V = A \cdot \ell = r^2 \pi \cdot v_0 t$

Einsetzen: $V = \left(\frac{0,15}{2}\right)^2 \text{m}^2 \cdot \pi \cdot 31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} = 0,55 \text{m}^3$

d) $E = \frac{m}{2} v_0^2 = mgh$

Einsetzen: $E = 1\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50\text{m} = 491\text{J}$

e) $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V g h}{\Delta t} = \frac{\rho r^2 \pi \cdot v_0 \Delta t g h}{\Delta t} = \rho r^2 \pi \cdot v_0 g h$

Einsetzen: $P = 0,27\text{MW}$

$$v_z = gt = v_0 \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \cos \alpha$$

$$d = v_x T = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot 2t = 2 \frac{v_0^2}{g} \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 2 \frac{2gh}{g} \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 4h \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

Einsetzen: $6,57 \text{ m}$

~~Ergebnis: $6,57 \text{ m}$~~

Aufgabe 3:

Brunnenschacht

Es handelt sich um den ~~Wellen~~ mit relativ zum Medium (Luft) *bewegter Quelle* (Stimmgabel). Dabei ändert sich die Wellenlänge λ durch die Bewegung des Senders: Die Flächen maximaler Auslenkung sind Kugeln, die durch die Bewegung des Senders nicht mehr konzentrisch sind. Dadurch hängt der Abstand dieser Flächen (die Wellenlänge) von der Richtung des Empfängers ab.

Berechnung der Fallgeschwindigkeit u der Stimmgabel aus der Frequenzänderung:

$$v' = \frac{v_0}{1 + u/c} \Rightarrow \frac{v_0}{v'} = 1 + \frac{u}{c}$$

Herleitung (nicht verlangt): $\lambda' = \lambda_0 + uT_0 = cT_0 + uT_0 = (c+u)T_0 = (c+u)/v_0$

$$v' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{cv_0}{c+u} = \frac{v_0}{1+u/c}$$

$$u = c \left(\frac{v_0}{v'} - 1 \right) = 34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Fallzeit der Stimmgabel zum Erreichen dieser Fallgeschwindigkeit:

$$t_1 = \frac{u}{g} = 3,47 \text{ s}$$

Fallweg der Stimmgabel in dieser Zeit:

$$s_1 = \frac{g}{2} t_1^2 = 58,9 \text{ m}$$

Zeit, die Schall für den Rückweg aus dieser Tiefe zum Beobachter benötigt:

$$t_{\text{schall}} = \frac{s_1}{c} = 0,173 \text{ s}$$

Tiefe der Stimmgabel beim Hören des Tons:

$$s_2 = \frac{g}{2} (t_1 + t_{\text{schall}})^2 = 65 \text{ m}$$

Aufgabe 4:

Messingkugel

$$\text{a) } d_2 = d_1(1 + \alpha)\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot \alpha}$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot \alpha}$$

$$\text{Einsetzen: } \Delta T = \frac{0,03 \text{ mm}}{20 \text{ mm} \cdot 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}} = 78,95 \text{ K} \Rightarrow T_2 = 92,95^\circ \text{C}$$

$$\text{b) } \Delta Q = c_{\text{Messing}} m \Delta T = c_{\text{Messing}} \rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^3 \Delta T$$

$$\text{Einsetzen: } \Delta Q = 0,38 \frac{\text{J}}{\text{gK}} \cdot 8,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1 \text{ cm}^3 \cdot 78,95 \text{ K} = 107 \text{ J}$$

$$\text{c) } \Delta t = \frac{\Delta Q}{P}$$

$$\text{Einsetzen: } \Delta t = \frac{107 \cdot 10^3 \text{ J}}{15 \text{ J/s}} = 713 \text{ s}$$

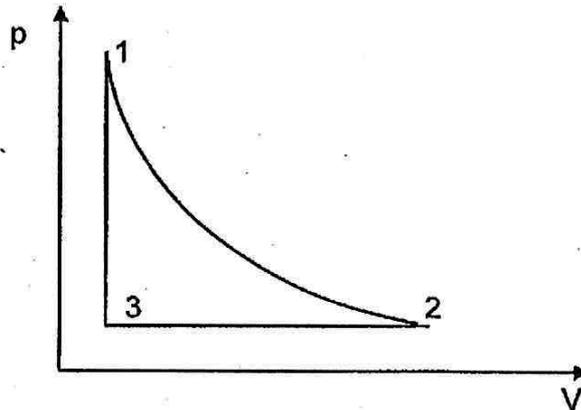
d) $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3$

Einsetzen: $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{20,03}{20,00}\right)^3 = 1,0045$

⇒ Das Kugelvolumen nimmt um 0,45% zu.

Aufgabe 5: Kreisprozess

a)



b) $T_2 = T_1$ da 1→2 isotherm

weiterhin $\Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = V_1 \frac{p_1}{0,1 p_1} = 10 V_1$

2→3 isobar $\Rightarrow p_3 = p_2 \Rightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2}$

wobei $V_3 = V_1$ (da 3→1 isochor). Mit $T_2 = T_1$ und $V_2 = 10 V_1$ (aus Isoth., s.o.)

$\Rightarrow T_3 = \frac{T_1}{10}$

c) $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} \, dV = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -nRT_1 \ln 10 = -p_1 V_1 \ln 10$

(<0, Gas verrichtet W)

$W_{23} = - \int_{V_2}^{V_3} p \, dV = -p_2 (V_3 - V_2) = -\frac{p_1}{10} (V_1 - 10V_1) = \frac{9}{10} p_1 V_1$ (>0, Umgebung verrichtet W)

$W_{31} = - \int_{V_3}^{V_1} p \, dV = 0$ da $V_1 = V_3$

d) Insgesamt wird Arbeit verrichtet (bereits aus dem Umlaufsinn des Diagramms zu erkennen: Stichwort Fläche unter der Kurve im pV-Diagramm!). Es handelt sich also um eine Wärme-

Kraftmaschine. Der Wirkungsgrad ist definiert als Quotient: $\eta_{\text{WKM}} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{|W_{\text{ges}}|}{Q_{\text{zugeführt}}}$

⇒ Arbeit (nach c): $W_{\text{ges}} = -p_1 V_1 \left(\ln 10 - \frac{9}{10} \right)$

⇒ Wärme:

$\Delta U_{12} = 0 \Rightarrow \Delta Q_{12} = -\Delta W_{12} = p_1 V_1 \ln 10$ (>0, Wärme zugeführt)

$(\Delta Q_{23} = n c_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} R (T_3 - T_1) = \frac{7}{2} n R T_1 (0,1 - 1) = \dots$ <0 Wärme wird abgegeben)

$$\Delta Q_{31} = n c_v (T_1 - T_3) = n \frac{5}{2} R T_1 (1 - 0,1) = \frac{9}{4} p_1 V_1 \quad (>0, \text{W\u00e4rme zugef\u00fchrt})$$

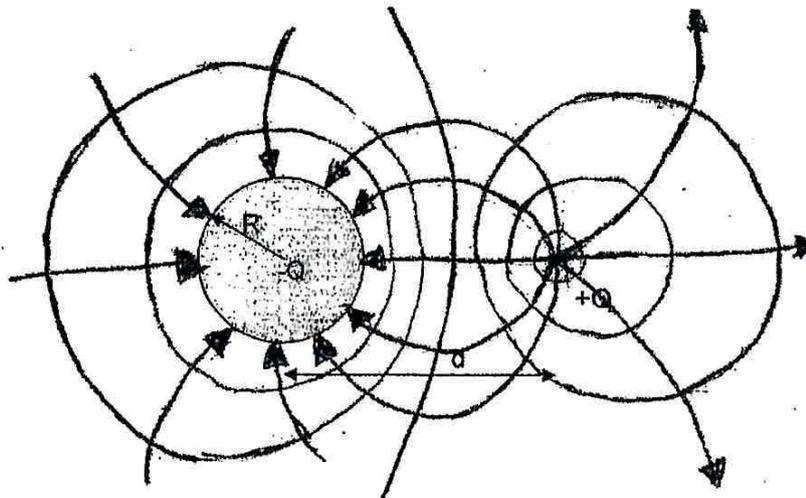
$$Q_{\text{zugef\u00fchrt}} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{31} = p_1 V_1 \left(\ln 10 + \frac{9}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W_{\text{ges}}}{Q_{\text{zugef\u00fchrt}}} = \frac{\ln 10 - \frac{9}{10}}{\ln 10 + \frac{9}{4}} \approx 0,31$$

Aufgabe 6:

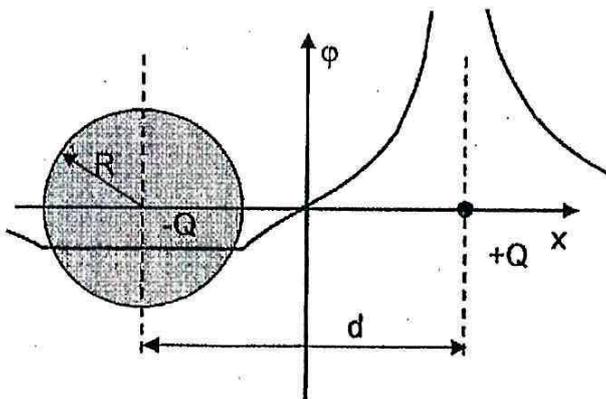
Ladungen

a) Feldlinien (gerichtet, mit Pfeilspitze) und \u00c4quipotentiallinien (ohne Pfeilspitze):



b) Kugelsymmetrie: Potential im Au\u00dfenraum der Kugel entspricht dem einer Punktladung:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$



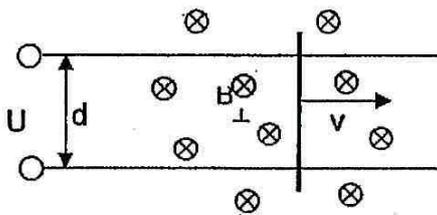
c)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2}$$

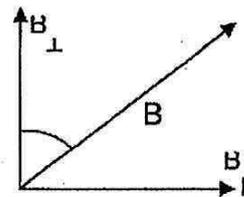
$$W = - \int_d^\infty F ds = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \int_d^\infty \frac{1}{d^2} ds = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$$

Aufgabe 7:

Induktion bei der Eisenbahn



Aufsicht



Seitenansicht

$$U_{\text{ind}} = -\dot{\Phi} = -\dot{B}A = -B_{\perp} d \cdot v = B \cos 65^{\circ} d v = 0,85 \text{ mV}$$

Aufgabe 8:

Elektromagnetische Wellen

elektrische Feldstärke einer Lichtwelle: $E(x, t) = E_0 \sin(\omega t - kx)$ (Wellenfkt.)

a) $\omega T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 6,98 \cdot 10^{-16} \text{ s} = 0,70 \text{ fs}$
 $k\lambda = 2\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}} = 1,05 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 105 \text{ nm}$

b) $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \frac{c_0}{c} = \frac{\omega_0}{\omega} = 2$

c) $I = \omega c = \left[\left\langle \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} E^2 \right\rangle + \left\langle \frac{\mu_0 \mu_r}{2} H^2 \right\rangle \right] c = 2 \cdot \left\langle \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} E^2 \right\rangle \cdot c = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} E_0^2 \cdot c = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} E_0^2 c = \frac{1}{2\mu_0 \mu_r} E_0^2 \frac{1}{c}$
 $= \frac{1}{2\mu_0 \mu_r} E_0^2 \frac{k}{\omega} = 106 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

oder

$$I = \frac{E_{\text{eff}} B_{\text{eff}}}{\mu_r \mu_0} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_r \mu_0} = \frac{E_0}{2\mu_r \mu_0} \frac{E_0}{c} = \frac{E_0^2}{2\mu_r \mu_0 c} = \frac{E_0^2}{2\mu_r \mu_0} \frac{k}{\omega} = 106 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \text{ wobei } \mu_r \approx 1$$

- d) **Die Wellenlänge ist die Strecke, die die Schwingung in einer Sekunde zurücklegt.** Mathematische Beschreibung einer Welle: $y(x, t) = y_0 \sin(\omega t - kx)$ (s. o.)
 Mathematische Beschreibung einer Schwingung: $y(t) = y_0 \sin(\omega t)$
 Welle: Transport von Schwingungsenergie.

Aufgabe 9:

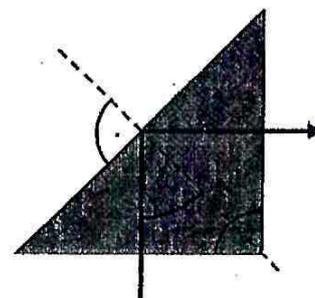
Prisma

- a) Es muss der Grenzwinkel α_{grenz} der Totalreflexion überschritten sein.

$$\text{Totalreflexion: } \frac{\sin \alpha_{\text{grenz}}}{\sin 90^{\circ}} = \sin \alpha_{\text{grenz}} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin \alpha_{\text{grenz}}}$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1}{\sin \alpha}$$

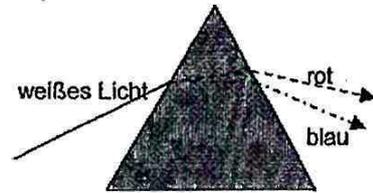
$$\text{Einsetzen: } \alpha = 45^{\circ} \Rightarrow n \geq \frac{1}{\sin 45^{\circ}} = 1,4$$



- b) Mit Dispersion bezeichnet man die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex n:



- c) Licht wird bei gezeigtem Strahlengang in seine Wellenlängen zerlegt, da $n=n(\lambda)$ und der Ablenkwinkel den das Licht durch das Prisma aufgrund der Lichtbrechung erfährt wiederum von n abhängt.



Aufgabe 10: relativistisches Elektron

$$a) \quad E_0 = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{511 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$b) \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1,5 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0,852 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{kin}} = E - E_0 = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = 0,341 \text{ MeV}$$

$$c) \quad p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{c^2} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0,687 \frac{\text{MeV}}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = 0,8 \text{ pm}$$