ExPhys - H2011

1. In dem Moment, im dem eine Ampel grün wird, fährt ein Auto mit konstanter Beschleunigung a los. Im gleichen Augenblick fährt ein Radfahrer mit der konstanten Geschwindigkeit v am Auto vorbei.
   a) Skizzieren Sie in je einem Diagramm $a(t)$, $v(t)$ und den zurückgelegten Weg $s(t)$ für das Auto und für das Fahrrad.
   b) Berechnen Sie, nach welcher Zeit und in welcher Entfernung von der Ampel das Auto den Radfahrer überholt.
   c) Wie schnell fährt das Auto beim Überholen des Radfahrers?
   d) Wie groß sind die Antriebskraft F und der Impuls p des Autos zu diesem Zeitpunkt?

   Zahlenwerte: $a = 1{,}5\ \mathrm{m/s^2}$; $v = 18\ \mathrm{km/h}$; $m = 1{,}3\cdot 10^3\ \mathrm{kg}$.

2. Ein mit einer vertikalen Feder an der Hörsaaldecke befestigter schwerer Block der Masse M schwinge mit einer Frequenz ν und einer Amplitude s. Wenn er seinen tiefsten Punkt erreicht hat, werde ein kleiner Kieselstein der Masse m auf ihn gelegt, der ohne Einfluss auf die Schwingung bleibt, d.h. $m \ll M$.
   a) Mit welcher Funktion $y(t)$ lässt sich die Bewegung des Blocks als Funktion der Zeit beschreiben? Benennen Sie dabei alle in der Funktion auftretenden Größen.
   b) Bei welcher Auslenkung aus der Gleichgewichtslage des Blocks verliert der Kieselstein seinen Kontakt zum Block?
   c) Mit welcher Geschwindigkeit relativ zum Laborsystem verlässt der Kieselstein den Block?
   d) Welche maximale Höhe über der Gleichgewichtslage des Blocks erreicht der Kieselstein dabei?

   Zahlenwerte: $\nu = 4\ \mathrm{Hz}$; $s = 7\ \mathrm{cm}$

3. Drehimpuls
   a) Wie ist der Drehimpuls definiert? Geben Sie die entsprechende Formel an und benennen Sie alle darin auftretenden Größen.
   b) Wie groß ist das Trägheitsmoment eines dünnwandigen Hohlzylinders mit der Masse m, der Länge L und dem Radius r bei Rotation um seine Längsachse?
   c) Wie groß ist sein Drehimpuls bei einer Rotation mit Winkelgeschwindigkeit ω?
   d) Berechnen Sie für diesen Fall auch die kinetische Energie der Rotation.
   e) Wie ändern sich Trägheitsmoment und kinetische Energie der Rotation, wenn man den Radius des Hohlzylinders bei gleicher Masse verdoppelt?
   f) Wie ändern sich Trägheitsmoment und kinetische Energie der Rotation, wenn man die Masse des Hohlzylinders bei gleichem Radius verdoppelt?

   Zahlenwerte: $m = 2{,}7\ \mathrm{kg}$; $r = 15\ \mathrm{cm}$; $L = 70\ \mathrm{cm}$; $\omega = 6{,}28\ \mathrm{s^{-1}}$.

4. Ein Eisblock der Masse m und der Temperatur T_1 wird zum Zeitpunkt t_0 aus dem Gefrierfach entnommen und in einem Mikrowellenherd der Leistung P erwärmt.
   a) Skizzieren Sie den Temperaturverlauf in einem $T(t)$-Diagramm.
   b) Nach welcher Zeit ist das ganze Eis geschmolzen?
   c) Welche Energie wird für die Erwärmung von T_1 auf T_2 benötigt? Die Wärmekapazität des Gefäßes werde vernachlässigt.

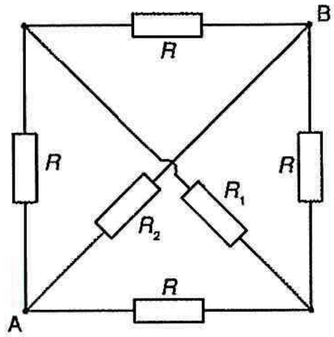
   Zahlenwerte: $m = 120\ \mathrm{g}$; $T_1 = -25\ \mathrm{°C}$; $T_2 = +25\ \mathrm{°C}$; $P = 80\ \mathrm{W}$.
   Spezifische Wärme von Eis: $c_E = 2{,}1\ \mathrm{J/gK}$; spezifische Wärme von Wasser: $c_W = 4{,}2\ \mathrm{J/gK}$;
   spezifische Schmelzwärme von Eis: $c_s = 330\ \mathrm{J/g}$.

5. In einer Druckflasche mit dem Volumen V ist bei der Temperatur T molekularer Wasserstoff H_2 der Masse m eingeschlossen.
   a) Welche mittlere Geschwindigkeit v_{rms} haben die Moleküle?
   b) Wie viele H_2-Moleküle sind in der Flasche und wie groß ist die im Gas gespeicherte Wärmeenergie?
   c) Welcher Druck p wirkt auf die Flaschenwand?

   Zahlenwerte: $V = 0{,}1\ \mathrm{m^3}$; $T = 290\ \mathrm{K}$; $m = 3\ \mathrm{g}$; Molmasse von H_2: $M_{H_2} = 2\ \mathrm{g/mol}$.

ExPhys - H2011

6. Aus ohmschen Widerständen sei nebenstehendes Widerstandsnetzwerk aufgebaut. Alle Widerstände R, R_1 und R_2 haben jeweils den Wert 100 Ω.
   a) Wie groß ist der ohmsche Widerstand zwischen den Punkten A und B?
   b) Wie groß ist die elektrische Leistung, die an diesem Widerstandsnetzwerk dissipiert wird, wenn nun zwischen A und B eine elektrische Spannung von 10 V angelegt wird?
   c) Wie ändert sich der Widerstand zwischen A und B, wenn der Widerstand R_1 entfernt wird?
   d) Wie ändert sich der Widerstand zwischen A und B, wenn der Widerstand R_2 entfernt wird?
   e) Wie ändert sich der Widerstand zwischen A und B, wenn sowohl R_1 als auch R_2 entfernt wird?
   f) Wie lauten die Kirchhoff´schen Gesetze?



7. Zwei kleine Metallkugeln vom Radius r befinden sich im Abstand d (Abstand der Kugelmittelpunkte) voneinander, wobei $d > 2r$ ist. Auf den Kugeln befinden sich die Ladungen $+Q$ bzw. $-Q$.
   a) Skizzieren Sie den Verlauf des Potentials $\Phi(r)$ längs der Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Kugeln.
   b) Welche Spannung U kann man zwischen den Kugeln messen?
   c) Mit welcher Kraft F ziehen sich die Kugeln an? Welche Arbeit muss man aufwenden, um die Kugeln vom Abstand d aus vollständig auseinander zu ziehen?

8. a) Wie lautet das Induktionsgesetz? Benennen Sie alle darin auftretenden Größen.
   b) Ein Zug fährt mit einer Geschwindigkeit $v = 120$ km/h nach Süden über eine gerade Eisenbahnstrecke, deren Schienen einen Abstand d von 1,5 m haben. Welche Spannung wird aufgrund der Flussdichte des Erdmagnetfeldes B zwischen den Schienen induziert, wenn $|B| = 4 \cdot 10^{-5}$ T und die B-Richtung um 65° gegen die Vertikale geneigt ist?

9. Ein Argon-Ionen-Laser emittiere Licht der Wellenlänge $\lambda = 514$ nm. Die emittierte Lichtleistung des Lasers betrage 100 mW.
   a) Wofür steht die Abkürzung LASER?
   b) Wodurch unterscheidet sich Laserstrahlung vom Licht einer Glühlampe? Nennen Sie drei typische Merkmale.
   c) Wie groß ist die Frequenz ν des Lichtes, das der oben genannte Laser emittiert?
   d) Wie groß sind Energie, Masse und Impuls der von diesem Laser emittierten Photonen?
   e) Wieviele Photonen verlassen bei der genannten Lichtleistung je Sekunde den Laser?

10. Das Uran-Isotop $^{235}_{92}U$ geht mit einer Halbwertszeit $T_{1/2} = 7 \cdot 10^8$ Jahre durch α-Zerfall in den Folgekern Thorium (Th) über.
   a) Wie groß sind Ordnungszahl und Massenzahl des Folgekerns?
   b) Die kinetische Energie des emittierten α-Teilchens beträgt 4,7 MeV. Wie groß ist die Rückstoßenergie des Folgekerns?
   c) Nach welcher Zeit ist die Aktivität |dN/dt| auf 40 % des ursprünglichen Wertes abgesunken?

Erdbeschleunigung	g =	9,81 m/s²	Universelle Gaskonstante	R =	8,3 J/mol K
Avogadro-Konstante	N_A =	$6{,}02 \cdot 10^{23}$/mol	Boltzmann-Konstante	k_B =	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Vakuumlichtgeschwindigkeit	c =	$3{,}0 \cdot 10^8$ m/s	Plancksches Wirkungsquantum	h =	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js

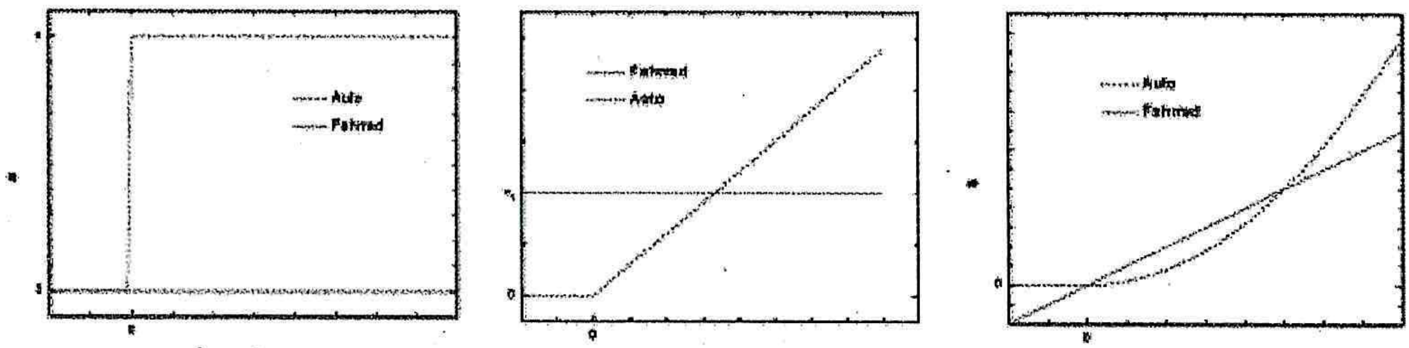
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punkte	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

ExPhys - H2011

Lösungen zur Klausurprüfung

Aufgabe 1: *Fahrrad gegen Auto*

a) a(t) v(t) s(t)



b) Überholen bedeutet, dass der vom Fahrrad (F) zurückgelegte Weg (s_F) dem vom Auto (A) zurückgelegten Weg (s_A) entspricht: $s_F = s_A$

Der Zeitpunkt, zu dem die Ampel umschaltet, sei $t = 0$, der des Überholvorgangs $t_Ü$. Dann ergibt sich:

$$s_F = v_F\, t_Ü = \frac{1}{2} a t_Ü^{\,2} = s_A \qquad t_Ü = \frac{2v_F}{a} = 6{,}7\,\text{s} \qquad s = s_F = s_A = v_F\, t_Ü = 33\,\text{m}$$

c) $$v_A = a t_Ü = a\frac{2v_F}{a} = 2v_F = 36\,\text{km/h}$$

d) $$F_{\text{Auto, Überhol}} = m_{\text{Auto}} a_{\text{Auto}} = 1300\ \text{kg}\ 1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1950\ \text{N}$$

$$p_{\text{Auto, Überhol}} = m_{\text{Auto}} v_{\text{Auto, Überhol}} = 1300\ \text{kg}\ 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 46800\ \frac{\text{kg km}}{\text{h}} = 13000\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 2: *Schwingungen*

a) Harmonische Schwingung: $y(t) = s\cdot\cos(\omega t + \phi)$ s: Amplitude $\omega t + \phi$: Phase ω: Kreisfrequenz $\left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$

Der Stein verliert den Kontakt, wenn der Block durch die Feder eine Kraft nach unten erfährt. Dies ist gerade nach dem Durchgang durch die unbelastete Ruhelage der Feder der Fall.

$$F = Ma = -Dx_0 = Mg \Rightarrow \qquad x_0 = -\frac{Mg}{D}$$

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \qquad \Rightarrow \qquad D = (2\pi\nu)^2 M$$

$$x_0 = \frac{g}{(2\pi\nu)^2} = -\frac{9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{(2\pi)^2\, 16\frac{1}{\text{s}^2}} = -0{,}0155\,\text{m} = -1{,}5\,\text{cm}$$

Energiebetrachtung:

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Ds_{\max}^2 - \frac{1}{2}Ds_0^2 \ \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{D}{M}\left(s_{\max}^2 - s_0^2\right)} = 2\pi\nu\sqrt{s_{\max}^2 - s_0^2} = 2\pi 4\frac{1}{\text{s}}\sqrt{0{,}07^2\,\text{m}^2 - 0{,}0155^2\,\text{m}^2} = 1{,}72\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Energiebetrachtung:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \ \Rightarrow \qquad h = \frac{v_0^2}{2g} \quad \Rightarrow h_{\text{Kiesel}} = h - x_0 = \frac{v_0^2}{2g} - x_0 = 16{,}5\,\text{cm}$$

Aufgabe 3: *Drehimpuls*

a) $L = r \times p = mr \times v = \Theta\omega$ mit
L: Drehimpuls, r: Ortsvektor, v: Geschwindigkeit
m: Masse, Θ: Trägheitstensor (Trägheitsmoment)
p: Impuls, ω: Winkelgeschwindigkeit

b) $$\Theta_{\text{Hohlzylinder}} = \int r'^2 dm' = r^2\int dm' = mr^2 = 0{,}06075\ \text{kg m}^2 = 0{,}06\ \text{kg m}^2$$

c) $$L = \Theta_{\text{Hohlzylinder}}\,\vec{\omega} = mr^2\omega = 0{,}38\ \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

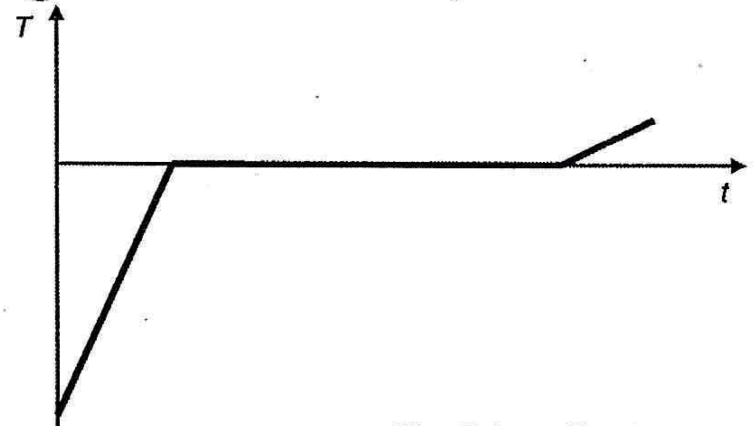
d) $E_{rot} = \frac{1}{2}\Theta_{\text{Hohlzylinder}}\,\omega^2 = 1{,}18\,\text{J}$ mit exaktem Zwischenergebnis aus b): $E_{rot} = 1{,}20\,\text{J}$

e) $\dfrac{\Theta_2}{\Theta_1} = \dfrac{m r_2^2}{m r_1^2} = \dfrac{m(2r_1)^2}{m r_1^2} = 4 \qquad \dfrac{E_{rot,2}}{E_{rot,1}} = \dfrac{\frac{1}{2}\Theta_2\,\omega^2}{\frac{1}{2}\Theta_1\,\omega^2} = \dfrac{\Theta_2}{\Theta_1} = 4$

f) $\dfrac{\Theta_2}{\Theta_1} = \dfrac{m_2\, r^2}{m_1\, r^2} = \dfrac{2m_1\, r^2}{m_1\, r^2} = 2 \qquad \dfrac{E_{rot,2}}{E_{rot,1}} = \dfrac{\frac{1}{2}\Theta_2\,\omega^2}{\frac{1}{2}\Theta_1\,\omega^2} = \dfrac{\Theta_2}{\Theta_1} = 2$

Aufgabe 4: *Temperatur und Wärmeenergie: Eisblock*

a)



$dQ = P\,dt \quad$ Steigungen: $dT = \dfrac{dQ}{C} = \dfrac{P\,dt}{c\,m} \Rightarrow \dfrac{dT}{dt} \propto \dfrac{1}{c}$

b) $\Delta t = \dfrac{\Delta Q}{P} = \dfrac{1}{P}\left(c_E m \Delta T_E + m c_S\right) = \dfrac{1}{80\,\text{W}}\left(2{,}1\dfrac{\text{W s}}{\text{gK}}\cdot 120\,\text{g}\cdot 25\,\text{K} + 120\,\text{g}\cdot 330\dfrac{\text{W s}}{\text{g}}\right) = 574\,\text{s}$

c) $\Delta Q = c_E m \Delta T_E + m c_S + c_W m \Delta T_W = 2{,}1\dfrac{\text{W s}}{\text{gK}}\cdot 120\,\text{g}\cdot 25\,\text{K} + 120\,\text{g}\cdot 330\dfrac{\text{W s}}{\text{g}} + 4{,}2\dfrac{\text{W s}}{\text{gK}}\cdot 120\,\text{g}\cdot 25\,\text{K} = 58{,}5\,\text{kJ}$

Aufgabe 5: *Druckflasche*

a) Moleküle haben 3 Freiheitsgrade der Translation

$$\frac{m}{2}v_{rms}^2 = \frac{3}{2}NkT \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{m_{molar}}{2}v_{rms}^2 = \frac{M_{H_2}}{2}v_{rms}^2 = \frac{3}{2}N_A kT = \frac{3}{2}RT$$

$$\Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{H_2}}} = \sqrt{\frac{3\cdot 8{,}3\dfrac{\text{J}}{\text{mol K}}\,290\,\text{K}}{0{,}002\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}} = 1900\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6840\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) $n = \dfrac{m}{M_{H_2}} \qquad N = nN_A = \dfrac{m}{M_{H_2}}N_A = \dfrac{0{,}003\,\text{kg}}{0{,}002\ \dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\ \dfrac{1}{\text{mol}} \approx 9\cdot 10^{23}$ Moleküle

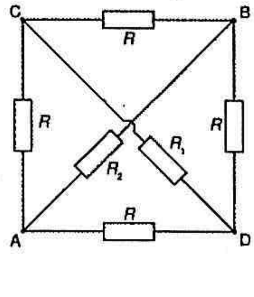
$$U = E_{trans} + E_{rot} = N\left(\frac{3}{2}kT + kT\right) = N\frac{f}{2}kT \qquad (f = 5,\ \text{da 2-atomiges Gas})$$

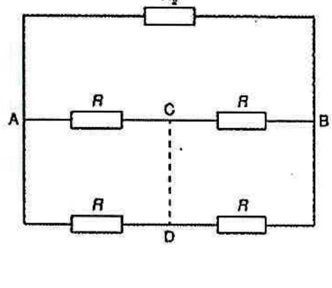
$$U = N\frac{5}{2}kT = n\frac{5}{2}RT = \frac{m}{M_{H_2}}\frac{5}{2}RT = \frac{3\,\text{g}}{2\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}}}\cdot\frac{5}{2}\cdot 8{,}3\cdot\frac{\text{J}}{\text{mol K}}\cdot 290\ \text{K} = 9{,}0\ \text{kJ}$$

c) $pV = nRT \quad \Rightarrow \quad p = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{m}{M_{H_2}}\dfrac{RT}{V} = \dfrac{3\ \text{g}}{2\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}}}\ \dfrac{8{,}3\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol K}}\,290\,\text{K}}{0{,}1\ \text{m}^3} = 36105\ \dfrac{\text{J}}{\text{m}^3} = 36{,}105\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 36{,}1\cdot 10^3\ \text{Pa}$

Aufgabe 6: *Ohmsche Widerstände*

a) Da $R = R_1 = R_2$ liegen die Punkte C und D auf gleichem Potential. Durch R_1 fließt kein Strom. Die Punkte C und D können zusammengefaßt werden, es ergibt sich das rechts dargestellte Ersatzschaltbild.





Widerstandsberechnung: $\frac{1}{R_{gesamt}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R+R} + \frac{1}{R+R} \overset{R_2=R}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R} \Rightarrow \quad R_{gesamt} = \frac{R}{2} = 50\ \Omega$

oder $\frac{1}{R_{gesamt}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1}} \overset{R_2=R}{=} \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{R^2}{2R}+\frac{R^2}{2R}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad R_{gesamt} = \frac{R}{2} = 50\ \Omega$

b) $P = UI \qquad R_{Netzwerk} = \frac{U}{I} \qquad \Rightarrow \qquad P = \frac{U^2}{R_{Netzwerk}} = \frac{100\ V^2}{50\ \Omega} = 2\ W$

c) Keine Änderung, da zwischen C und D gleiches Potential: kein Stromfluss durch R_1.

d) $\frac{1}{R_{gesamt\ ohne\ R_2}} = \frac{1}{R+R} + \frac{1}{R+R} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R} \qquad \Rightarrow \qquad R_{gesamt\ ohne\ R_2} = R = 100\ \Omega$

$\frac{1}{R_{gesamt\ ohne\ R_2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)^{-1}} = \frac{1}{\frac{R^2}{2R}+\frac{R^2}{2R}} = \frac{1}{R} \qquad \Rightarrow \qquad R_{gesamt\ ohne\ R_2} = R = 100\ \Omega$

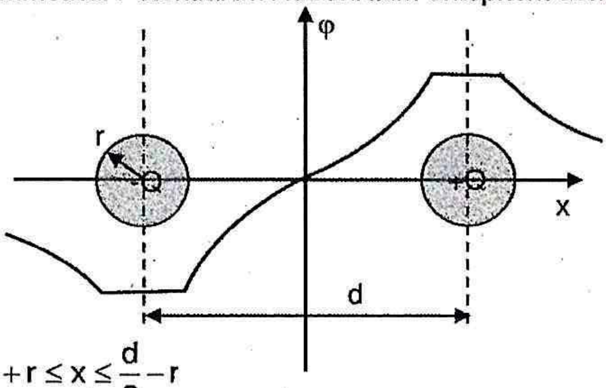
e) Identisch zu Teilaufgabe d, da durch R_1 kein Stromfluss.

f) Erstes Kirchhoff´sches Gesetz (oder Knotenregel): Die Summe aller Ströme an einem Knoten ist Null $\sum_i I_i = 0$

Zweites Kirchhoff´sches Gesetz (oder Maschenregel): Die Summe aller Spanunungen in einer Masche ist Null: $\sum_i U_i = 0$

Aufgabe 7: *Elektrostatik*

a) Kugelsymmetrie: Potential im Außenraum entspricht dem einer Punktladung: $\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$



b) Für $-\frac{d}{2} + r \le x \le \frac{d}{2} - r$

$$\varphi_\Sigma(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{\left|x-\frac{d}{2}\right|} - \frac{Q}{\left|x+\frac{d}{2}\right|}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\frac{d}{2}-x} - \frac{1}{\frac{d}{2}+x}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2x}{\frac{d^2}{4}-x^2}$$

$$U = \varphi_\Sigma\left(\frac{d}{2}-r\right) - \varphi_\Sigma\left(-\frac{d}{2}+r\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2(d-2r)}{dr-r^2} \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2}{r} \quad (d >> r)$$

c) $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{d^2} \qquad W = -\int_d^\infty F ds = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_d^\infty \frac{1}{d^2} ds = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$

Aufgabe 8: *Magnetische Induktion*

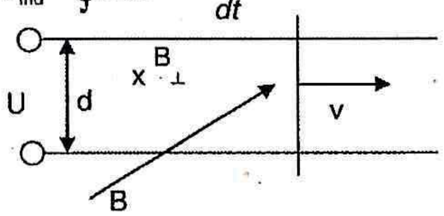
a) $U_{ind} = \oint \vec{E}\, d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$

U_{ind}: Induzierte Spannung

$\vec{E}$: E-Feld

$d\Phi$: Änderung des magnetischen Flusses

dt: infinitesimales Zeitintervall



$U_{ind} = -\dot{\Phi} = -B\dot{A} = -B_\perp d \cdot v = -B \cdot \cos 65° \cdot d \cdot v = -0{,}85\ \mathrm{mV}$

Aufgabe 9: *Laserpointer*

a) **LASER** – **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation
"Lichtverstärkung durch stimulierte Emission von Strahlung"

b) 1. Emission monochromatischer Strahlung
2. Hohe Parallelität der Strahlung
3. Große Kohärenzlänge.

c) $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{514 \cdot 10^{-9} \text{m}} = 5{,}84 \cdot 10^{14} \text{Hz}$

d) $E_{\text{Photon}} = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{Js} \frac{3 \cdot 10^8 \text{m/s}}{514 \cdot 10^{-9} \text{m}} = 3{,}87 \cdot 10^{-19} \text{J}$

$m_{\text{Photon}} = \frac{h}{\lambda c} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{Js}}{514 \cdot 10^{-9} \text{m} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{m/s}} = 4{,}30 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$

(Äquivalente Masse aus $E = mc^2$, aber Ruhemasse $m_0 = 0$)

$p_{\text{Photon}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{Js}}{514 \cdot 10^{-9} \text{m}} = 1{,}29 \cdot 10^{-27} \ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$

e) $P = 100 \text{ mW} = \frac{n E_{\text{Photon}}}{1 \text{ s}}$

$n = \frac{P \cdot t}{E_{\text{Photon}}} = 2{,}58 \cdot 10^{17}$

Aufgabe 10: *Halbwertszeit*

a) α-Zerfall: ΔA = -4, ΔZ = -2 $\Rightarrow {}^{235}_{92}\text{U} \to {}^{231}_{90}\text{Th} + {}^{4}_{2}\text{He}$ also Z = 90, A = 231

b) Impulserhaltung: $m_\alpha v_\alpha = m_{Th} v_{Th} \Rightarrow v_{Th} = \frac{m_\alpha}{m_{Th}} v_\alpha$ (1)

Rückstoßenergie des Th-Kerns mit (1):

$$E_{kin,Th} = \frac{m_{Th}}{2} v_{Th}^2 = \frac{m_{Th}}{2} \left(\frac{m_\alpha}{m_{Th}} \right)^2 v_\alpha^2 = \frac{m_\alpha}{m_{Th}} E_{kin,\alpha} \Rightarrow E_{kin,Th} = \frac{4}{231} \cdot 4{,}7 \text{MeV} = 0{,}081 \text{ MeV}$$

c) Zerfallsgesetz: $N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow$ Aktivität: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{dN}{dt}(t)}{\frac{dN}{dt}(t=0)} = \frac{\lambda N_0 e^{-\lambda t}}{\lambda N_0 \cdot 1} = e^{-\lambda t} = 0{,}4 \qquad \Rightarrow t = -\frac{\ln 0{,}4}{\lambda}$$

und mit der Halbwertszeit: $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$$\Rightarrow t = -\ln 0{,}4 \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \qquad \Rightarrow t = 9 \cdot 10^8 \text{ Jahre}$$