

## ExPhys - H2010

- Bei Nebel auf der Autobahn beträgt die Sichtweite 100 m. Die Reaktionszeit eines Fahrers sei 0,5 s, die Bremsverzögerung seines Autos  $5 \text{ m/s}^2$ .
  - Wie schnell darf das Auto höchstens fahren, wenn es vor einem stehenden Hindernis noch sicher zum Stehen gebracht werden soll?
  - Ein leichtsinniger Fahrer fährt trotz des Nebels 150 km/h schnell und kann daher nicht rechtzeitig bremsen. Wie lang muss die Knautschzone seines Autos sein, damit er angeschnallt den Aufprall überlebt? Es werde angenommen, dass die Verzögerung während des Aufpralls konstant ist und das Hindernis (praktisch) nicht nachgibt.

*Zahlenwerte:* Kritische Verzögerung während des Aufpralls  $30 g$ .  $g = \text{Erdbeschleunigung}$ .

- In einem Straßenbahnwagen ist eine Bleikugel der Masse  $m$  an einem masselosen Faden der Länge  $\ell$  aufgehängt. Berechnen Sie für die folgenden Fälle, unter welchem Winkel  $\alpha$  gegen die Vertikale sich der Faden in der Gleichgewichtslage stellt und welche Kraft dabei auf ihn wirkt,
  - während des Anfahrens mit geradliniger und gleichförmiger Beschleunigung. Dabei wird nach der Strecke  $s$  die Geschwindigkeit  $v_0$  erreicht.
  - während der Fahrt auf gerader Strecke mit gleichförmiger Geschwindigkeit.
  - während der Fahrt auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $r$  mit betragsmäßig konstanter Geschwindigkeit  $v_0$ .

*Zahlenwerte:*  $s = 70 \text{ m}$ ;  $v_0 = 50 \text{ km/h}$ ;  $m = 100 \text{ g}$ ;  $r = 50 \text{ m}$ .

- Ein Körper der Masse  $m$  sei an einer horizontalen Feder mit der Federkonstante  $D$  befestigt. Die Feder werde um  $s$  aus ihrer Ruhelage ausgelenkt und zum Zeitpunkt  $t = 0$  losgelassen.
  - Wie groß ist die Schwingungsfrequenz?
  - Wie groß ist die Schwingungsdauer?
  - Wie groß ist die höchste Geschwindigkeit und Beschleunigung?
  - Wann erfolgt der erste Durchgang durch die Ruhelage?
  - Wie ändern sich die in a) bis d) berechneten Größen jeweils, falls die Feder vertikal im Schwerfeld der Erde angeordnet ist?

*Zahlenwerte:*  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $D = 10 \text{ N/m}$ ;  $s = 10 \text{ cm}$ .

- Eine kreisförmige Kupferplatte vom Radius  $R$  und der Dicke  $d$  hat in der Mitte einen quadratischen Ausschnitt der Seitenlänge  $s$ . In diesem Ausschnitt liegt eine Kugel, deren Durchmesser  $2r$  etwas größer als  $s$  ist, solange Kugel und Platte die gleiche Temperatur haben.

Wie lange muss man die Platte mit einer elektrischen Heizung der Leistung  $P$  heizen, bis die Kugel durchfällt? Dabei möge die Erwärmung ohne Verluste erfolgen und die Temperatur der Kugel unverändert bleiben.

*Eigenschaften von Cu:* spezifische Wärme  $c = 0,4 \text{ Ws/gK}$ , Dichte  $\rho = 9 \text{ g/cm}^3$ , thermischer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

*Zahlenwerte:*  $R = 10 \text{ cm}$ ;  $d = 0,5 \text{ cm}$ ;  $s = 10 \text{ cm}$ ;  $r = 5,01 \text{ cm}$ ;  $P = 20 \text{ W}$ .

- Ein Reifen habe bei  $0^\circ\text{C}$  und einem Druck von 2,2 bar ein Volumen von  $0,2 \text{ m}^3$ . Nach einer Erwärmung auf  $40^\circ\text{C}$  ist der Druck im Reifen auf 2,3 bar angestiegen.
  - Wie groß ist das Volumen nach der Erwärmung?
  - Welche Stoffmenge und welche Masse hat die Luft im Autoreifen?
  - Welche Geschwindigkeit  $v_{\text{rms}}$  haben die Stickstoffmoleküle  $\text{N}_2$  nach der Erwärmung?

Die Luft werde als ideales Gas behandelt und besteht im Verhältnis 4:1 aus Stickstoff und Sauerstoff. Molmassen von Stickstoff und Sauerstoff:  $m_{\text{molar, Stickstoff}} = 28 \text{ g/mol}$ ;  $m_{\text{molar, Sauerstoff}} = 32 \text{ g/mol}$ .

- Eine dickwandige metallische Hohlkugel mit dem Innenradius  $r_i$  und dem Außenradius  $r_a$  trägt die Ladung  $Q_K = 2q$ . Im Zentrum der Kugel befindet sich eine Punktladung  $Q_P = -q$ .
  - Skizzieren Sie ein Feldlinienbild.
  - Welchen Verlauf hat die elektrische Feldstärke  $E$  als Funktion der Entfernung  $r$  vom Mittelpunkt der Kugel für  $0 < r < \infty$ ? Skizzieren Sie die Funktion  $E(r)$ .
  - Wie groß ist die Feldstärke  $E$  an der inneren bzw. der äußeren Oberfläche der Kugel und in welche Richtung zeigt sie jeweils?

## ExPhys - H2010

7. a) Berechnen Sie die Gravitationskraft  $F_{\text{grav}}$  zwischen Elektron und Proton eines Wasserstoffatoms (Abstand  $r = a_{\text{Bohr}}$ ) und die elektrostatische Kraft  $F_{\text{el}}$  zwischen den beiden geladenen Teilchen und vergleichen Sie die beiden Kräfte.  
 b) Mit welcher Kreisfrequenz  $\omega$  muss das Elektron im Kräftegleichgewicht auf einer Kreisbahn mit  $r = a_{\text{Bohr}}$  um den Kern laufen?
8. Ein Strahl einfach ionisierter Ionen der Geschwindigkeit  $v = 8 \cdot 10^4$  m/s tritt senkrecht in ein Magnetfeld  $B = 0,5$  Vs/m<sup>2</sup> ein. Nach Umlenkung um 180° treffen die Ionen auf eine Photoplatte auf.  
 a) Welche Art von Bahnkurve durchlaufen die Ionen im Magnetfeld?  
 b) In welchem Abstand voneinander treffen die Ionen  $^{16}\text{O}^+$  und  $^{18}\text{O}^+$  auf?  
 c) In welchem Abstand voneinander treffen die Ionen  $^{35}\text{Cl}^+$  und  $^{37}\text{Cl}^+$  auf?
9. Laser sind als kohärente Lichtquellen von großer technischer Bedeutung.  
 a) Wofür steht die Abkürzung LASER?  
 b) Beschreiben Sie Aufbau und Funktionsweise eines Lasers detailliert anhand einer Skizze.  
 c) Erklären Sie anhand einer Skizze Aufbau und Funktionsweise eines Fabry-Perot-Interferometers. Welche Funktion hat es im Laser?
10. Beim radioaktiven Zerfall unterscheidet man verschiedene Zerfallsprozesse.  
 a) Was genau geschieht beim sogenannten  $\alpha$ -Zerfall?  
 b) Was geschieht beim  $\beta$ -Zerfall?  
 c) Was geschieht beim  $\gamma$ -Zerfall?  
 d) Wie lautet das Zerfallsgesetz? Geben Sie die Formel an und benennen Sie alle darin auftretenden Größen.

Erdbeschleunigung	$g = 9,81$ m/s <sup>2</sup>		
Universelle Gaskonstante	$R = 8,3$ J/mol K		
Gravitationskonstante	$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>	Elementarladung	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As
Ruhemasse des Elektrons	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg	Ruhemasse des Elektrons	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg
Ruhemasse des Protons	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg	Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm	Magnet. Feldkonstante	$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am
Bohrscher Radius	$a_{\text{Bohr}} = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m	Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c = 3 \cdot 10^8$ m/s
Elementarladung	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As	Gravitationskonstante	$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>
Avogadro-Konstante	$N_A = 6 \cdot 10^{23}$ /mol		

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

## Lösungen zur Klausur

### Aufgabe 1:

Sichtweite  $s_0 = 100$  m, Reaktionszeit  $t_R = 0,5$  s, Bremsverzögerung  $a = 0,5$  m/s<sup>2</sup>

a) Abbremsstrecke  $s_1$ :  $v_1 = \frac{s_1}{t_R}$   
 $s_1 = s_0 - s_R = s_0 - v_1 t_R$

Für beschleunigte Bewegung gilt:

$$v = \sqrt{2as_1} = \sqrt{2a(s_0 - v_1 t_R)}$$

$$\Rightarrow v_1 = -at_R + \sqrt{a^2 t_R^2 + 2as_0} = 29,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 105 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Abbremsstrecke  $s_2$ :

$$s_2 = s_0 - v_2 \Delta t s$$

$$s_2 = v_2 t_{\text{crash}} - \frac{a}{2} t_{\text{crash}}^2 \Rightarrow t_{\text{crash}} = \frac{1}{a} (v_2 + \sqrt{v_2^2 - 2as_2})$$

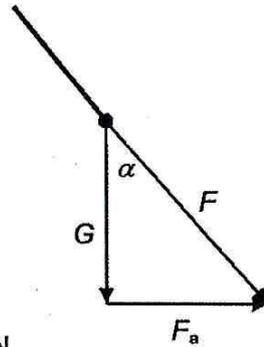
$$= v_2 - v_2 - \sqrt{v_2^2 - 2as_2} = -\sqrt{v_2^2 - 2as_2}$$

$$v_{\text{crash}} = v_2 - at_{\text{crash}} \quad v_{\text{crash}} = \sqrt{2as_{\text{knautsch}}} \Rightarrow s_{\text{knautsch}} = \frac{v_{\text{crash}}^2}{2a_{\text{kritisch}}} = \frac{v_2^2 - 2as_2}{2 \cdot 30g} = \frac{v_2^2 - 2a(s_0 - v_2 \Delta t)}{2 \cdot 30g}$$

$$\Rightarrow \underline{s_{\text{knautsch}} = 1,60 \text{ m}}$$

## Aufgabe 2:

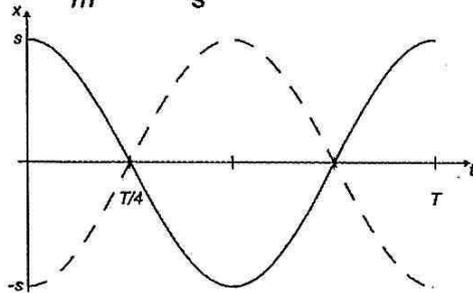
- a)  $v_0 = \sqrt{2as} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s}$   
 $\tan \alpha = \frac{F_a}{G} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{v_0^2}{2sg} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{v_0^2}{2sg} = 8,0^\circ$   
 $F = \frac{G}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} = 0,991 \text{ N}$
- b)  $F_a = 0 \Rightarrow \alpha = 0$   
 $F = G = mg = 0,981 \text{ N}$
- c)  $a_{\text{rad}} = \frac{v_0^2}{r} = 3,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $F_{\text{rad}} = ma_{\text{rad}} = 0,39 \text{ N}$   
 $\tan \alpha = \frac{F_{\text{rad}}}{G} = \frac{ma_{\text{rad}}}{mg} = \frac{a_{\text{rad}}}{g} \Rightarrow \alpha = 21,5^\circ$ ,  $F = \frac{G}{\cos \alpha} = 1,05 \text{ N}$



## Aufgabe 3:

- a)  $\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} = 0,36 \text{ Hz}$
- b)  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,36 \text{ Hz}} = 2,8 \text{ s}$
- c)  $E = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} D x_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} D s^2 \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{D}{m} s^2} = s \sqrt{\frac{D}{m}} = 0,244 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
 $F = Dx = ma \Rightarrow a_{\text{max}} = \frac{D}{m} x_{\text{max}} = \frac{D}{m} s = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- d)  $t = t_0 + \frac{T}{4} = \frac{T}{4} = 0,7 \text{ s}$  mit  $t_0 = 0$
- e) Keine Änderung!

$$F_{\text{res}} = Dx + G = D \left( x + \frac{G}{D} \right) = m \ddot{x}'$$



## Aufgabe 4:

Wärmeausdehnung:  $\frac{\Delta s}{s} = \alpha \Delta T$

Kugel fällt durch, wenn Wärmeausdehnung Ausschnitt von Platte so groß wie Kugeldurchmesser werden lässt:

$$\Delta s = \alpha \Delta T s = 2r - s \Rightarrow \Delta T = \frac{2r - s}{\alpha s}$$

$$\Delta Q = c \frac{m}{\rho V} \Delta T = c \rho \frac{V}{(\pi R^2 - s^2)d} \Delta T = c \rho (\pi R^2 - s^2) d \frac{\Delta T}{2r - s} = c \rho (\pi R^2 - s^2) d \frac{2r - s}{\alpha s} = P \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{c \rho (\pi R^2 - s^2) d (2r - s)}{P \alpha s} = 2268 \text{ s}$$

## Aufgabe 5:

- a) ideale Gasgleichung:  $pV = nRT$   
 $n = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} \Rightarrow V = \frac{p_0 V_0 T}{p T_0} = 0,219 \text{ m}^3$

b)  $n = \frac{p_0 V_0}{RT_0} = 19,41 \text{ mol}$

$$m = n \left( \frac{4}{5} m_{\text{molar}, \text{N}_2} + \frac{1}{5} m_{\text{molar}, \text{O}_2} \right) = \frac{2 p_0 V_0}{5 RT_0} (4 m_{\text{molar}, \text{N}_2} + m_{\text{molar}, \text{O}_2}) = 574 \text{ g}$$

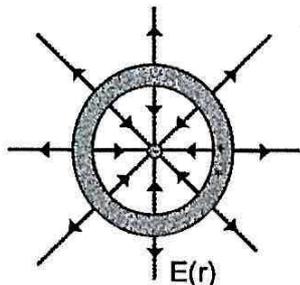
- c) Drei Freiheitsgrade der Translation:

$$\frac{1}{2} m_{\text{N}_2} v_{\text{rms}}^2 = \frac{3}{2} kT \quad | \cdot N_A$$

$$\frac{1}{2} m_{\text{molar}, \text{N}_2} v_{\text{rms}}^2 = \frac{m_{\text{molar}, \text{N}_2}}{2} v_{\text{rms}}^2 = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT \Rightarrow v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_{\text{molar}, \text{N}_2}}} = 528 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1900 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

# Aufgabe 6:

a) Kugelsymmetrie:  $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$



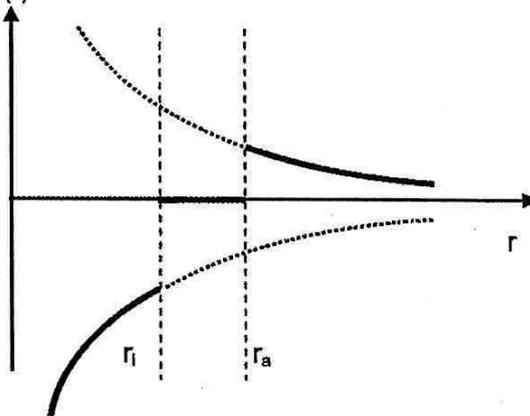
b) Gauß  $\Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

Innenraum:  $Q = -q$

Außenraum:  $Q = -q + 2q = +q$

Metall:  $E = 0$ ; Influenzladungen schirmen Felder ab.

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} & \text{für } r < r_i \\ 0 & \text{für } r_i < r < r_a \\ +\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} & \text{für } r > r_a \end{cases}$$



c) Innere Oberfläche:

$$E(r_i - \delta) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_i^2}, \text{ } E \text{ zeigt nach innen}$$

Äußere Oberfläche:

$$E(r_a + \delta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_a^2}, \text{ } E \text{ zeigt nach außen}$$

# Aufgabe 7:

a)  $F_{\text{grav}} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = -\gamma \frac{m_e m_p}{a_{\text{Bohr}}^2}$

$$6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$\text{Einsetzen: } F_{\text{grav}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}}{(5,3 \cdot 10^{-11} \text{m})^2} = -3,61 \cdot 10^{-47} \text{N}$$

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{a_{\text{Bohr}}^2}$$

$$\text{Einsetzen: } F_{\text{el}} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{As})^2}{4\pi \cdot 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (5,3 \cdot 10^{-11} \text{m})^2} = -8,15 \cdot 10^{-8} \text{N}$$

$$\frac{F_{\text{grav}}}{F_{\text{el}}} = \frac{-3,61 \cdot 10^{-47} \text{N}}{-8,15 \cdot 10^{-8} \text{N}} = 4,44 \cdot 10^{-40}$$

b)  $F_z = m r \omega^2 = |F_{\text{el}}|$

$$\omega = \sqrt{\frac{|F_{\text{el}}|}{m_e a_{\text{Bohr}}}}$$

$$\text{Einsetzen: } \omega = \sqrt{\frac{8,15 \cdot 10^{-8} \text{N}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} \text{m}}} = 4,11 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{s}}$$

# Aufgabe 8:

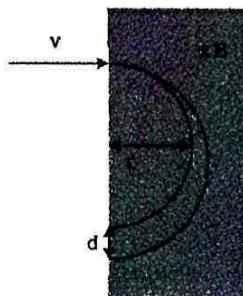
$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_L = F_z \Rightarrow evB = \frac{m}{r} v^2 \Rightarrow r = \frac{m v}{e B} = \frac{M v}{e N_A B}$$

a) Die Ionen durchlaufen im Magnetfeld eine Kreisbahn.

b)  $d = 2\Delta r = \frac{2}{e N_A B} v \Delta M = 0,33 \text{cm} \cdot \Delta M = 0,66 \text{cm}$

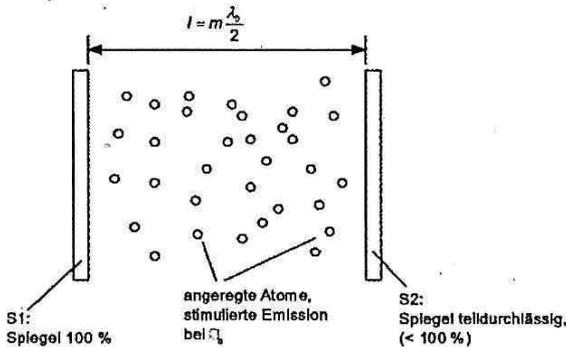
c)  $d = 0,66 \text{cm}$



## Aufgabe 9:

a) LASER = Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

b)



1. Fabry-Perot-Interferometer als Laser-Resonator

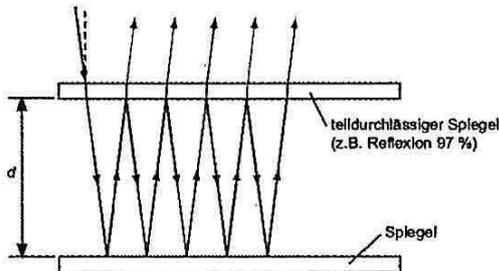
2. Wegen  $l = m \frac{\lambda_0}{2}$  stehende Lichtwelle im Resonator möglich.

3. Im Resonator angeregte Atome die mit  $\lambda = \lambda_0$  emittieren können.  
4. Stehende Welle im Resonator regt Atome zu phasensynchroner Emission ihrer Energie als elektromagnetische Welle an (stimulierte Emission)

⇒ Verstärkung der stehenden Welle im Resonator

5. Auskoppeln eines kleinen Teils der stehenden Welle über S2:  
⇒ Laserstrahlung (kohärent, monochromatisch, parallel)

c)



Das Fabry-Perot-Interferometer besteht aus zwei Spiegeln im Abstand  $d$  zueinander, wobei mindestens einer davon teildurchlässig ist und bildet einen optischen Resonator. Das Transmissionsspektrum zeigt Maxima bei Wellenlängen, die die Interferenzbedingung  $2d = n \lambda$  (senkrechter Einfall) erfüllen.

Im Laser wird das Fabry-Perot-Interferometer als Laser-Resonator eingesetzt.

## Aufgabe 10:

a)  $\alpha$ -Zerfall: Emission eines  $\alpha$ -Teilchens (He-Kerns) der Massenzahl  $A = 4$  und der Ordnungszahl  $Z = 2$  aus dem Atomkern via Tunneleffekt.

$\alpha$ -Teilchen:  ${}^4_2\text{He}^{2+} = 2 \text{ Protonen} + 2 \text{ Neutronen}$

Die Ordnungszahl nimmt um zwei ab:  $Z \rightarrow Z - 2$

Die Massenzahl nimmt um vier ab:  $M \rightarrow M - 4$

b)  $\beta$ -Zerfall: Emission eines  $e^-$  ( $\beta$ -Teilchen) aus dem Atomkern.

Die Massenzahl bleibt gleich:  $\Delta M = 0$ .

Die Ordnungszahl nimmt um eins zu:  $Z \rightarrow Z + 1$ .

Im Kern:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

c)  $\gamma$ -Zerfall: Emission eines Photons durch einen angeregten Atomkern.

Zerfallsgleichung:  ${}^M_Z X_N^* \rightarrow {}^M_Z X_N + \gamma$

d) Zerfallsgesetz:  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$N(t)$ : Zahl radioaktiver Kerne zur Zeit  $t$

$N_0$ : Zahl der Kerne zur Zeit  $t = 0$

$\lambda$ : Zerfallskonstante in  $\frac{1}{s}$

$t$ : Zeit in s