

Klausur A/B Herbst 2018

Aufgabe 1 (Straßenbahn, Prüfung ExPh A H2018A1 und A/B H2018A1)

Eine Straßenbahn der Masse m wird auf gerader, ebener Strecke mit konstanter Leistung P vom Stand aus beschleunigt. Die Reibung soll vernachlässigt werden.

- a) Wie ändern sich die kinetische Energie $E_{\text{kin}}(t)$ und die Geschwindigkeit $v(t)$ mit der Zeit t .

Lösung:

gegeben: $P = 380 \text{ kW} = \text{const}$ gesucht: $E_{\text{kin}}(t) = ?$
 $m = 3,0 \cdot 10^4 \text{ kg}$ $v(t) = ?$
 gerade Strecke
 ebene Strecke
 aus der Ruhe

aus der Leistung:

$$P = \frac{dE(t)}{dt} \stackrel{!}{=} \text{const}$$

$$\Rightarrow dE_{\text{kin}} = P dt \quad \Bigg| \int$$

$$E_{\text{kin}}(t) = P \cdot t + E_0$$

mit der Bedingung aus der Ruhe

$$E_{\text{kin}}(t=0) \stackrel{!}{=} 0$$

$$E_{\text{kin}}(0) = E_0 = 0$$

$$\Rightarrow E_{\text{kin}}(t) = P \cdot t = 380 \text{ kW} \cdot t$$

aus der kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} m v^2(t) = P \cdot t$$

$$\Rightarrow v(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot t}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 380 \text{ kW} \cdot t}{3,0 \cdot 10^4 \text{ kg}}} = 5,03 \frac{\text{m}}{\text{s}^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{t}$$

- b) Wie groß ist die beschleunigende Kraft $F(t)$ als Funktion der Zeit t ?

Lösung:

$$F(t) = m \cdot a(t)$$

$$= m \cdot \dot{v}$$

$$= m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P}{m}} \cdot \frac{1}{2} \cdot t^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{m \cdot P}{2 \cdot t}} = 7,55 \cdot 10^4 \text{ N} \sqrt{\text{s}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$= \frac{P}{v(t)}$$

Alternativ

für $\vec{F} \parallel \vec{v}$ gilt:

$$P = F(t) \cdot v(t) \\ \Rightarrow F(t) = \frac{P}{v(t)}$$

- c) Berechnen Sie den Weg $s(t)$ als Funktion der Zeit t .

Lösung:

$$v(t) = \dot{s} \quad \Bigg| \int \\ s(t) = \int v(t) dt \\ s(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{m}} \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{3}{2}} + s_0$$

o.B.d.A. $s(0) = 0$ (freie Wahl des Ursprungs)

$$\Rightarrow s(t) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2 \cdot P}{m}} \cdot t^{\frac{3}{2}} = 3,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^{\frac{3}{2}}} \cdot t^{\frac{3}{2}}$$

- d) Mit welcher maximalen Geschwindigkeit $v_{\max, 6}$ kann die Straßenbahn mit der Leistung P bei einer Steigung von 6% fahren?

Lösung:

gegeben: $P = 380 \text{ kW} = \text{const}$ gesucht: $v_{\max, 6} = ?$
 $m = 3,0 \cdot 10^4 \text{ kg}$
6% Steigung

Wenn die Hangabtriebskraft gerade der beschleunigenden Kraft entspricht, wird die Bahn nicht mehr weiter beschleunigt. Es kommt zu einer konstanten Geschwindigkeit.

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) = \frac{P}{v_{\max}} \\ v_{\max, 6} = \frac{P}{m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}$$

Bestimme Winkel aus Steigung:

$$6\% = \frac{6}{100} = \tan \alpha \\ \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{6}{100}\right) \approx 3,43^\circ$$

Damit erhält man:

$$v_{\max, 6} = \frac{380 \text{ kW}}{3,0 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(3,43^\circ)} \\ = 21,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 77,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Zahlenwerte: $m = 3,0 \cdot 10^4 \text{ kg}$; $P = 380 \text{ kW}$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 2 (Mathematisches Pendel in der Eisenbahn; Prüfung ExPh A H2018A2 und A/B H2018A2)

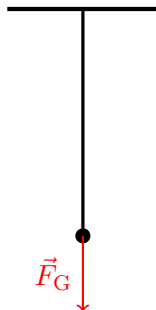
In einem Eisenbahnwagen ist eine Bleikugel der Masse m an einem masselosen Faden der Länge ℓ aufgehängt. Unter welchem Winkel α zur Vertikalen stellt sich der Faden in der Gleichgewichtslage des Pendels in den folgenden, in a) bis c) beschriebenen Bewegungszuständen ein? Zeichnen Sie hierzu jeweils in einer Skizze die wirkenden Kräfte ein und berechnen Sie α

- a) Der Wagen fährt auf gerader Strecke mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 .

Lösung:

gegeben: $v_0 = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{const.}$ gesucht: $\alpha = ?$
gerade (ebene) Strecke

Skizze:



gerade (ebene) Bewegung und $v_0 = \text{const.}$
 $\Rightarrow$ gleichförmige Bewegung, d.h. $a = 0$

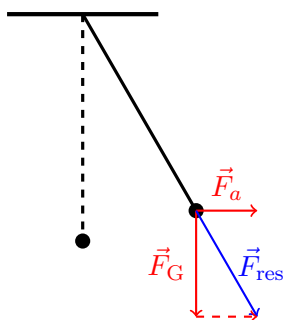
Es wirkt nur die Gewichtskraft $\vec{F}_G$
 $\Rightarrow$ keine Auslenkung, d.h. $\alpha = 0^\circ$

- b) Der Wagen fährt auf gerade Strecke mit konstanter Beschleunigung a .

Lösung:

gegeben: $a = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{const.}$ gesucht: $\alpha = ?$
gerade (ebene) Strecke

Skizze:



gerade (ebene) Bewegung und $a = \text{const.}$
 $\Rightarrow$ gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$\tan \alpha = \frac{F_a}{F_G} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g}$$
$$\Rightarrow \alpha = 9,26^\circ$$

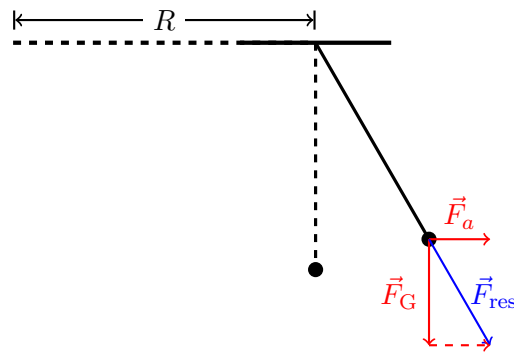
- c) Der Wagen fährt mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 durch eine Kurve mit dem Radius R .

Lösung:

gegeben: $a = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{const.}$
gerade (ebene) Strecke

gesucht: $\alpha = ?$

Skizze:



ebene Kreisbewegung und $v_0 = \text{const.}$
 $\Rightarrow$ gleichförmige Kreisbewegung

$$a = a_{\text{rad}} = \frac{v_0^2}{R}$$

$$\Rightarrow F_a = F_{\text{rad}} = m \cdot a_{\text{rad}} = \frac{mv_0^2}{R} = F_Z \quad (\text{Zentripetalkraft})$$

$$\tan \alpha = \frac{F_a}{F_G} = \frac{m \cdot a_{\text{rad}}}{m \cdot g} = \frac{a_{\text{rad}}}{g} = \frac{v_0^2}{R \cdot g}$$

$$\Rightarrow \alpha = 8,50^\circ$$

nur ExPhys A

- d) Wie groß ist die Schwingungsdauer T des Pendels bei einer Schwingung um die in Fall c) vorliegende Gleichgewichtslage?

Lösung:

gegeben: $\alpha = 8,50^\circ$

gesucht: $T = ?$

Annahmen: kleine Winkel

Auslenkung senkrecht

Das Pendel ist in der Kurve um den Winkel α senkrecht zur Pendelbewegung ausgelenkt. Dies entspricht einem Pendel mit verkürztem Faden der Länge $\ell' = \ell \cdot \cos \alpha$.

Unter der Annahme kleiner Winkel in der Auslenkung ergibt sich eine harmonische Schwingung, die Schwingungsdauer ist dann gegeben durch:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{\ell'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cdot \cos \alpha}{g}} \\ &= 3,09 \text{ s} \end{aligned}$$

Zahlenwerte: $v_0 = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\ell = 2,4 \text{ m}$; $a = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $R = 330 \text{ m}$.

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

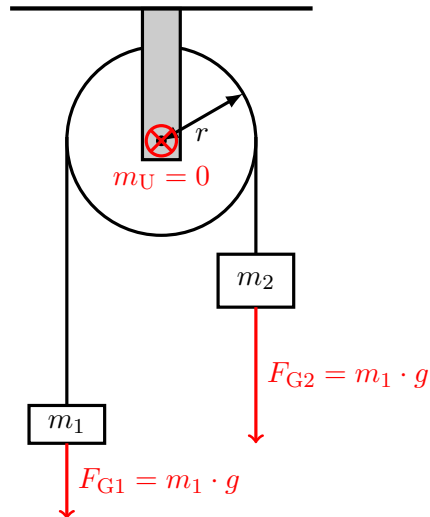
Aufgabe 3 (Umlenkrolle, Prüfung ExPh A/B H2018A3)

Über eine masselose Umlenkrolle (Durchmesser d) laufe ein Seil vernachlässigbarer Masse. An den herabhängenden Enden seien zwei Gewichte m_1 und m_2 angebracht, die zum Zeitpunkt $t = 0$ aus der Ruhe losgelassen werden. Die Reibung werde vernachlässigt.

- a) Mit welcher Beschleunigung a setzten sich die Gewichte in Bewegung? Begründen Sie kurz Ihre Überlegung und skizzieren Sie die wirkenden Kräfte.

Lösung:

gegeben: $m_U = 0$ gesucht: $a = ?$
 $m_1 = 0,10 \text{ kg}$
 $m_2 = 0,12 \text{ kg}$



Es gilt $m_2 > m_1$, damit ist die beschleunigende Kraft F_a gegeben durch:

$$F_a = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g$$

Das Seil verbindet die beiden Massen, sie erfahren die gleiche Beschleunigung. Es wird die gesamte Masse $m_{\text{ges}} = m_1 + m_2$ beschleunigt.

Daraus ergibt sich mit $F = m \cdot a$:

$$a = \frac{F_a}{m_{\text{ges}}} = \frac{m_2 \cdot g - m_1 \cdot g}{m_1 + m_2} = 0,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- b) Berechnen Sie das auf die Umlenkrolle wirkende Drehmoment.

Lösung:

gegeben: $m_U = 0$ gesucht: $|\vec{M}| = M = ?$
 $r = 0,1 \text{ m}$
keine Reibung

- Vor dem Loslassen: Es muss eine externe Kraft aufgebracht werden um die Massen in Ruhe zu halten. Wenn das Seil auf der Rolle haftet kann dies über ein Moment an der Rolle geschehen. In diesem Fall ist es gegeben durch:

$$M = r \cdot m_2 \cdot g - r \cdot m_1 \cdot g = 19,62 \text{ N m}$$

Dies ist das in der ausgehängten Musterlösung angegebene Moment.

In der Aufgabe steht jedoch: Die Reibung werde vernachlässigt. Damit wäre das Moment auf die Rolle in diesem Fall Null, da keine Kraft vom Seil auf die Rolle übertragen werden kann.

- Nach dem Loslassen: Im reibungsfreien Fall wirkt auf die masselose Umlenkrolle kein Drehmoment.

c) Wie groß ist die gesamte kinetische Energie zwei Sekunden nach dem Loslassen?

Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & m_U = 0 \\ & m_1 = 0,10 \text{ kg} \\ & m_2 = 0,12 \text{ kg} \\ & t = 2,0 \text{ s} \end{array} \quad \text{gesucht:} \quad E_{\text{kin}} = ?$$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2(t) \\ v(t) &= a \cdot t \\ E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{m_2 \cdot g - m_1 \cdot g}{m_1 + m_2} \cdot t \right)^2 \\ &= 0,35 \text{ J} \end{aligned}$$

Zahlenwerte: $d = 20 \text{ cm}$; $m_1 = 0,10 \text{ kg}$; $m_2 = 0,12 \text{ kg}$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B

Aufgabe 4 (Druckflasche; Prüfung ExPh A H2018A5 und A/B H2018A4)

In einer Druckflasche mit dem Volumen V ist bei der Temperatur T Helium (He) der Masse m eingeschlossen.

a) Welche mittlere Geschwindigkeit v_{rms} haben die Moleküle?

Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & M_{\text{molar, He}} = 4,0 \text{ g/mol} \\ & T = 290 \text{ K} \\ & \text{einatomiges Gas} \end{array} \quad \text{gesucht:} \quad v_{\text{rms}} = ?$$

Ein einatomiges Gas hat nur die drei Freiheitsgrade der Translation.

$$\begin{aligned} \frac{m_{\text{He-Atom}}}{2} v_{\text{rms}}^2 &= \frac{3}{2} kT \\ \frac{M_{\text{molar, He}}}{2} v_{\text{rms}}^2 &= \frac{3}{2} RT \\ v_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{molar, He}}}} = 1,34 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

b) Wie groß ist die Stoffmenge des eingeschlossenen Heliums?

Lösung:

$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & M_{\text{molar, He}} = 4,0 \text{ g/mol} \\ & m = 3,0 \text{ g} \end{array} \quad \text{gesucht:} \quad n = ?$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{m}{M_{\text{molar, He}}} = \frac{3,0 \text{ g}}{4,0 \text{ g/mol}} \\ &= 0,75 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

c) Wie viele He-Atome sind in der Flasche und wie groß ist die im Gas gespeicherte Wärmeenergie?

Lösung:

gegeben: $M_{\text{molar, Helium}} = 4,0 \text{ g/mol}$ gesucht: $N = ?$
 $T = 290 \text{ K}$ $U = ?$
 $m = 3,0 \text{ g}$
einatomiges Gas

$$n = \frac{m}{M_{\text{molar, Helium}}}$$
$$N = n \cdot N_A = \frac{m}{M_{\text{molar, Helium}}} \cdot N_A = 4,5 \cdot 10^{23} \text{ Moleküle}$$
$$\Rightarrow U = N \cdot \frac{f}{2} kT = n \frac{3}{2} RT = \frac{m}{M_{\text{molar, Helium}}} \frac{3}{2} RT = 2,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

d) Welcher Druck p wirkt auf die Flaschenwand?

Lösung:

gegeben: $M_{\text{molar, Helium}} = 4,0 \text{ g/mol}$ gesucht: $p = ?$
 $T = 290 \text{ K}$
 $m = 3,0 \text{ g}$
 $V = 3,0 \text{ l}$

$$p \cdot V = nRT$$
$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{m}{M_{\text{molar, Helium}}} \cdot \frac{RT}{V} = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Zahlenwerte: $V = 3,0 \text{ l}$; $T = 290 \text{ K}$; $m = 3,0 \text{ g}$; Molmasse von Helium: $M_{\text{molar, He}} = 4,0 \text{ g/mol}$.

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 5 (Ideales Gas; Prüfung ExPh A H2018A6 und A/B H2018A5)

Ein Mol Stickstoff (ideales, zweiatomiges Gas) werden unter verschiedenen Bedingungen von $T_1 = 300 \text{ K}$ auf $T_2 = 900 \text{ K}$ erwärmt.

a) Berechnen Sie die Zunahme der inneren Energie, die verrichtete Arbeit und die zugeführte Wärmemenge, wenn das Volumen konstant gehalten wird.

Lösung:

gegeben: $n = 1 \text{ mol}$ gesucht: $\Delta U = ?$
 $T_1 = 300 \text{ K}$ $\Delta W = ?$
 $T_2 = 900 \text{ K}$ $\Delta Q = ?$
ideales zweiatomiges Gas
 $V = \text{const.}$

Es handelt sich um eine isochore Zustandsänderung, d.h. $\Delta V = 0$. Dabei wird keine (mechanische) Arbeit verrichtet, d.h. $\Delta W = 0$.

Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt:

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$
$$\Delta Q = \Delta U = n \cdot c_V \cdot \Delta T = n \cdot \frac{f}{2} \cdot R \cdot \Delta T$$

Mit $f = 5$ für ein zweiatomiges Gas und den gegebenen Zahlenwerten ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta Q = \Delta U &= 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 12,5 \text{ kJ}\end{aligned}$$

- b) Berechnen Sie dieselben Größen wie in Fall a), wenn die Erwärmung bei konstanten Druck stattfindet.

Lösung:

gegeben:	$n = 1 \text{ mol}$	gesucht:	$\Delta U = ?$
	$T_1 = 300 \text{ K}$		$\Delta W = ?$
	$T_2 = 900 \text{ K}$		$\Delta Q = ?$
	ideales zweiatomiges Gas		
	$p = \text{const.}$		

Es handelt sich hier um eine isobare Zustandsänderung, d.h. $\Delta p = 0$.

Für die Änderung der inneren Energie ΔU gilt wie im Teil a).

$$\Delta U = n \cdot c_V \cdot \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 12,5 \text{ kJ}$$

Die Änderung der Wärmemenge wird mit Hilfe der isobare Wärmekapazität $c_p = c_V + R$ bestimmt.

$$\begin{aligned}\Delta Q &= n \cdot c_p \cdot \Delta T = n \cdot \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \cdot R \cdot \Delta T \\ &= 1 \text{ mol} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1 \right) \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 17,5 \text{ kJ}\end{aligned}$$

Die (mechanische) Arbeit wird dann wieder über den ersten Hauptsatz bestimmt.

$$\Delta W = \Delta U - \Delta Q = -n \cdot R \cdot \Delta T = -5,0 \text{ kJ}$$

Das Minuszeichen zeigt an, dass das System Arbeit an der Umgebung bei der Expansion verrichtet.

- c) Begründen Sie, warum die isobare Wärmekapazität c_p größer ist als die isochore Wärmekapazität c_V .

Lösung:

Bei einer isobaren Erwärmung dehnt sich das Gas aus und verrichtet an der Umgebung mechanische Arbeit. Dies bedeutet, dass die zugeführte Wärmemenge neben der Erhöhung der inneren Energie auch die für die Expansion nötige Energie (siehe Teil b)) bereit stellen muss. Daher ist die isobare Wärmekapazität c_p größer als die isochore Wärmekapazität c_V .

- d) Wie ändern sich die Ergebnisse in a) und b), wenn statt Stickstoff das einatomige Gas Helium verwendet wird?

Lösung:

Die Zahl der Freiheitsgrade beträgt in diesem Fall $f = 3$. Die Rechnungen bleiben ansonsten unverändert.

a) isochor

gegeben: $n = 1 \text{ mol}$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_2 = 900 \text{ K}$

ideales einatomiges Gas

$V = \text{const.}$

gesucht: $\Delta U = ?$

$\Delta W = ?$

$\Delta Q = ?$

Es handelt sich um eine isochore Zustandsänderung, d.h. $\Delta V = 0$. Dabei wird keine (mechanische) Arbeit verrichtet, d.h. $\Delta W = 0$.

Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt:

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$

$$\Delta Q = \Delta U = n \cdot c_V \cdot \Delta T = n \cdot \frac{f}{2} \cdot R \cdot \Delta T$$

Mit $f = 3$ für ein einatomiges Gas und den gegebenen Zahlenwerten ergibt sich:

$$\begin{aligned}\Delta Q = \Delta U &= 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 7,5 \text{ kJ}\end{aligned}$$

b) isobar

gegeben: $n = 1 \text{ mol}$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_2 = 900 \text{ K}$

ideales einatomiges Gas

$p = \text{const.}$

gesucht: $\Delta U = ?$

$\Delta W = ?$

$\Delta Q = ?$

Es handelt sich hier um eine isobare Zustandsänderung, d.h. $\Delta p = 0$.

Für die Änderung der inneren Energie ΔU gilt wie im der isochoren Prozessführung.

$$\Delta U = n \cdot c_V \cdot \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 7,5 \text{ kJ}$$

Die Änderung der Wärmemenge wird mit Hilfe der isobare Wärmekapazität $c_p = c_V + R$ bestimmt.

$$\begin{aligned}\Delta Q &= n \cdot c_p \cdot \Delta T = n \cdot \left(\frac{f}{2} + 1 \right) \cdot R \cdot \Delta T \\ &= 1 \text{ mol} \cdot \left(\frac{3}{2} + 1 \right) \cdot 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot (900 \text{ K} - 300 \text{ K}) = 12,5 \text{ kJ}\end{aligned}$$

Die (mechanische) Arbeit wird dann wieder über den ersten Hauptsatz bestimmt.

$$\Delta W = \Delta U - \Delta Q = -n \cdot R \cdot \Delta T = -5,0 \text{ kJ}$$

Das Minuszeichen zeigt an, dass das System Arbeit an der Umgebung bei der Expansion verrichtet.

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 6 (Geladene Metallkugel; Prüfung ExPh A/B H2018A6)

Eine massive Metallkugel mit Durchmesser $d = 0,8 \text{ m}$ sei elektrisch isoliert im Raum aufgehängt und auf die Spannung $U = 100 \text{ V}$ aufgeladen (Bezugspotential null im Unendlichen)

a) Welche Ladung Q trägt die Kugel?

Lösung:

gegeben: $R = \frac{d}{2} = 0,8 \text{ m}$

gesucht: $Q = ?$

$U = 100 \text{ V}$

Bezugspotential null im Unendlichen

Annahme: $\varepsilon_r = 1$

Mit Kenntnis der Kapazität einer Kugel:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{R} = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R$$

$$Q = C \cdot U = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R U = 4,45 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 4,45 \text{ nC}$$

Alternativ:

$$U = \Delta\varphi$$

Mit $\varphi(r \rightarrow \infty) = 0$

$$U = \varphi(R)$$

Ladungen auf einer Metallkugel befindet sich auf der Oberfläche. Mit Kugelschalen-Theorem und Kenntnis des Potentials einer Punktladung. Gilt auf der Oberfläche der Kugel:

$$U = \varphi(R) = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$$
$$\Rightarrow Q = 4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R U = 4,45 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 4,45 \text{ nC}$$

- b) Skizzieren Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke E und das Potential φ als Funktion der Entfernung r vom Kugelmittelpunkt. Begründen Sie den funktionellen Zusammenhang von $E(r)$ und $\varphi(r)$ im Inneren der Kugel.

Lösung:

gegeben: $R = 0,8 \text{ m}$

gesucht: $E(r) = ?$

$U = 100 \text{ V}$

$\varphi(r) = ?$ Das elektrische Feld kann mit Hilfe des Satz

Kugel

von Gauß bestimmt werden:

$$\oint \vec{E}(r) d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Für das elektrische Potential gilt:

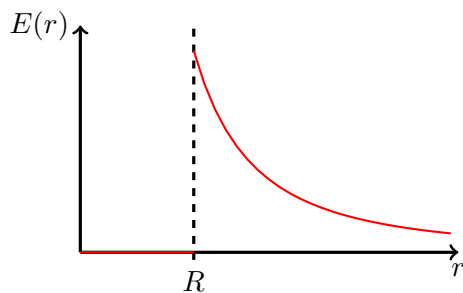
$$\varphi(r) = \int \vec{E}(r) d\vec{r}$$

Die Ladungen befinden sich auf der Kugeloberfläche. Somit existiert innerhalb der Kugel kein Feld (keine eingeschlossene Ladung im Satz von Gauß). Das Potential im Innern ist konstant, da die Potentialänderung bei einer Verschiebung ebenfalls Null ist (oder da die Integration von Null eben eine Konstante ergibt). Somit entspricht das Potential im Innern dem an der Oberfläche.

Es gilt (Kugel liegt im Ursprung):

$$E(r) = \begin{cases} 0, & r < R \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$$

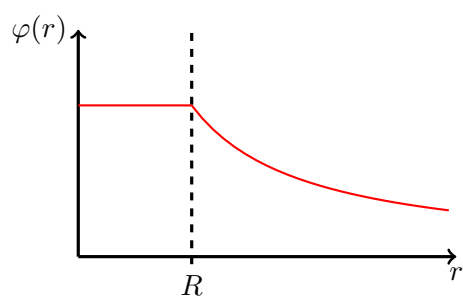
Skizze:



und

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} = \text{const.}, & r < R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, & r \geq R \end{cases}$$

Skizze:



- c) Skizzieren Sie den Verlauf der Feldlinien und der Äquipotentiallinien, wenn eine zweite, entgegengesetzt geladene Kugel (Ladung $-Q$) in die Nähe der ersten, positiv geladenen Kugel gebracht wird. Zeichnen Sie dabei mit Pfeilen auch die Richtung der Feldlinien ein.

Lösung:

gegeben: Zwei Kugeln

$$Q_1 = Q$$

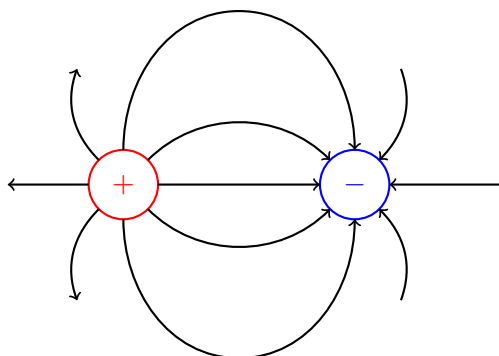
$$Q_2 = -Q$$

gesucht: Feldlinien

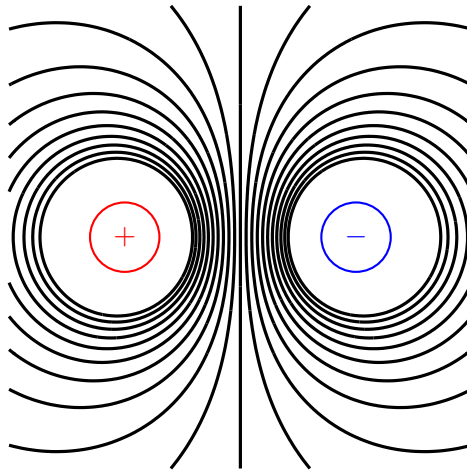
Äquipotentiallinien Wir gehen davon aus das es

sich um Punktladungen handelt. Dies ist erlaubt, wenn für den Abstand a gilt: $a \gg r$

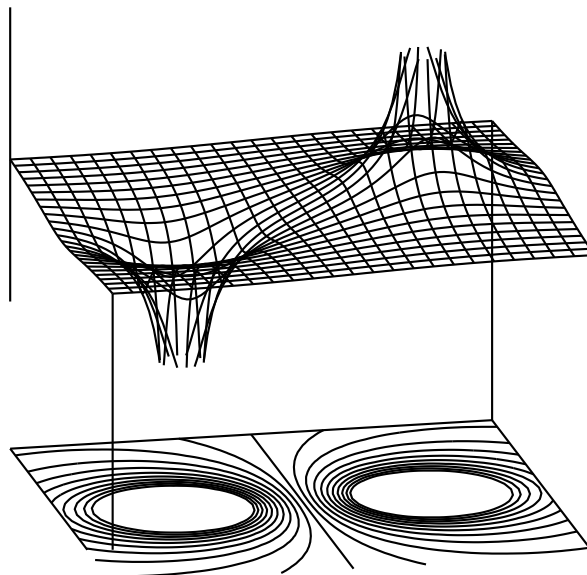
Skizze Feldlinien



Skizze Äquipotentiallinien



Skizze Potential (Fläche) und Äquipotentiallinien (Konturlinien)



Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B

Aufgabe 7 (Plattenkondensator; Prüfung ExPh A/B H2018A7)

- a) Zwischen den Platten eines Plattenkondensators im Vakuum (Plattenfläche A , Plattenabstand d) ist eine Spannung U_0 angelegt. Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators, seine Ladung Q sowie die in ihm gespeicherte Energie W_0 .

Lösung:

gegeben: $A = 10 \text{ cm}^2$
 $d = 1,2 \text{ mm}$
 $U_0 = 150 \text{ V}$
 Vakuum $\epsilon_r = 1$

gesucht: $C = ?$
 $Q = ?$
 $W_0 = ?$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = 7,38 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 7,38 \text{ pF}$$

$$Q = C \cdot U_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} U_0 = 1,11 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1,11 \text{ nC}$$

$$W_0 = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = 8,297 \cdot 10^{-8} \text{ J} = 82,97 \text{ nJ}$$

- b) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke E zwischen den Platten und daraus die elektrische Energiedichte ω .

Lösung:

gegeben:	$A = 10 \text{ cm}^2$	gesucht:	$E = ?$
	$d = 1,2 \text{ mm}$		$\omega = ?$
	$U_0 = 150 \text{ V}$		
	Vakuum $\varepsilon_r = 1$		

$$E = \frac{U_0}{d} = 1,25 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 125,0 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = 6,914 \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = 69,14 \frac{\text{mJ}}{\text{m}^3}$$

- c) Wie groß ist der elektrische Fluss Φ durch eine geschlossene Hüllfläche, die i) nur eine der beiden Kondensatorplatten bzw. ii) beide Kondensatorplatten umschließt? Geben Sie jeweils eine kurze Begründung für Ihre Überlegung.

Lösung:

gegeben:	geschlossene Hüllfläche	gesucht:	$\Phi_{\text{i}} = ?$
	i) eine Platte		$\Phi_{\text{ii}} = ?$
	ii) beide Platten		
	Vakuum $\varepsilon_r = 1$		

Der elektrische Fluss ist in der Physik definiert als:

$$\Phi = \int_A \vec{E} d\vec{A}$$

Für geschlossene Flächen gilt der Satz von Gauß:

$$\Phi = \oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{\text{ein}}}{\varepsilon_0}$$

- i) Wird eine Platte umschlossen so ist die eingeschlossene Ladung Q_{ein} gerade die Ladung im Kondensator Q . Damit gilt:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{i}} &= \frac{Q_{\text{ein}}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \\ &= \frac{C \cdot U_0}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \cdot U_0}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_r A \cdot U_0}{d} = 125 \text{ V} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

- ii) Sind beide Platten umschlossen so kompensieren sich die Ladungen der beiden Platten. Die Summe der von der Hüllfläche eingeschlossenen Ladung ist somit null.

$$\Phi_{\text{ii}} = \frac{Q_{\text{ein}}}{\varepsilon_0} = 0$$

- d) Nun wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt und anschließend der Zwischenraum zwischen den Platten mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 3$ gefüllt. Berechnen Sie, um welchen Faktor sich die elektrische Feldstärke E , die elektrische Verschiebungsdichte D , die zwischen den Kondensatorplatten anliegende Spannung U sowie die in dem Kondensator gespeicherte elektrische Energie W ändern.

Lösung:

gegeben: $A = 10 \text{ cm}^2$

$d = 1,2 \text{ mm}$

$U_0 = 150 \text{ V}$

Vakuum $\varepsilon_r = 3$

Spannungsquelle getrennt $\Rightarrow Q = \text{const.}$

gesucht: $C = ?$

$Q = ?$

$W_0 = ?$

$$C_{\text{neu}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \varepsilon_r C = 3C$$

$$U_{\text{neu}} = \frac{Q_{\text{neu}}}{C_{\text{neu}}} = \frac{Q}{\varepsilon_r C} = \frac{1}{\varepsilon_r} U_0 = \frac{1}{3} U_0$$

$$E_{\text{neu}} = \frac{U_{\text{neu}}}{d_{\text{neu}}} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_r} U_0}{d} = \frac{1}{\varepsilon_r} E = \frac{1}{3} E$$

$$W_{\text{neu}} = \frac{1}{2} C_{\text{neu}} \cdot U_{\text{neu}}^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r C \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_r} U_0 \right)^2 = \frac{1}{\varepsilon_r} W_0 = \frac{1}{3} W_0$$

$$D_{\text{alt}} = \varepsilon_0 E$$

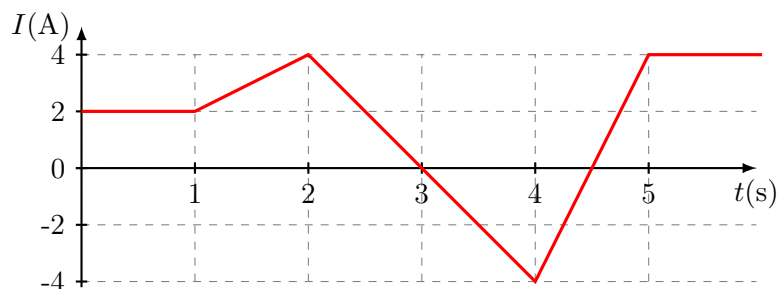
$$D_{\text{neu}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_{\text{neu}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{1}{\varepsilon_r} E = D_{\text{alt}}$$

Zahlenwerte: $U_0 = 150 \text{ V}$; $A = 10 \text{ cm}^2$; $d = 1,2 \text{ mm}$.

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B

Aufgabe 8 (Leiterschleife im B-Feld; Prüfung ExPh F2008A7)

Eine kreisförmige Leiterschleife vom Radius $r = 1,4 \text{ cm}$ ist mit einem Spannungsmessgerät verbunden und befindet sich in einer langen Zylinderspule. Die Windungen der Spule liegen parallel zur Leiterschleife. Die Zahl der Windungen pro Länge sei $200/\text{m}$. Der Strom durch die Spule variiert mit der Zeit, wie im nebenstehenden $I(t)$ -Diagramm als Funktion der Zeit t gezeigt.



- a) Wie groß ist der magnetische Fluss durch die Leiterschleife bei $t = 2,0 \text{ s}$?

Lösung:

gegeben: $\frac{n}{\ell} = 200 \frac{1}{\text{m}}$

$t = 2,0 \text{ s}$

$r = 1,4 \text{ cm}$

$I(t)$

gesucht: $\Phi(t = 2,0 \text{ s}) = ?$

$$\Phi(t) = \oint \vec{B} d\vec{A} = B(t) \cdot A$$

$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \cdot \frac{I(t) \cdot n}{\ell}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Phi(t = 2,0 \text{ s}) &= \mu_0 \cdot \frac{I(t = 2,0 \text{ s}) \cdot n}{\ell} \cdot \pi r^2 \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 4 \text{ A} \cdot 200 \frac{1}{\text{m}} \cdot \pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ Vs} \end{aligned}$$

b) Welche Spannung wird in der Leiterschleife bei $t = 0,5 \text{ s}$, $t = 1,5 \text{ s}$ und $t = 3,0 \text{ s}$ induziert?

Lösung:

gegeben: $\frac{n}{\ell} = 200 \frac{1}{\text{m}}$
 $t = 0,5 \text{ s}$, $t = 1,5 \text{ s}$ und $t = 3,0 \text{ s}$
 $r = 1,4 \text{ cm}$
 $N = 1$
 $I(t)$

gesucht: $U_{\text{ind}}(t = 0,5 \text{ s}) = ?$
 $U_{\text{ind}}(t = 1,5 \text{ s}) = ?$
 $U_{\text{ind}}(t = 3,0 \text{ s}) = ?$ Es gilt:

$$\begin{aligned} U_{\text{ind}}(t) &= -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(B \cdot A)}{dt} = -N \cdot A \frac{dB(t)}{dt} \\ &= -N \cdot \pi r^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{n}{\ell} \frac{dI(t)}{dt} \end{aligned}$$

Es handelt sich um eine lineare Stromänderung, die Steigung der Gerade ist $\frac{dI(t)}{dt}$ und kann auch dem $I(t)$ -Diagramm abgelesen werden.

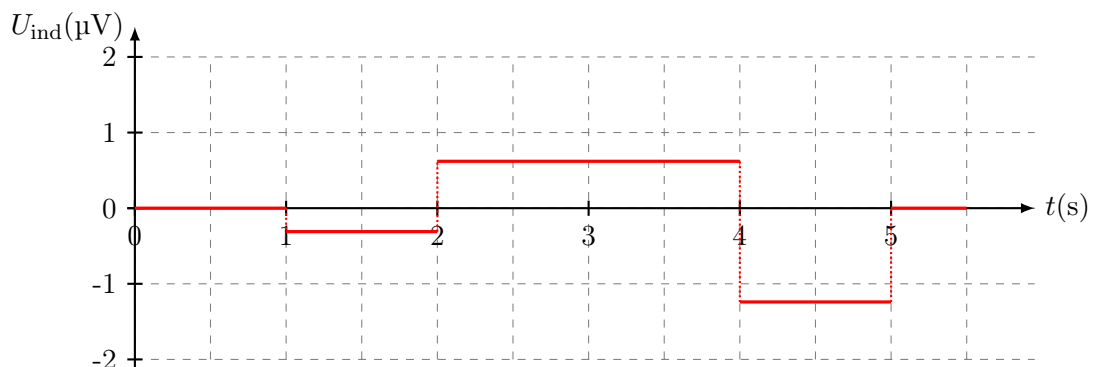
$$U_{\text{ind}}(t = 0,5 \text{ s}) = -1 \cdot \pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 200 \frac{1}{\text{m}} \cdot 0 = 0$$

$$U_{\text{ind}}(t = 1,5 \text{ s}) = -1 \cdot \pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 200 \frac{1}{\text{m}} \cdot 2 \frac{\text{A}}{\text{s}} = -0,31 \mu\text{V}$$

$$U_{\text{ind}}(t = 3,5 \text{ s}) = -1 \cdot \pi \cdot (1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 200 \frac{1}{\text{m}} \cdot \left(-4 \frac{\text{A}}{\text{s}}\right) = 0,62 \mu\text{V}$$

c) Stellen Sie den Verlauf der induzierten Spannung U_{ind} als Funktion der Zeit t in einem Diagramm quantitativ im Bereich $t = 0 \text{ s}$ und $t = 5,5 \text{ s}$ dar.

Lösung:



Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B

Aufgabe 9 (Laser; Prüfung A/B H2018A9)

Ein Laser sendet Licht der Wellenlänge $\lambda = 633 \text{ nm}$. Die Lichtleistung beträgt $2,7 \text{ mW}$.

a) Was bedeutet die Abkürzung LASER?

Lösung:

LASER=Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

b) Welche Energie hat ein Photon der genannten Wellenlänge?

Lösung:

gegeben: $\lambda = 633 \text{ nm}$ gesucht: $E_{\text{Photon}} = ?$

$$\begin{aligned} E_{\text{Photon}} &= h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} \\ &= 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

c) Wie viele Photonen sendet der Laser pro Sekunde aus? Welchen Impuls hat jedes dieser Photonen?

Lösung:

gegeben: $\lambda = 633 \text{ nm}$ gesucht: $\frac{n_{\text{Photon}}}{t} = ?$
 $P = 2,7 \text{ mW}$ $p_{\text{Photon}} = ?$
 $t = 1 \text{ s}$

$$\begin{aligned} P &= \frac{n_{\text{Photon}} \cdot E_{\text{Photon}}}{t} \\ \frac{n_{\text{Photon}}}{t} &= \frac{P}{E_{\text{Photon}}} = 8,60 \cdot 10^{15} \text{ 1/s} \end{aligned}$$

$$p_{\text{Photon}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

d) Der Laserstrahl trifft nun senkrecht auf einen Spiegel und wird von diesem vollständig reflektiert. Welche Kraft übt der Laserstrahl auf den Spiegel aus? Berechnen Sie die Kraft und begründen Sie kurz Ihre Überlegung.

Lösung:

gegeben: $p_{\text{Photon}} = 1,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ gesucht: $F_{\text{Spiegel}} = ?$
 $\frac{n_{\text{Photon}}}{t} = 8,60 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}$ Die Kraft kann mithilfe
reflektiert

der Impulsänderung bestimmt werden. Es gilt:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Der Laserstrahl wird am Spiegel vollständig reflektiert. Es gilt der Impulserhaltungssatz. Das Photon trifft mit dem Impuls p_{Photon} auf den Spiegel und hat nach der Reflexion den betragsmäßig gleich großen Impuls. Der Impuls zeigt nun aber in die andere Richtung. Der Impulsübertrag auf den Spiegel entspricht somit $\Delta p = 2 \cdot p_{\text{Photon}}$. Dieser Übertrag tritt nun pro Photon pro Zeitintervall $\frac{n_{\text{Photon}}}{t}$, das auf den Spiegel trifft, auf. Die Kraft ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned} F_{\text{Spiegel}} &= \frac{dp}{dt} = \frac{2 \cdot p_{\text{Photon}} \cdot n_{\text{Photon}}}{t} \\ &= 2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \cdot 8,60 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} = 18,0 \cdot 10^{-12} \text{ N} = 18,0 \text{ pN} \end{aligned}$$

- e) Der Laserstrahl wird nun stattdessen senkrecht auf eine schwarze Platte gelenkt und von dieser vollständig absorbiert. Welche Kraft übt der Laserstrahl auf die schwarze Platte aus? Begründen Sie auch für diesen Fall kurz ihre Überlegung.

Lösung:

gegeben: $p_{\text{Photon}} = 1,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ gesucht: $F_{\text{Schwarz}} = ?$
 $\frac{n_{\text{Photon}}}{t} = 8,60 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}$
 absorbiert

Auch in diesem Fall wird die Kraft mithilfe der Impulsänderung bestimmt.

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Der Laserstrahl wird vollständig absorbiert. Der Impulsübertrag auf die Wand entspricht somit $\Delta p = p_{\text{Photon}}$. Also gerade der Hälfte des Übertrags bei Reflexion. Dieser Übertrag tritt nun pro Photon pro Zeitintervall $\frac{n_{\text{Photon}}}{t}$, das auf die Wand trifft, auf. Die Kraft ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned} F_{\text{Schwarz}} &= \frac{dp}{dt} = \frac{p_{\text{Photon}} \cdot n_{\text{Photon}}}{t} = \frac{F_{\text{Spiegel}}}{2} \\ &= 1,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \cdot 8,60 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}} = 9,0 \cdot 10^{-12} \text{ N} = 9,0 \text{ pN} \end{aligned}$$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B

Aufgabe 10 (Welle-Teilchen; Prüfung ExPh A/B H2018A10)

- a) Nennen Sie zwei Experimente, aus denen auf die Wellennatur des Lichtes geschlossen werden kann.

Lösung:

Typische Wellenphänomene sind: Beugung, Interferenz, Brechung, Polarisation

- b) Nennen Sie zwei Experimente, aus denen auf die Teilchennatur des Lichtes geschlossen werden kann. Beschreiben und erklären Sie diese beiden Effekte.

Lösung:

- Photoeffekt: Elektronen werden durch Photonen aus Metalloberfläche herausgeschlagen:
 - (i) Minimale Frequenz ν notwendig um Austrittsenergie W zu überwinden
 - (ii) E_{kin} ist abhängig von Frequenz ν des Photons und steigt linear mit ν
 - (iii) Anzahl Elektronen ist proportional zur Intensität des Lichts
- Compton-Effekt: elastischer Stoß zwischen Elektronen und Photonen, Photon gibt Energie ab (Frequenz nach Stoß kleiner) $\rightarrow$ Photonen haben Impuls.
- Paarbildung: aus einem energiereichen Photon mit $E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu$ bildet sich ein Teilchen-Antiteilchen-Paar (z.B. Elektron-Positron-Paar bei $E_{\text{Photon}} \geq 2m_e \cdot c^2(1 + \Delta)$). Findet entweder im Atomkern statt (z.B. Germaniumdetektor für γ -Spektroskopie, $\Delta \approx 10^{-5}$) oder in der Atomhülle, wenn Photon eine Hüllelektron trifft (sog. Triplettbildung) mit $E_{\text{Photon}} \geq 4m_e \cdot c^2$, wovon $2m_e \cdot c^2$ als kinetische Energie der drei Teilchen auftreten, d.h. $\Delta = 1$.

- c) Wie groß ist die de Broglie-Wellenlänge eines Elektrons, dass mit einer Spannung von 150 V aus der Ruhe beschleunigt wurde?

Lösung:

gegeben: $U = 150 \text{ V}$ gesucht: $\lambda = ?$
 aus der Ruhe

Für die de Broglie-Wellenlänge gilt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Die Geschwindigkeit v kann über die Energieerhaltung bestimmt werden.

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Damit ergibt sich für λ :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2eUm}}$$
$$= \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 150 \text{ V} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A/B