Klausurprüfung in Physik (Experimentalphysik A) **Frühjahr 2025**

Elektrotechnik & Informationstechnik, Medizintechnik

---

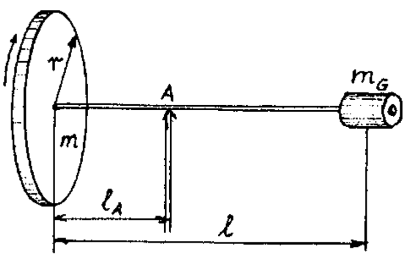
1. Eine Straßenbahn der Masse m wird auf gerader, ebener Strecke mit konstanter Leistung P_0 vom Stand aus beschleunigt. Reibungsverluste sollen vernachlässigt werden.
   a) Wie ändern sich die kinetische Energie E_{kin}(t) und die Geschwindigkeit v(t) mit der Zeit t?
   b) Wie groß ist die beschleunigende Kraft F(t) als Funktion der Zeit t?
   c) Wie ändert sich die erforderliche Leistung P(t), wenn eine konstante Beschleunigung $a_0 = 0{,}981$ m/s² erzielt werden soll?
   d) Mit welcher maximalen Geschwindigkeit $v_{max,6}$ kann die Straßenbahn bei konstanter Leistung P_0 bei einer Steigung von 6% fahren?

   Zahlenwerte: $m = 3{,}00 \cdot 10^4$ kg; $P_0 = 380$ kW.

2. Gravitation
   a) Ein Stein der Masse $m_S = 5{,}00$ kg befindet sich in einer Höhe $h_0 = 20{,}0$ m über der Mondoberfläche.
      i) Berechnen Sie die Beschleunigung g_M, die der Stein im freien Fall auf den Mond erfährt.
      ii) Berechnen Sie die potentielle Energie E_{pot} des Steins in der Höhe h_0 (bezüglich der Mondoberfläche).
      iii) Der Stein wird aus der Ruhe losgelassen. Mit welcher Geschwindigkeit v trifft er auf die Mondoberfläche?
   b) Betrachten Sie nun einen Satelliten der Masse $m_{Sat} = 250$ kg, der sich in einer Höhe $h' = 2000$ km über der Mondoberfläche auf einer stationären Kreisbahn um den Mond mit betragsmäßig konstanter Geschwindigkeit v' bewegt. Wie groß ist diese Geschwindigkeit v' und wie lange dauert ein Umlauf?

   Zahlenwerte: Mondmasse $m_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg; Mondradius $r_M = 1738$ km.

3. An dem Ende einer masselosen Achse der Länge ℓ rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit ω ein Schwungrad (kreisförmige Scheibe homogener Dichte, siehe Skizze) mit der Masse m und dem Radius r. Am anderen Ende ist ein Gegengewicht der Masse m_G befestigt. Die Achse ist um den Auflagepunkt A frei beweglich und bei stillstehendem Schwungrad ausbalanciert.



   a) Wie groß ist der Abstand ℓ_A des Schwungrades vom Auflagepunkt?
   b) Wie groß ist das Trägheitsmoment Θ des Schwungrades um die Rotationsachse (Symmetrieachse, siehe Zeichnung)?
   c) Wie groß ist der Drehimpuls L des Schwungrades?
   d) Wird das Gegengewicht um Δm erhöht, präzediert der Kreisel. Wie groß ist das dann wirkende Drehmoment M?
   e) Geben Sie für den Fall in d) die Präzessionsfrequenz ω_p für eine horizontal ausgerichtete Achse an. Wie ändert sich die Präzessionsfrequenz, wenn die Achse einen Winkel α mit der Horizontalen einschließt?

   Zahlenwerte: $\ell = 0{,}400$ m; $\omega = 100$ s⁻¹; $m = 3{,}00$ kg; $r = 20{,}0$ cm; $m_G = 1{,}00$ kg; $\Delta m = 0{,}500$ kg.

4. Ein massiver Kupferstab mit kreisförmigem Querschnitt hat die Länge $\ell = 1{,}00$ m, den Durchmesser $d = 1{,}00$ cm und die Masse $m = 700$ g. Er wird um $\Delta T = 40{,}0$ K erwärmt.
   a) Welche Wärmemenge wird zum Erwärmen benötigt?
   b) Wie lange dauert der Heizvorgang, wenn man eine elektrische Heizung der Leistung $P = 15{,}0$ W zur Verfügung hat? Vernachlässigen Sie dabei Wärmeverluste.
   c) Um wie viel dehnt sich der Kupferstab bei der Erwärmung aus?
   d) Vor dem Erwärmen wird der Kupferstab an seinen Enden eingespannt, wobei der seitliche Andruck vor dem Erwärmen vernachlässigbar sein soll. Mit welcher Kraft drückt der Kupferstab nach der Erwärmung auf die Einspannung, wenn sich der Kupferstab durch die Erwärmung ausdehnt, aber nicht verbiegt?

   Zahlenwerte: Längenausdehnungskoeffizient $\alpha_{Cu} = 1{,}70 \cdot 10^{-5}$ K⁻¹;
   Elastizitätsmodul $E_{Cu} = 1{,}25 \cdot 10^{11}$ N/m²; spezifische Wärme: $c_{Cu} = 385$ J/(kg · K).

5. Hülle und Zubehör eines Heißluftballons haben zusammen die Masse $m = 75{,}0$ kg. Der unten offene Ballon habe ein konstantes Volumen $V = 600$ m^3. Der Luftdruck p betrage $1{,}00 \cdot 10^5$ Pa.
   Betrachten Sie Luft als ideales Gas mit der Molmasse $m_{Molar} = 29{,}0$ g/mol.
   a) Berechnen Sie die Stoffmenge n an Luft, die sich bei der Temperatur $T_1 = 280$ K im Ballon befindet.
   b) Welche Masse an Luft entweicht aus dem Ballon bei der Erwärmung von $T_1 = 280$ K auf $T_2 = 300$ K?
   c) Auf welche Temperatur T_3 muss die Innenluft bei einer Außentemperatur von $T_1 = 280$ K erwärmt werden, damit der Ballon abhebt?
   d) Was ändert sich, wenn der Ballon bei weiterhin festem Volumen von $V = 600$ m^3 bereits vor der Erwärmung komplett gasdicht geschlossen ist? Geben Sie eine kurze Begründung.
   e) Wie lautet die barometrische Höhenformel? Benennen Sie alle darin auftretenden Größen.

6. Ruhende Flüssigkeiten
   a) Was versteht man unter der Auftriebskraft in Flüssigkeiten?
      Erklären Sie diese anhand einer Skizze.
   b) Begründen Sie das Zustandekommen der Auftriebskraft quantitativ anhand der Kräfte, die auf einen waagerecht liegenden Quader der Kantenlängen a, b und c unter Wasser wirken.
      Leiten Sie die entsprechende Formel für die Auftriebskraft her und benennen Sie alle darin auftretenden Größen.
   c) Was besagt das Prinzip von Archimedes?
   d) Ein Kunststoffkügelchen vom Radius r und der Dichte ρ_k wird in einer Flüssigkeit der Viskosität η und der Dichte $\rho_{fl} > \rho_k$ aus dem Zustand der Ruhe losgelassen und steigt dann auf.
      i) Wie groß ist der Betrag der Kraft F auf das Kügelchen unmittelbar vor dem Loslassen?
      ii) Skizzieren Sie die Geschwindigkeit des Kügelchens $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit nach dem Loslassen.
      iii) Welche Endgeschwindigkeit v_e erreicht das Kügelchen? Geben Sie hierfür auch die Beziehung für das Kräftegleichgewicht an und begründen Sie kurz Ihre Überlegung.
      iv) Berechnen Sie die mechanische Leistung P, die das aufsteigende Kügelchen abgibt, wenn es die Endgeschwindigkeit v_e erreicht hat.
   e) Wie ist die Oberflächenspannung σ einer Flüssigkeit definiert?
      Geben Sie die entsprechende Formel an und benennen Sie die darin auftretenden Größen.
   f) Berechnen Sie den Überdruck Δp in einer Seifenblase mit Radius $r = 20{,}0$ mm.
      Die Oberflächenspannung σ des Seifenwassers betrage $24{,}2 \cdot 10^{-3}$ N/m.
   g) Was geschieht, wenn man zwei Seifenblasen unterschiedlichen Durchmessers mit einer Kanüle verbindet? Begründen Sie kurz Ihre Aussage sowohl in Worten als auch anhand einer Formel.

Erdbeschleunigung	g_E	=	$9{,}81$ m/s^2
Gravitationskonstante	γ	=	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m^2/kg^2
Universelle Gaskonstante	R	=	$8{,}31$ J/(mol $\cdot$ K)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	6	6	6	6	6	10

Lösungsvorschlag zur Klausurprüfung in Experimentalphysik A

Elektrotechnik & Informationstechnik, Medizintechnik

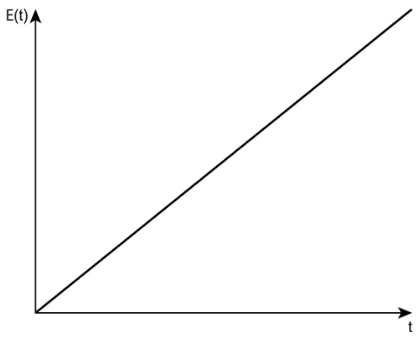
Aufgabe 1: Straßenbahn

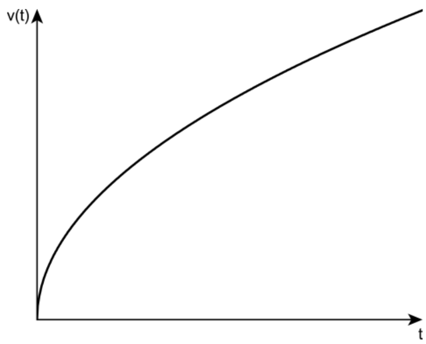
a) Es gilt für die Leistung: $P = \frac{\mathrm{d}E(\mathrm{t})}{\mathrm{d}t}$ mit $P = P_0 = \mathrm{const.}$ $\Rightarrow$ $E \sim t$ und $E(\mathrm{t}) = E_{\mathrm{kin}}(\mathrm{t})$

Somit ist $E_{\mathrm{kin}}(\mathrm{t}) = P_0 \cdot t = 3{,}80 \cdot 10^5\ \mathrm{W} \cdot t$

Anhand der kinetischen Energie kann die Geschwindigkeit bestimmt werden:

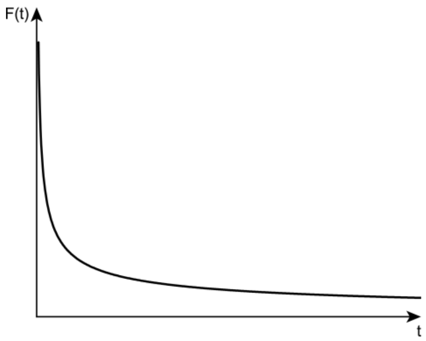
$$E_{\mathrm{kin}}(\mathrm{t}) = P_0 \cdot t = \frac{1}{2} m \cdot v(\mathrm{t})^2 \ \Rightarrow\ v(\mathrm{t}) = \sqrt{\frac{2 \cdot P_0 \cdot t}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}80 \cdot 10^5\ \mathrm{W} \cdot t}{3{,}00 \cdot 10^4\ \mathrm{kg}}} = 5{,}03\ \mathrm{W}^{1/2} \cdot \mathrm{kg}^{-1/2} \cdot \sqrt{t}$$





b) Für die mechanische Leistung gilt: $P = F \cdot v$ mit $P = P_0 = \mathrm{const.}$ $\Rightarrow P_0 = F(\mathrm{t}) \cdot v(\mathrm{t}) = \mathrm{const.}$

Somit ist $F(\mathrm{t}) = \frac{P_0}{v(\mathrm{t})} \overset{\text{nach a)}}{=} \frac{P_0}{\sqrt{\frac{2 \cdot P_0 \cdot t}{m}}} = \sqrt{\frac{P_0 \cdot m}{2 \cdot t}} = \sqrt{\frac{3{,}80 \cdot 10^5\ \mathrm{W} \cdot 3{,}00 \cdot 10^4\ \mathrm{kg}}{2 \cdot t}} = 7{,}55\ \mathrm{W}^{1/2} \cdot \mathrm{kg}^{1/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}}$

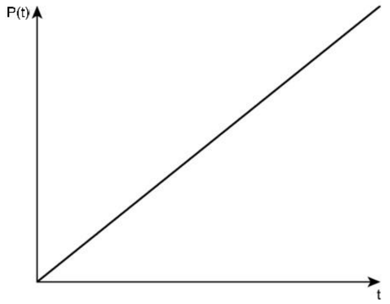


c) Für die mechanische Leistung gilt: $P = F \cdot v$ mit $F = m \cdot a$ und $v = a \cdot t$

Somit ist $P(\mathrm{t}) = m \cdot a^2 \cdot t = 3{,}00 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot \left(0{,}981\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)^2 \cdot t = 2{,}89 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^4} \cdot t$

Alternativer Lösungsweg mit $P(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{d}E(\mathrm{t})}{\mathrm{d}t}$ mit $E = E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ und $v = a \cdot t$.

Somit ist $P(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot t^2\right) = m \cdot a^2 \cdot t = 3{,}00 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot \left(0{,}981\,\frac{m}{s^2}\right)^2 \cdot t = 2{,}89 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^4} \cdot t$



d) Steigung 6 % ⇒ $\tan\alpha = \frac{6}{100}$ ⇒ $\alpha = \arctan 0{,}06 = 3{,}43°$

Hangabtriebskraft: $F_{\mathrm{A}} = m \cdot g \cdot \sin\alpha$

Beschleunigende Kraft nach b): $F(\mathrm{t}) = \frac{P_0}{v(\mathrm{t})}$

Die maximale Geschwindigkeit ist erreicht, wenn die beschleunigende Kraft F(t) der Hangabtriebskraft F_{A} entspricht: $F(\mathrm{t}) = F_{\mathrm{A}}$

$\Rightarrow \frac{P_0}{v_{\mathrm{max,6}}} = m \cdot g \cdot \sin\alpha \Rightarrow v_{\mathrm{max,6}} = \frac{P_0}{m \cdot g \cdot \sin\alpha} = \frac{3{,}80 \cdot 10^5\,\mathrm{W}}{3{,}00 \cdot 10^4\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin 3{,}43°} = 21{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 77{,}7\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

Aufgabe 2: Mondgravitation

a)

i) Es gilt das Newtonsche Gravitationsgesetz: $F_{\mathrm{G}} = \gamma \cdot \frac{m_{\mathrm{S}} \cdot m_{\mathrm{M}}}{r^2} = m_{\mathrm{S}} \cdot g_{\mathrm{M}}$ mit $r = r_{\mathrm{M}} + h_0 \overset{r_M \gg h_0}{=} r_{\mathrm{M}}$

$$\Rightarrow g_{\mathrm{M}} = \gamma \cdot \frac{m_{\mathrm{M}}}{r_{\mathrm{M}}{}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{(1{,}738 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{(1{,}738 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2} = 1{,}62\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

ii) $E_{\mathrm{pot}} = m_{\mathrm{S}} \cdot g_{\mathrm{M}} \cdot h_0 = 5{,}00\ \mathrm{kg} \cdot 1{,}62\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 20{,}0\ \mathrm{m} = 162\ \mathrm{J}$

iii) Es gilt Energieerhaltung. Die kinetische Energie auf der Mondoberfläche entspricht der potentiellen Energie des Steins in Höhe h_0: $E_{\mathrm{kin}} = E_{\mathrm{pot}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_{\mathrm{S}} \cdot v^2 = E_{\mathrm{pot}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\mathrm{pot}}}{m_{\mathrm{S}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 162\ \mathrm{J}}{5{,}00\ \mathrm{kg}}} = 8{,}05\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 29{,}0\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Alternativer Lösungsweg mit $v = g_{\mathrm{M}} \cdot t$ und $h_0 = \frac{1}{2} \cdot g_M \cdot t^2$:

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g_{\mathrm{M}}}}$$

$$\Rightarrow v = g_{\mathrm{M}}\sqrt{\frac{2 \cdot h_0}{g_{\mathrm{M}}}} = \sqrt{2 \cdot h_0 \cdot g_{\mathrm{M}}} = \sqrt{2 \cdot 20{,}0\ \mathrm{m} \cdot 1{,}62\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 8{,}05\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 29{,}0\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

b) Um den Satelliten auf seiner Bahn zu halten, muss er sich im Kräftegleichgewicht befinden: $|\vec{F}_{\mathrm{Z}}| = |\vec{\mathrm{F}}_G|$

$$\Rightarrow m_{\mathrm{Sat}} \cdot \omega^2 \cdot r = m_{\mathrm{Sat}} \cdot \frac{v'^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m_{\mathrm{M}} \cdot m_{\mathrm{Sat}}}{r^2} \Rightarrow v'^2 = \gamma \cdot \frac{m_{\mathrm{M}}}{r} \text{ mit } r = r_{\mathrm{M}} + h'$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{\gamma \frac{m_{\mathrm{M}}}{(r_{\mathrm{M}} + h')}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{3{,}738 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}} = 1{,}15 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4140\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Anhand der Höhe des Satelliten über der Mondoberfläche und des Mondradius lässt sich die Länge der Umlaufbahn berechnen: $s_{\mathrm{Umlauf}} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot (r_{\mathrm{M}} + h')$

Mit $s = v \cdot t$ kann nun die Umlaufdauer berechnet werden: $s_{\mathrm{Umlauf}} = v' \cdot T$

$$\Rightarrow T = \frac{s_{\mathrm{Umlauf}}}{v'} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (r_{\mathrm{M}} + h')}{v'} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3{,}738 \cdot 10^6\mathrm{m}}{1{,}15 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2{,}04 \cdot 10^4\ \mathrm{s} = 5{,}67\ \mathrm{h}$$

Aufgabe 3: Kreisel und Präzession

a) Die Achse ist um den Auflagepunkt A ist bei stillstehendem Schwungrad ausbalanciert, wenn $\vec{M}_{\mathrm{ges}} = 0$.

Es gilt allgemein für das Drehmoment: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_{\mathrm{G}}$

Hier gilt: $|\vec{M}_{\mathrm{S}}| = m \cdot g \cdot \ell_{\mathrm{A}}$ und $|\vec{M}_{\mathrm{G}}| = m_{\mathrm{G}} \cdot g \cdot (\ell - \ell_{\mathrm{A}})$ sowie $\vec{M}_{\mathrm{S}} = -\vec{M}_{\mathrm{G}}$

$\Rightarrow |\vec{M}_{\mathrm{ges}}| = |\vec{M}_{\mathrm{S}}| - |\vec{M}_{\mathrm{G}}| = 0$

$\Rightarrow m \cdot g \cdot \ell_{\mathrm{A}} - m_{\mathrm{G}} \cdot g \cdot (\ell - \ell_{\mathrm{A}}) = 0$

$\Rightarrow (m + m_{\mathrm{G}}) \cdot \ell_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{G}} \cdot \ell$

$\Rightarrow \ell_{\mathrm{A}} = \frac{m_{\mathrm{G}}}{m+m_{\mathrm{G}}} \cdot \ell = \frac{1{,}00\ \mathrm{kg}}{(3{,}00+1{,}00)\ \mathrm{kg}} 0{,}400\ \mathrm{m} = 0{,}100\ \mathrm{m}$

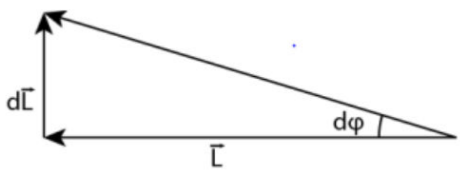
b) Es handelt sich um das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe bzw. eines Vollzylinders bezüglich der Symmetrieachse.

Es gilt: $\Theta = \frac{m}{2} \cdot r^2 = \frac{3{,}00\ \mathrm{kg}}{2} \cdot (0{,}200\ \mathrm{m})^2 = 0{,}0600\ \mathrm{kg \cdot m^2}$

c) $L = \Theta \cdot \omega = 0{,}0600\ \mathrm{kg \cdot m^2} \cdot 100 \frac{1}{\mathrm{s}} = 6{,}00\ \frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s}}$

d) $|\vec{M}_{ges}| = \Delta m \cdot g \cdot (\ell - \ell_{\mathrm{A}}) = 0{,}500\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot (0{,}4 - 0{,}1)\ \mathrm{m} = 1{,}47\ \mathrm{N \cdot m}$

e)

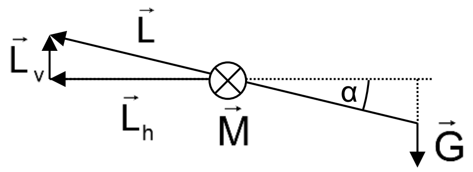


(Draufsicht)

$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{M dt}{L}$

$\omega_{\mathrm{p}} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L} = \frac{1{,}47\mathrm{N \cdot m}}{6{,}00 \frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s}}} = 0{,}245 \frac{1}{\mathrm{s}}$

$\alpha \neq 0$: ω_p ändert sich nicht.



(Seitenansicht)

Begründung:

(i) Es ändert sich weiterhin nur die Richtung der horizontalen Komponente des Drehimpulses, denn:

$d\vec{L} \,||\, \overrightarrow{M} = \vec{r} \times \vec{F}_G \perp \vec{F}_G \quad \Rightarrow\; d\vec{L}$ ist horizontal

$\Rightarrow\; \vec{L}_v = \text{const.}$ und $\vec{L} \to \vec{L}_h = \vec{L} \cdot \cos\alpha$

(ii) Für das Drehmoment gilt nun:

$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \vec{F}_G \;\Rightarrow\; \overrightarrow{M} \to \overrightarrow{M} \cdot \cos\alpha$

Somit gilt für die Präzessionsfrequenz: $\omega_{p,\,\alpha\neq 0} = \frac{M_{\alpha=0} \cdot \cos\alpha}{L_{\alpha=0} \cdot \cos\alpha} = \frac{M_{\alpha=0}}{L_{\alpha=0}} = \omega_{p,\,\alpha=0}$

Aufgabe 4: Erwärmung eines Kupferstabes

a) Die Wärmemenge, die zum Erwärmen des Kupferstabs um ΔT = 40 K benötigt wird, kann wie folgt berechnet werden:

$$\Delta Q = c_{\mathrm{Cu}} \cdot m \cdot \Delta T = 385 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}} \cdot 0{,}700\ \mathrm{kg} \cdot 40{,}0\ \mathrm{K} = 10{,}8\ \mathrm{kJ}$$

b) Anhand der in a) berechneten, zur Erwärmung erforderlichen Energie und der angegebenen Heizleistung, lässt sich die erforderliche Zeit zum Aufheizen wie folgt berechnen:

$$\Delta Q = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta Q}{P} = \frac{10{,}8\ \mathrm{kJ}}{15\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}} = 720\ \mathrm{s}$$

c) Die Ausdehnung des Kupferstabs lässt sich wie folgt berechnen:

$$\Delta\ell = \alpha \cdot \Delta T \cdot \ell = 1{,}70 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 40{,}0\ \mathrm{K} \cdot 1{,}00\ \mathrm{m} = 0{,}680\ \mathrm{mm}$$

d) Ist der Stab fest eingespannt, so kann er sich nicht ausdehnen und drückt daher bei Erwärmung auf die Einspannung. Die von ihm ausgeübte Kraft kann über das hookesche Gesetz ermittelt werden:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad \Rightarrow \quad F = E \cdot A \cdot \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

Mit Δl aus c) ergibt sich:

$$F = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta T = E \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \alpha \cdot \Delta T = 1{,}25 \cdot 10^{11} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1{,}00 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}{2}\right)^2 \cdot 1{,}70 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\mathrm{K}} \cdot 40{,}0\ \mathrm{K} = 6{,}68\ \mathrm{kN}$$

Aufgabe 5: Heißluftballon

a) Mittels der idealen Gasgleichung ergibt sich die Stoffmenge *n* an Luft, die sich im Ballon befindet:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T_1 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T_1} = \frac{1{,}00 \cdot 10^5 \mathrm{Pa} \cdot 600\ \mathrm{m}^3}{8{,}31 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}} \cdot 280\ \mathrm{K}} = 2{,}58 \cdot 10^4\ \mathrm{mol}$$

b) Der Ballon ist offen, somit bleibt der Druck p beim Erwärmen konstant. Des Weiteren bleibt das Volumen des Ballons V konstant. Beim Erwärmen ändert sich die Stoffmenge im Ballon von $n = n_1$ bei T_1 zu n_2 bei T_2. Die Stoffmenge vor und nach dem Erwärmen ergibt sich jeweils mittels idealer Gasgleichung (siehe a). Für die Stoffmengendifferenz ergibt sich:

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{p \cdot V}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

und $\Delta m = m_{Molar} \cdot \Delta n = m_{Molar} \cdot n_2 - n_1 = m_{Molar} \cdot \frac{p \cdot V}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$

$$\Delta m = 2{,}90 \cdot 10^{-2}\ kg \cdot \frac{1{,}00 \cdot 10^5 \mathrm{Pa} \cdot 600\ \mathrm{m}^3}{8{,}31 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}} \left(\frac{1}{300\ \mathrm{K}} - \frac{1}{280\ \mathrm{K}} \right) = -49{,}9\ \mathrm{kg}$$

c) Bedingung für abhebenden Ballon: Der Betrag der Auftriebskraft (Gewichtskraft der vom Ballon verdrängten Luft) entspricht dem Betrag der Gewichtskraft des Ballons, d.h. $F_\mathrm{A} = F_\mathrm{G}$.

$$m_{\text{verdrängte Luft}} \cdot g = (m + m_{\text{Luft im Ballon}}) \cdot g$$

$$\Rightarrow \quad \Delta m \stackrel{!}{=} -m = -75\ \mathrm{kg}$$

Nach b): $\Delta m = m_{Molar} \cdot \Delta n = m_{Molar} \cdot n_2 - n_1 = m_{Molar} \cdot \frac{p \cdot V}{R} \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)$

Auflösen: $T_3 = \left(\frac{R \cdot \Delta m}{p \cdot V \cdot m_{Molar}} + \frac{1}{T_1} \right)^{-1} = \left(\frac{8{,}31 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}} \cdot (-75\ \mathrm{kg})}{1{,}00 \cdot 10^5 \mathrm{Pa} \cdot 600\ \mathrm{m}^3 \cdot 2{,}90 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}} + \frac{1}{280\ \mathrm{K}} \right)^{-1} = 311\ \mathrm{K} = 38{,}0 °\mathrm{C}$

d) Ist der Ballon bei festem Volumen gasdicht verschlossen, steigt bei Erwärmung der Innendruck an. Es kann keine Luft entweichen. Somit bleibt die Stoffmenge an Luft *n* im Ballon und damit die **Gewichtskraft konstant**. Aufgrund des konstanten Volumens bleibt auch die **Auftriebskraft konstant**. Ist $F_\mathrm{A} < F_\mathrm{G}$, so hebt der Ballon nicht ab.

e) Die barometrische Höhenformel beschreibt die Abhängigkeit des Luftdrucks der Erdatmosphäre von der Höhe:

$$p(\mathrm{h}) = p_0 e^{-\left(\frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot h\right)}$$

h: Höhe;

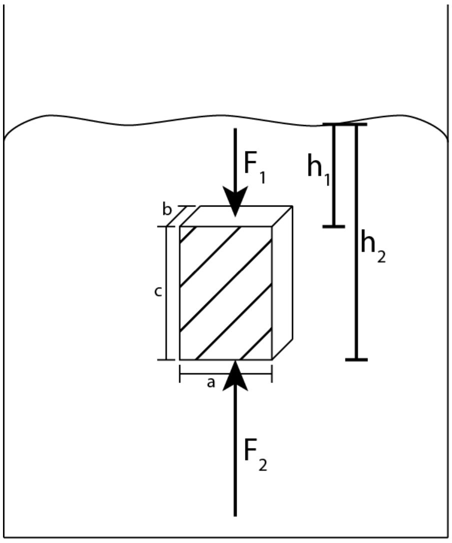
$p(\mathrm{h})$: Gasdruck in Höhe h;

p_0: Gasdruck in Höhe $h = 0$;

ρ_0: Gasdichte in Höhe $h = 0$;

g: Erdbeschleunigung.

Aufgabe 6: Ruhende Flüssigkeiten



a) Der hydrostatische Druck in einer Flüssigkeit wird mit zunehmender Tiefe größer. Der hydrostatische Druck auf der Unterseite eines getauchten Körpers ist größer als auf seiner Oberseite, da sich die Unterseite tiefer in der Flüssigkeit befindet. Dementsprechend ist die Kraft ($F = p \cdot A$), die von unten (nach oben gerichtet) auf den Körper wirkt größer als die Kraft, die von oben (nach unten gerichtet) auf den Körper wirkt (siehe Skizze). Die resultierende Kraft wirkt also nach oben. Sie wird als Auftriebskraft bezeichnet.

b) Für den hydrostatischen Druck gilt: $p = \rho \cdot h \cdot g$ wobei h der Eintauchtiefe entspricht.

Es gilt: $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot A$

Auf die Oberseite des getauchten Körpers (siehe Skizze) wirkt die Kraft F_1 aufgrund des hydrostatischen Drucks entsprechend der Wassersäule über dem Körper. Es gilt:

$F_1 = A \cdot h_1 \cdot \rho \cdot g$

Die Kraft F_2 entspricht dem hydrostatischen Druck auf die Unterseite des Körpers in der Tiefe h_2.

$F_2 = A \cdot h_2 \cdot \rho \cdot g$

Die seitlichen Kräfte heben sich gegenseitig auf und sind für den Auftrieb ohne Bedeutung.

Die Auftriebskraft entspricht der Differenz der Kräfte F_2 und F_1:

$F_\mathrm{A} = F_2 - F_1 = A \cdot h_2 \cdot \rho \cdot g - A \cdot h_1 \cdot \rho \cdot g = A \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta h$

Δh entspricht der Kantenlänge c des getauchten Körpers. A entspricht der Fläche der Oberseite des Körpers, es gilt: $A = a \cdot b$

Somit folgt für die Auftriebskraft:

$F_\mathrm{A} = a \cdot b \cdot c \cdot \rho \cdot g = V \cdot \rho \cdot g$

V: Volumen des getauchten Körpers

ρ: Dichte der Flüssigkeit

g: Erdbeschleunigung

c) Prinzip von Archimedes:

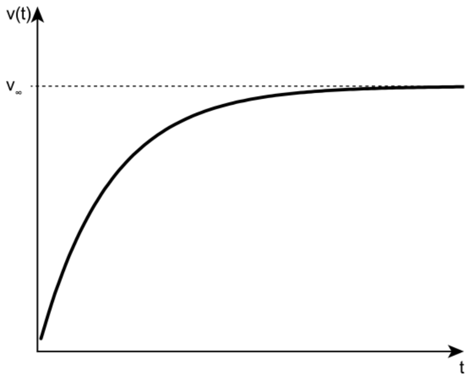
Die Auftriebskraft auf einen in eine Flüssigkeit getauchten Körper ist entgegengesetzt gleich der Gewichtskraft auf die von ihm verdrängte Flüssigkeit.

d)

i) Unmittelbar vor dem Loslassen wirken (ohne Berücksichtigung der Haltekraft) zwei Kräfte auf das Kügelchen: die Gewichtskraft und entgegengesetzt die Auftriebskraft. Die resultierende Kraft entspricht somit der Differenz der beiden Kräfte:

$$F = F_\mathrm{A} - F_\mathrm{G}$$
$$= V_\mathrm{k} \cdot \rho_\mathrm{fl} \cdot g - m_\mathrm{k} \cdot g$$
$$= V_\mathrm{k} \cdot \rho_\mathrm{fl} \cdot g - V_\mathrm{k} \cdot \rho_\mathrm{k} \cdot g$$
$$= (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k}) \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot g$$

ii) Aufgrund der Stokes´schen Reibungskraft nähert sich $v(\mathrm{t})$ asymptotisch dem Wert v_e.



iii) Für $t \to \infty$, d.h. für $v \to v_\mathrm{e}$ heben sich die auf das Kügelchen wirkenden Kräfte auf. Die Summe aus Auftriebskraft, Gewichtskraft und der Stokes'schen Reibungskraft ist null. Die Reibungskraft ist dabei antiparallel zur Aufstiegskraft (die Reibungskraft ist generell der Bewegungsrichtung entgegengesetzt). Somit ergibt sich folgende Beziehung für das Kräftegleichgewicht:

$$F_\mathrm{Auftrieb} - F_\mathrm{G} = F_\mathrm{Stokes}$$

Ferner gilt für die Stokes´sche Reibung einer Kugel: $F_\mathrm{Stokes} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$

$$\Rightarrow (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k}) \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot g = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_\mathrm{e}$$

$$\Rightarrow v_\mathrm{e} = \frac{2}{9\eta} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k})$$

iv) Die mechanische Leistung, die das aufsteigende Kügelchen bei der Endgeschwindigkeit abgibt, lässt sich berechnen nach $P = F \cdot v$ mit $F = F_\mathrm{A} - F_\mathrm{G}$ und $v = v_e$:

$$P_e = (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k}) \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot g \cdot \frac{2}{9\eta} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k})$$
$$= \frac{8\pi}{27} \cdot \frac{r^5 \cdot g^2}{\eta} \cdot (\rho_\mathrm{fl} - \rho_\mathrm{k})^2$$

e) Es gilt: $\sigma := \frac{dE}{dA}$

σ : Oberflächenspannung

dE : Benötigte Energie, um Oberfläche um dA zu vergrößern

dA : Zusätzlich geschaffene Oberfläche

f) Es gilt: $\Delta p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$ für den Druck in einem Flüssigkeitstropfen. Bei der Seifenblase müssen jedoch zwei Oberflächen (Außen- und Innenseite) berücksichtigt werden, der Wert also verdoppelt werden:

$$\Delta p = \frac{4 \cdot \sigma}{r} = \frac{4 \cdot 24{,}2 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{0{,}0200\ \mathrm{m}} = 4{,}84\ \mathrm{Pa}$$

g) Die kleinere Blase „bläst“ die größere Blase auf und verschwindet, denn:
Der Druck in der kleineren Blase ist höher als der Druck in der größeren (der Überdruck ist umgekehrt proportional zum Radius, also $\Delta p \propto r^{-1}$), somit strömt die Luft von der kleineren zur größeren Blase, bis erstere verschwindet.