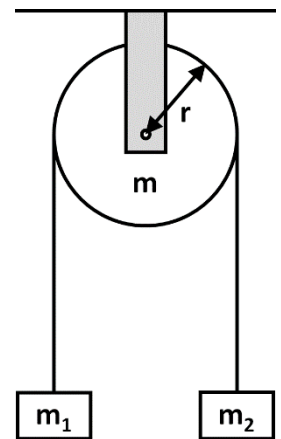


1. Ein Fußball der Masse m werde bei $x = 0$ im Abstand d von einem Tor vom Boden aus mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 so auf das Tor geschossen, dass er die Torlinie bei $x = d$ in einer Höhe $z = h$ horizontal passiert. Luftreibung und Größe des Balles werden vernachlässigt.
- Berechnen und skizzieren Sie die Funktion $z(x)$ für die Bahnkurve.
Welche Art von Bahnkurve durchläuft der Ball?
 - Welche Beträge haben (i) die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und (ii) die Geschwindigkeit v_T beim Passieren der Torlinie?
 - Welche als konstant angenommene Kraft erfährt der Tormann, wenn er den Ball auf der Torlinie während der Zeit Δt fängt?

Zahlenwerte: $d = 15,0$ m; $h = 2,00$ m; $m = 0,420$ kg; $\Delta t = 0,100$ s.

2. Über eine Umlenkrolle (homogene ebene Scheibe mit Radius r , Masse m) laufe ohne Schlupf ein nicht dehnbares Seil vernachlässigbarer Masse. An den herabhängenden Enden seien zwei Gewichte der Massen m_1 und m_2 angebracht und werden bei $t = 0$ losgelassen. Das Trägheitsmoment einer homogenen ebenen Scheibe bei Rotation um ihre Symmetrieachse beträgt $\theta = 0,5 \cdot m \cdot r^2$.



- Leiten Sie einen Ausdruck für die gesamte kinetische Energie des Systems als Funktion der Geschwindigkeit v der Gewichte her.
- Mit welcher Beschleunigung a setzen sich die Gewichte in Bewegung?
- Welche Kraft wirkt dabei auf die Aufhängung der Umlenkrolle?
- Welcher Bruchteil der gesamten kinetischen Energie entfällt auf die Rotationsenergie der Umlenkrolle?

Zahlenwerte: $r = 8,00$ cm; $m = 2,40$ kg; $m_1 = 0,100$ kg; $m_2 = 0,120$ kg.

3. Ein Schwungrad-Energiespeicher bestehe aus einer homogenen Stahlscheibe mit Radius r , Dicke d und Dichte ρ . Die Scheibe sei um eine zur Scheibenfläche senkrechte Achse durch den Massenschwerpunkt drehbar.
- Wie groß muss die Frequenz ν (Zahl der Umdrehungen pro Sekunde) sein, damit eine Rotationsenergie $E_{\text{kin}} = 1,00 \cdot 10^3$ kWh gespeichert ist? Wie groß ist dann der Drehimpuls L der Scheibe?
 - Die Scheibe werde mit konstanter Verzögerung in 100 s zum Stillstand gebracht. Welches Drehmoment M ist hierfür erforderlich und welche Leistung P_0 wird zu Beginn des Bremsvorganges abgegeben?

Zahlenwerte: $r = 3,00$ m; $d = 30,0$ cm; $\rho = 7,90$ g/cm³.

4. Ideale Gase

- Wie lauten die drei mikroskopischen Annahmen der kinetischen Gastheorie für ideale Gase?
- Um welchen Betrag erhöht sich die mittlere kinetische Energie der Translation pro Molekül (i) für das einatomige ideale Gas Helium (He) und (ii) für das zweiatomige ideale Gas Sauerstoff (O₂), wenn beide Gase jeweils von 0°C auf 30°C erwärmt werden?
- Welche mittlere Geschwindigkeit v_{rms} hat ein He-Atom bei einer Temperatur von 293 K? Würde ein He-Atom mit dieser Geschwindigkeit im Schwerfeld der Erde von der Erdoberfläche aus senkrecht nach oben fliegen ohne jegliche Stöße mit anderen Atomen und Molekülen – welche Höhe würde es dann erreichen? Betrachten Sie dabei die Erdbeschleunigung als konstant mit $g = 9,81$ m/s².
- Wie groß ist die spezifische molare Wärme (Wärmekapazität pro mol) bei konstantem Volumen für ein einatomiges und für ein zweiatomiges Gas? Welche Energie wird folglich jeweils benötigt, um 2 mol des jeweiligen Gases um 10°C zu erwärmen?

Zahlenwert: Molmasse von Helium $M_{\text{molar,He}} = 4,00$ g/mol.

5. Carnot'scher Kreisprozess

- Skizzieren Sie den Carnot-Prozess im pV -Diagramm. Benennen Sie die vier Teilprozesse und zeichnen Sie mit Pfeilen den Umlaufsinn für den Fall ein, dass die Carnot-Maschine als Wärmekraftmaschine arbeitet.
- Skizzieren Sie schematisch die relevanten Energieflüsse ΔQ_1 , ΔQ_2 und ΔW einer Wärmekraftmaschine in dem pV -Diagramm aus a) (jeweils mit Pfeilrichtung).
- Wie ist der Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine allgemein definiert?
- Drücken Sie den (idealen) Wirkungsgrad η_{Carnot} der reversibel arbeitenden Carnot-Maschine durch die Temperaturen T_1 und T_2 des wärmeren bzw. kälteren Reservoirs aus.
- Bei der Umkehrung des Umlaufsinn der Carnot-Wärmekraftmaschine erhält man eine Wärmepumpe bzw. eine Kältemaschine. Wie ist der Wirkungsgrad η in diesen beiden Fällen jeweils definiert? Wie groß ist der (ideale) Wirkungsgrad η für jeden dieser beiden Fälle, ausgedrückt durch die Temperaturen T_1 und T_2 des wärmeren bzw. kälteren Reservoirs?

6. Elastische Körper und Flüssigkeiten

- Wie lang darf ein Bleidraht konstanter Dicke höchstens sein, damit er bei vertikaler Aufhängung nicht unter seinem eigenen Gewicht zerreißt? Das Experiment werde in Luft durchgeführt und die Dichte der Luft sowie die Längenänderung des Drahtes durch sein Gewicht können bei Ihrer Rechnung vernachlässigt werden.
- Wie ändert sich das Ergebnis, wenn der Bleidraht nicht in Luft, sondern in Wasser aufgehängt wird? Erläutern Sie Ihre Rechnung zusätzlich kurz in Worten. Warum ist das Ergebnis anders als in a)?
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung? Benennen Sie in der Formel alle darin auftretenden Größen.
- An einen senkrecht an Luft (Dichte vernachlässigbar) herabhängenden Stahldraht der Länge $\ell = 5,00$ m mit kreisförmigem Querschnitt und Durchmesser $d = 1,00$ mm wird ein Gewicht der Masse $m = 1,00$ kg gehängt. Um welchen Wert $\Delta \ell$ vergrößert sich dadurch die Länge des Stahldrahtes?
- Nun wird der Stahldraht aus d) zusätzlich um 3,00 mm aus seiner Gleichgewichtslage vertikal ausgelenkt und losgelassen. Es gelte das Hooke'sche Gesetz. Berechnen Sie die Frequenz der resultierenden, näherungsweise als ungedämpft angenommenen Schwingung. Vernachlässigen Sie dabei die Masse des Stahldrahtes.
- Wie lautet das Hooke'sche Gesetz der Torsion? Benennen Sie in der Formel alle darin auftretenden Größen.
- Wie ist die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten allgemein definiert? Benennen Sie in der Formel alle darin auftretenden Größen.
- Berechnen Sie den Druck im Inneren eines kugelförmigen Wassertropfens mit dem Durchmesser $d = 1,00$ μm .
- Was versteht man unter den Begriffen Grenzflächenspannung und Kapillarität?

Zahlenwerte: Zugfestigkeit von Blei $R_Z = 10,0$ N/mm²; Dichte von Blei $\rho_{\text{Blei}} = 11,3$ g/cm³;
 Elastizitätsmodul von Stahl $E_{\text{Stahl}} = 2,10 \cdot 10^5$ N/mm²; Dichte von Wasser $\rho_{\text{Wasser}} = 1000$ kg/m³;
 Oberflächenspannung von Wasser: $\sigma = 0,0728$ J/m².

Erdbeschleunigung	g	=	9,81 m/s ²
Universelle Gaskonstante	R	=	8,31 J/(mol·K)
Avogadro-Konstante	N_A	=	$6,02 \cdot 10^{23}$ /mol
Boltzmann-Konstante	k_B	=	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	6	6	6	6	6	10

Lösungsvorschlag zur Klausurprüfung in Experimentalphysik A

**Elektrotechnik & Informationstechnik
(ab Studienbeginn WS 2015/16)**

Herbst 2023

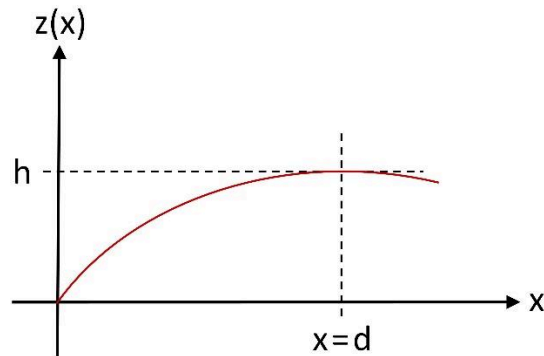
Aufgabe 1: Fußball

a) $\mathbf{v}_0 = (v_{0,x}, v_{0,z})$

Komponentendarstellung:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= v_{0,x} \cdot t \\ z(t) &= v_{0,z} \cdot t - \frac{g}{2} t^2 \end{aligned} \right\} z(x) = -\frac{g}{2} \cdot \frac{1}{v_{0,x}^2} \cdot x^2 + \frac{v_{0,z}}{v_{0,x}} \cdot x$$

Bahnkurve: Parabel



b)

$$\left. \begin{aligned} z(d) = h &= -\frac{g}{2} \cdot \frac{d^2}{v_{0,x}^2} + \frac{v_{0,z}}{v_{0,x}} \cdot d \\ \text{horizontale Tangente bei } x = d: \frac{dz(x)}{dx} \Big|_{x=d} &= 0 = -\frac{g}{v_{0,x}^2} \cdot d + \frac{v_{0,z}}{v_{0,x}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_{0,x} &= d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} \\ v_{0,z} &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \end{aligned}$$

alternativ direkt aus dem EES: $\frac{m}{2} v_{0,z}^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v_{0,z} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{v_{0,x}^2 + v_{0,z}^2} = \sqrt{g \left(\frac{d^2}{2 \cdot h} + 2 \cdot h \right)} = \sqrt{9,81 \cdot \left(\frac{225}{4} + 4 \right) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 24,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_T = v_{0,x} = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} = 15 \text{m} \cdot \sqrt{\frac{9,81}{4 \text{s}^2}} = 23,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_T}{\Delta t} = \frac{0,42 \text{kg} \cdot 23,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \text{s}} = 98,7 \text{N}$

Aufgabe 2: Umlenkrolle

- a) Es sind die kinetischen Energien der beiden Gewichte sowie die kinetische Energie der Rotation der Umlenkrolle zu berücksichtigen:

$$E_{kin,rot} = \frac{\theta_{SP}}{2} \cdot \omega^2 = \frac{1}{4} \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2$$

$$E_{kin,System}(v) = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 = (0,05 + 0,06 + 0,6) kg \cdot v^2 = 0,710 kg \cdot v^2$$

- b) Kräftebilanz: $(m_2 - m_1) \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a + F_{Rolle}$

$$M_{Rolle} = r \cdot F_{Rolle} = \theta \cdot \dot{\omega} = \theta \cdot \frac{a}{r} = \frac{m \cdot r \cdot a}{2} \Rightarrow F_{Rolle} = \frac{m \cdot a}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} \cdot g = \frac{0,12 kg - 0,1 kg}{0,1 kg + 0,12 kg + 1,2 kg} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 0,138 \frac{m}{s^2}$$

- c) $F_{Aufhängung} = F_{m_1} + F_{m_2} + F_{G,Rolle}$

$$= m_1 \cdot (g + a) + m_2 \cdot (g - a) + m \cdot g$$

$$= 0,1 kg \cdot \left(9,81 \frac{m}{s^2} + 0,138 \frac{m}{s^2} \right) + 0,12 kg \cdot \left(9,81 \frac{m}{s^2} - 0,138 \frac{m}{s^2} \right) + 2,4 kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$= 25,7 N$$

- d) nach a) $E_{kin,trans} = (0,05 + 0,06) kg \cdot v^2$

$$E_{kin,rot} = 0,6 kg \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_{kin,rot}}{E_{kin,rot} + E_{kin,trans}} = \frac{0,6 kg \cdot v^2}{(0,6 kg + 0,11 kg) \cdot v^2} = 0,845$$

Aufgabe 3: Schwungrad-Energiespeicher

a) Trägheitsmoment der Kreisscheibe: $\theta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot r^2 \pi d \rho \cdot r^2 = \frac{r^4}{2} \cdot \pi \cdot d \cdot \rho$

Rotationsenergie: $E_{kin} = \frac{\theta}{2} \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{\theta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{\frac{r^4}{2} \cdot \pi \cdot d \cdot \rho}}$

$$\Rightarrow v = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot E_{kin}}{\pi \cdot d \cdot \rho \cdot r^4}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 3,6 \cdot 10^9 J}{\pi \cdot 0,3m \cdot 7,9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot (3m)^4}} = 24,6 Hz$$

$$\Rightarrow L = \theta \cdot \omega = \sqrt{2 \cdot \theta \cdot E_{kin}} = \sqrt{\pi \cdot d \cdot \rho \cdot r^4 \cdot E_{kin}}$$

$$= \sqrt{\pi \cdot 0,3m \cdot 7,9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot (3m)^4 \cdot 3,6 \cdot 10^9 J} = 46,6 \cdot 10^6 \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

b) $M = \dot{L} = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_{max}}{\Delta t} = \frac{46,6 \cdot 10^6 \frac{kg \cdot m^2}{s}}{100s} = 46,6 \cdot 10^4 \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 46,6 \cdot 10^4 Nm$

$$P = M \cdot \omega = M \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot E_{kin}}{\pi \cdot d \cdot \rho \cdot r^4}} = 46,6 \cdot 10^4 Nm \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 3,6 \cdot 10^9 J}{\pi \cdot 0,3m \cdot 7,9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot (3m)^4}} = 7,20 \cdot 10^7 \frac{Nm}{s} = 72,0 MW$$

Aufgabe 4: Ideale Gase

- a) 1. Das Gas besteht aus einer großen Zahl von Teilchen, die untereinander und mit den Wänden nur elastische Stöße machen.
2. Großer Teilchenabstand, d. h. das Gefäßvolumen ist groß gegenüber dem Eigenvolumen aller darin enthaltenen Teilchen.
3. Zwischen den Stößen bewegen sich die Teilchen wechselwirkungsfrei.

b) Mittlere kinetische Energie: $\langle E_{kin} \rangle = \frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T$

Zahl der Freiheitsgrade *der Translation* f_{trans} beträgt 3 für ein- und zweiatomige Moleküle.

$$\Rightarrow \langle \Delta E_{kin,trans} \rangle = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 30K = 6,21 \cdot 10^{-22} J \text{ für Fall (i) und (ii).}$$

c) $\frac{f}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{m}{2} \cdot v_{rms}^2$

Zahl der Freiheitsgrade f beträgt 3 für einatomiges Gas.

Für die Heliummasse gilt: $m_{He} = \frac{M_{molar,He}}{N_A} = \frac{4,0 \text{ g/mol}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$

$$\Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot k_B \cdot T}{m_{He}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 293K}{6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,35 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 4860 \frac{km}{h}$$

$$z(t) = v_{rms} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Maximale Höhe, wenn $\dot{z}(t) = v_z(t) = 0$

$$\Rightarrow v_z(t) = v_{rms} - g \cdot t = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{v_{rms}}{g}$$

$$\Rightarrow z_{max} = v_{rms} \cdot \frac{v_{rms}}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_{rms}}{g}\right)^2 = \frac{v_{rms}^2}{g} - \frac{v_{rms}^2}{2 \cdot g} = \frac{v_{rms}^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(1,35 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} = 92,9 \text{ km}$$

$$d) \quad c_v = \frac{f}{2} \cdot R$$

$$\text{Einatomiges Gas: } f = 3 \Rightarrow c_v = \frac{3}{2} \cdot 8,31 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} = 12,5 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$$

$$\text{Zweiatomiges Gas: } f = 5 \Rightarrow c_v = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} = 20,8 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$$

$$\Delta W = c_v \cdot n \cdot \Delta T$$

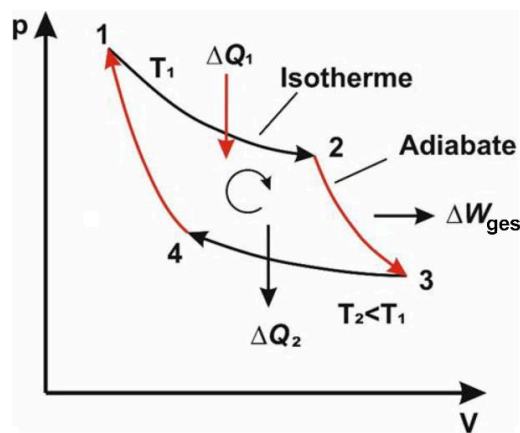
$$\text{Einatomiges Gas: } \Delta W = 12,5 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} \cdot 2 \text{mol} \cdot 10K = 250J$$

$$\text{Zweiatomiges Gas: } \Delta W = 20,8 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} \cdot 2 \text{mol} \cdot 10K = 416J$$

Aufgabe 5: Carnot'scher Kreisprozess

a) + b) Prozess aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten

- 1 → 2: Isotherme Expansion: $T = T_1 = \text{const}$
 2 → 3: Adiabatische Expansion: $\Delta Q = 0$
 3 → 4: Isotherme Kompression: $T = T_2 = \text{const}$
 4 → 1: Adiabatische Kompression: $\Delta Q = 0$



c) Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine

$$\eta = \frac{\text{pro Zyklus vom System verrichtete Arbeit}}{\text{pro Zyklus zugeführte Wärme}} = \frac{|\Delta W_{\text{gesamt}}|}{|\Delta Q_{\text{zugeführt}}|}$$

d) Carnot-Wirkungsgrad: $\eta_{\text{Carnot}} = \frac{|\Delta W_{\text{gesamt}}|}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta Q_{\text{gesamt}}}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta Q_1 - |\Delta Q_2|}{\Delta Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$

Hinweis zur Herleitung:

(i) Adiabate: $\Delta Q = 0$

$$\Delta W_{23} = \Delta U_{23} = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow \Delta W_{41} = -\Delta W_{23} \Rightarrow \Delta W_{\Sigma \text{ Adiabate}} = 0$$

(ii) Isotherme:

$$\Delta Q_1 = -\Delta W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta Q_2 = -\Delta W_{34} = \int_{V_3}^{V_4} p \cdot dV = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}$$

Die Volumina lassen sich mithilfe der Adiabaten berechnen:

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const} \Rightarrow T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_4^{\kappa-1} \text{ und } T_1 \cdot V_2^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_3^{\kappa-1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{V_4}{V_3} = -\ln \frac{V_2}{V_1}$$

e) Wärmepumpe: $\eta_{WP} = \frac{E_{Nutz}}{E_{Aufwand}} = \frac{|\Delta Q_1|}{\Delta W_{gesamt}} \stackrel{ideal}{=} \frac{1}{\eta_{Carnot}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1$

Kältemaschine: $\eta_{KM} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta W_{gesamt}} \stackrel{ideal}{=} \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

Aufgabe 6: Elastische Körper und Flüssigkeiten

a) $F_G = F_{krit} = R_z \cdot A$

$$\Rightarrow m \cdot g = \rho_{Blei} \cdot A \cdot l \cdot g = R_z \cdot A$$

$$\Rightarrow l = \frac{R_z}{\rho_{Blei} \cdot g} = \frac{10^7 \frac{N}{m^2}}{11,3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} = 90,2 \text{ m}$$

- b) In Wasser erfährt der Bleidraht durch den Schweredruck eine nach oben gerichtete Kraft – die Auftriebskraft F_A – die der Gewichtskraft F_G entgegenwirkt. Die daraus resultierende Kraft F entspricht nun der kritischen Kraft F_{krit} . Es gilt:

$$F = F_G - F_A = F_{krit} = R_z \cdot A$$

$$\rho_{Blei} \cdot A \cdot l \cdot g - \rho_{Wasser} \cdot A \cdot l \cdot g = (\rho_{Blei} - \rho_{Wasser}) \cdot A \cdot l \cdot g = R_z \cdot A$$

$$\Rightarrow l = \frac{R_z}{(\rho_{Blei} - \rho_{Wasser}) \cdot g} = \frac{10^7 \frac{N}{m^2}}{(11,3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} - 10^3 \frac{kg}{m^3}) \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} = 99,0 \text{ m}$$

Im Vergleich zu a) nimmt die Länge bei der der Draht zerreißt zu, da die „zulässige“ Gewichtskraft F_G um den Betrag der Auftriebskraft F_A zunimmt, d. h.: $F_G = F_{krit} + F_A$.

- c) Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \text{ (Hooke'sches Gesetz) mit}$$

$$\sigma := \frac{F}{A} : \quad \text{Zug- bzw. Druckspannung oder Kraft pro Querschnittsfläche}$$

$$E : \quad \text{sog. E-Modul bzw. Elastizitätsmodul (abhängig vom Material)}$$

$$\varepsilon := \frac{\Delta l}{l} : \quad \text{Dehnung oder relative Längenänderung}$$

- d) Für die Zugspannung gilt:

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{F_G \cdot l}{A_{Draht} \cdot E} = \frac{m \cdot g \cdot l}{\pi \cdot r^2 \cdot E} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 5 \text{ m}}{\pi \cdot (5 \cdot 10^{-4} \text{ m})^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}} = 0,297 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

e) Hooke'sches Gesetz: $F = -D \cdot y$

$$\text{Federkonstante des Stahldrahts: } D = \left| \frac{F_G}{\Delta l} \right| = \left| \frac{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,297 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \right| = 33,0 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Harmonische ungedämpfte Schwingung:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$a(t) = \ddot{y}(t) = -\omega^2 \cdot y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot y(t)$$

Aus (i) $F = m \cdot a(t) = -m \cdot \omega^2 \cdot y(t)$ (2. Newtonsches Gesetz)

und (ii) $F = -D \cdot y$ (Hooke'sches Gesetz) ergibt sich:

$$D = m \cdot \omega^2 = m \cdot (2 \cdot \pi \cdot \nu)^2 \Rightarrow \nu = \frac{\sqrt{D}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m}} = \frac{\sqrt{33 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{1 \text{ kg}}} = 28,9 \text{ Hz}$$

f) Das Hooke'sche Gesetz der Torsion lautet:

$$M = -D_\varphi \cdot \varphi \quad \text{mit}$$

M : Rückstellendes Drehmoment bei der Torsion eines Drahtes oder dünnen Stabes

D_φ : Torsionsfederkonstante

φ : Verdrillungswinkel

g) $\sigma := \frac{dE}{dA}$

σ : Oberflächenspannung

dE : Benötigte Energie, um Oberfläche um dA zu vergrößern

dA : Zusätzlich geschaffene Oberfläche

h) Für Druck in Flüssigkeitskugel gilt: $p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$

$$\Rightarrow p_{\text{Wassertropfen}} = \frac{2 \cdot 0,0728 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 2,91 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 2,91 \text{ bar}$$

- i) Grenzflächenspannung: Um die Grenzfläche zwischen einer Flüssigkeit und einem Festkörper um dA zu vergrößern, benötigt man die Energie dE . Es gilt: $dE = \sigma_{gr} \cdot dA$ mit der Grenzflächenspannung $\sigma_{gr} := \frac{dE}{dA}$.

Kapillarität:

Kapillarität bezeichnet das Hochsteigen einer Flüssigkeit (z. B. Wasser) oder den Abstieg einer Flüssigkeit (z. B. Quecksilber) in einer dünnen Röhre, der sog. Kapillare. Im Gleichgewicht kompensiert die Höhenänderung die freigesetzte Grenzflächenenergie $\sigma_{gr} \cdot dA$ und der Kapillardruck entspricht dem Schweredruck.

