

Klausur A Frühjahr 2017

Aufgabe 3.1 (Gravitation auf dem Mond; Prüfung ExPh A F2017A1 und A/B F2017A1)

Ein Körper der Masse $m = 5,0 \text{ kg}$ befinde sich in einer Höhe $h = 20,0 \text{ m}$ über der Mondoberfläche.

- a) Berechnen Sie die Beschleunigung g_M , die eine Masse im freien Fall auf dem Mond erfährt.

Lösung:

gegeben: $m_M = 7,350 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ gesucht: $g_M = ?$
 $r_M = 1738 \text{ km}$

$$F_\gamma = m \cdot g_M$$

$$\gamma \frac{m \cdot m_M}{r_M^2} = m \cdot g_M$$

$$\Rightarrow g_M = \gamma \frac{m_M}{r_M^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{7,350 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{1738000^2 \text{ m}^2} = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- b) Berechnen Sie die potentielle Energie E_{pot} der Masse bezüglich der Mondoberfläche.

Lösung:

gegeben: $g_M = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gesucht: $E_{pot} = ?$
 $m = 5,0 \text{ kg}$
 $h = 20,0 \text{ m}$

$$E_{pot} = m \cdot g_M \cdot h = 5,0 \text{ kg} \cdot 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20,0 \text{ m} = 162,2 \text{ J}$$

- c) Die Masse wird aus der Ruhe losgelassen. Mit welcher Geschwindigkeit v trifft sie auf die Mondoberfläche?

Lösung:

gegeben: $g_M = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gesucht: $v = ?$
 $m = 5,0 \text{ kg}$
 $h = 20,0 \text{ m}$

- 1. Möglichkeit: Energieerhaltung

$$E_{kin} = E_{pot}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g_M h$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 h g_M} = \sqrt{2 \cdot 20,0 \text{ m} \cdot 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- 2. Möglichkeit: Bewegungsgleichung, i.e. freier Fall

Koordinatensystem: Ursprung in Masse zum Zeitpunkt $t = 0$, d.h. 20 m über der Mondoberfläche, positive z -Achse zeigt Richtung Mondoberfläche.

t_1 : Aufprallzeitpunkt

$$\begin{aligned}z(t) &= \frac{1}{2} g_M t^2 \\z(t_1) &\stackrel{!}{=} h = \frac{1}{2} g_M t^2 \\ \Rightarrow t_1 &= \sqrt{\frac{2h}{g_M}} \\v(t) &= \dot{z}(t) = g_M t \\ \Rightarrow v(t_1) &= g_M \cdot \sqrt{\frac{2h}{g_M}} = \sqrt{2 h g_M} = \sqrt{2 \cdot 20,0 \text{ m} \cdot 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Zahlenwerte: Mondmasse $m_M = 7,350 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; Mondradius $r_M = 1738 \text{ km}$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 3.2 (Ampel; Prüfung ExPh A F2017A2 und A/B F2017A2)

Ein Autofahrer ist mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 54 \text{ km/h}$ im Stadtverkehr unterwegs als er eine rote Ampel bemerkt. Nach einer Reaktionszeit von $0,5 \text{ s}$ beginnt er sofort mit einer Vollbremsung und schafft es gerade noch vor der Ampel anzuhalten. Dank sehr günstiger Bedingungen kann der Fahrer mit einer gleichmäßigen Beschleunigung von $a = 10 \text{ m/s}^2$ bremsen. 1

a) Wie lange dauert der Bremsvorgang inklusive der Reaktionszeit des Fahrers?

Lösung:

Beachte:

1. Geschwindigkeit in m/s umrechnen
2. Beschleunigung entgegen der Bewegungsrichtung, daher $-$.

$$\begin{aligned}\text{geg.: } v_0 &= 15 \text{ m/s} & \text{ges.: } t_{\text{Ampel}} \\ t_R &= 0,5 \text{ s} \\ a &= -10 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Die Zeit, die das Auto bis zur Ampel benötigt setzt sich aus zwei Teilen zusammen: 1. Reaktionszeit t_R ; 2. Bremszeit t_B

Die Reaktionszeit ist gegeben.

Es muss gelten, dass das Auto nach der Bremszeit t_B steht, d.h. $v(t_B) \stackrel{!}{=} 0$.

$$\begin{aligned}v(t_B) &\stackrel{!}{=} 0 = at_B + v_0 \\ \Rightarrow t_B &= -\frac{v_0}{a} = -\frac{15 \text{ m/s}}{-10 \text{ m/s}^2} = 1,5 \text{ s}\end{aligned}$$

$$t_{\text{Ampel}} = t_R + t_B = 2 \text{ s}$$

b) Wie weit ist das Auto von der Ampel entfernt, als der Fahrer die rote Ampel bemerkt?

Lösung:

$$\begin{aligned}\text{geg.: } v_0 &= 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s} & \text{ges.: } s_{\text{Ampel}} \\ t_R &= 0,5 \text{ s} \\ a &= -10 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Der Weg des Autos bis zur Ampel setzt sich aus zwei Teilen zusammen: 1. Weg der während der Reaktionszeit zurück gelegt wird s_R ; 2. Weg der zum Bremsen benötigt wird s_B

Bestimmung von $s_R \rightarrow$ gleichförmige Bewegung

$$\begin{aligned}s(t) &= v_0 t \\ s_R = s(t_R) &= v_0 \cdot t_R \\ &= 15 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} = 7,5 \text{ m}\end{aligned}$$

Bestimmung von $s_B \rightarrow$ gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 \\ v(t) &= at + v_0\end{aligned}$$

Man kann jetzt hier $s_0 = s_R$ und erhält direkt den Wert s_{Ampel} oder $s_0 = 0$ dann erhält man die Strecke s_B die beim Bremsen zurückgelegt wurde. Physikalisch bedeutet das die Zeit durchlaufen zu lassen oder seinen $t = 0$ Punkt neu zu setzen wenn der Bremsvorgang startet.

Wir wählen hier $s_0 = 0$:

Es muss dann gelten, dass das Auto nach der Bremszeit t_B steht, d.h. $v(t_B) \stackrel{!}{=} 0$. (siehe Teil a))

$$\begin{aligned}v(t_B) &\stackrel{!}{=} 0 = at_B + v_0 \\ \Rightarrow t_B &= -\frac{v_0}{a} = -\frac{15 \text{ m/s}}{-10 \text{ m/s}^2} = 1,5 \text{ s} \\ \Rightarrow s_B = s(t_B) &= \frac{1}{2}at_B^2 + v_0 t_B \\ &= \frac{1}{2}a \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 + v_0 \left(-\frac{v_0}{a}\right) \\ &= -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2} \frac{15^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-10 \text{ m/s}^2} = 11,25 \text{ m}\end{aligned}$$

Damit ergibt sich schließlich:

$$s_{\text{Ampel}} = s_R + s_B = 18,75 \text{ m}$$

- c) Kurz bevor das Auto zum Halt kommt löst sich ein kleines Plastikteil des Scheibenwischers in einer Höhe von 1,0 m relativ zur Straße ab. Es fliegt mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = 5,0 \text{ m/s}$ und einem Winkel von 30° zur Horizontalen nach oben vom Auto weg. Wie weit fliegt das Teil bevor es auf dem Boden aufkommt? Die Luftreibung sei zu vernachlässigen.

Lösung:

Hier soll die z -Achse nach oben zeigen, damit ist die Beschleunigung nach unten gerichtet also negativ.

$$\begin{array}{ll}\text{geg.:} & v_1 = 5 \text{ m/s} \\ & \alpha = 30^\circ \\ & h = 1 \text{ m} \\ & g = -9,81 \text{ m/s}^2\end{array} \quad \text{ges.:} \quad s_{\text{Plastikteil}}$$

Es handelt sich hierbei um einen schiefen Wurf. Wir betrachten die unabhängigen Bewegung in x -Richtung (gleichförmige Bewegung) und z -Richtung (gleichmäßig beschleunigte Bewegung).

Zerlegung der Geschwindigkeit:

$$v_x = v_1 \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$$

$$v_z = v_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} v_1$$

Zunächst bestimmen wir die Zeit t_A bis zum Aufprall aus der Bewegung in z -Richtung.

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_z t + h$$

$$z(t_A) \stackrel{!}{=} 0 = \frac{1}{2}gt_A^2 + v_z t_A + h$$

$$\Rightarrow t_{A1,2} = \frac{-v_z \pm \sqrt{v_z^2 - 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot h}}{2 \cdot \frac{g}{2}}$$

$$t_{A1} = +0,773 \text{ s} \quad (t_{A2} = -0,264 \text{ s})$$

In dieser Zeit bewegt sich das Plastikteil in x -Richtung um die Strecke:

$$s_{\text{Plastikteil}} = x(t_{A1}) = v_x \cdot t_{A1} = 3,35 \text{ m}$$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 3.3 (Oberflächenspannung; Prüfung ExPh A F2017A3 und A/B F2017A3)

- a) Wie ist der Begriff der Oberflächenspannung definiert? Geben Sie die entsprechende Formel an und benennen Sie die darin auftretenden Größen.

Lösung:

$$dW = \sigma dA$$

Aufgrund von anziehenden Kräften zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit benötigt man die Energie dW , um eine Oberfläche um dA zu vergrößern.

dW : verrichtete Arbeit

σ : Oberflächenspannung, Dimension: [Energie/Fläche], Einheit: Joule/m²

dA : gewonnene Fläche

- b) Welche Energie ist erforderlich, um 1,0 kg Wasser in Tröpfchen von je 25 μm Durchmesser zu zerstäuben.

Lösung:

geg.: $\sigma_{\text{Wasser}} = 0,074 \text{ N/m}$

ges.: $\Delta W = ?$

$m_{\text{Wasser}} = 1,0 \text{ kg}$

$\rho_{\text{Wasser}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

$d_{\text{Wassertröpfchen}} = 25 \mu\text{m}$

mit: $N_{\text{Wassertröpfchen}} \hat{=}$ Anzahl der Wassertröpfchen

$$\begin{aligned}
 dW &= \sigma_{\text{Wasser}} dA \quad \Bigg| \int \\
 \Delta W &= \sigma_{\text{Wasser}} \Delta A \\
 &= \sigma_{\text{Wasser}} N_{\text{Wassertröpfchen}} 4\pi r_{\text{Wassertröpfchen}}^2 = \sigma \frac{V_{\text{ges}}}{\frac{4}{3}\pi r_{\text{Wassertröpfchen}}^3} \\
 &= \sigma_{\text{Wasser}} \frac{3V_{\text{ges}}}{r_{\text{Wassertröpfchen}}} = \sigma_{\text{Wasser}} \frac{6V_{\text{ges}}}{d_{\text{Wassertröpfchen}}} = \sigma_{\text{Wasser}} \frac{6 \frac{m_{\text{Wasser}}}{\rho_{\text{Wasser}}}}{d_{\text{Wassertröpfchen}}} \\
 &= 0,074 \text{ N/m} \cdot \frac{6 \frac{1,0 \text{ kg}}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}}{25 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 17,8 \text{ J}
 \end{aligned}$$

Hinweis: Die Oberflächenenergie vor dem Zerstäuben ist vernachlässigbar.

$$\Delta A = \frac{6V}{d} = 240 \text{ m}^2; A_i \approx 10^{-1} \text{ m}^2 \Rightarrow A_i \ll \Delta A$$

c) Wieviele Moleküle enthält ein solches Tröpfchen?

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{geg.: } m_{\text{molar, Wasser}} &= 18 \text{ g/mol} & \text{ges.: } N_{\text{Moleküle}} &=? \\
 m_{\text{Wasser}} &= 1,0 \text{ kg} \\
 \rho_{\text{Wasser}} &= 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\
 d_{\text{Wassertröpfchen}} &= 25 \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Zunächst die Masse eines Tröpfchens bestimmen:

$$m_{\text{Tröpfchen}} = \rho_{\text{Wasser}} V_{\text{Tröpfchen}} = \rho_{\text{Wasser}} \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d_{\text{Wassertröpfchen}}}{2} \right)^3 = \frac{1}{6}\pi \rho_{\text{Wasser}} d_{\text{Wassertröpfchen}}^3$$

Nun kann die Anzahl der Moleküle bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 N_{\text{Moleküle}} &= N_{\text{mol, Tröpfchen}} N_A = \frac{m_{\text{Tröpfchen}}}{m_{\text{molar, Wasser}}} N_A = \frac{\frac{1}{6}\pi \rho_{\text{Wasser}} d_{\text{Wassertröpfchen}}^3}{m_{\text{molar, Wasser}}} N_A \\
 &= \frac{\frac{1}{6}\pi \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (25 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3}{18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol} = 2,73 \cdot 10^{14}
 \end{aligned}$$

d) Wie groß ist der Überdruck in einer hohlkugelförmigen Seifenblase mit 4 mm bzw. 4 cm Durchmesser? ([nur ExPh A F2017A3](#))

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{geg.: } d_1 &= 4 \text{ mm} & \text{ges.: } \Delta p_1 &=? \\
 d_2 &= 4 \text{ cm} & \Delta p_1 &=? \\
 \sigma_{\text{Seifenlösung}} &= 0,025 \text{ N/m}
 \end{aligned}$$

Hinweis: Bei einer Hohlkugel sind zwei Oberflächen zu betrachten.

$$\begin{aligned}
 W(r) &= \sigma \cdot \underbrace{2}_{\text{zwei Oberflächen}} \cdot A = \sigma \cdot 2 \cdot 4\pi r^2 \\
 \Delta p &= \frac{F}{A} = \frac{-\frac{dW}{dr}}{4\pi r^2} \\
 &= \frac{\sigma \cdot 8\pi \cdot 2r}{4\pi r^2} = \frac{4\sigma}{r} \\
 &= \frac{4\sigma}{r} = \frac{8\sigma}{d} \\
 \Rightarrow \Delta p_1 &= \frac{8\sigma_{\text{Seifenlösung}}}{d_1} = \frac{8 \cdot 0,025 \text{ N/m}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 50 \text{ Pa} \\
 \Rightarrow \Delta p_2 &= \frac{8\sigma_{\text{Seifenlösung}}}{d_2} = \frac{8 \cdot 0,025 \text{ N/m}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5 \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

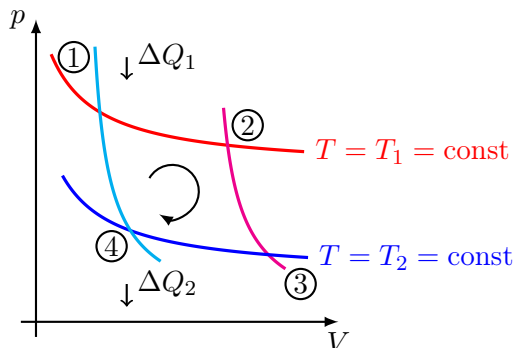
Zahlenwerte: $\sigma_{\text{Wasser}} = 0,074 \text{ N/m}$; $m_{\text{molar, Wasser}} = 18 \text{ g/mol}$; $\rho_{\text{Wasser}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$;
 $\sigma_{\text{Seifenlösung}} = 0,025 \text{ N/m}$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 3.4 (Carnotscher Kreisprozess; Prüfung ExPh A F2017A5 und A/B F2017A4)

- a) Skizzieren Sie den Carnot-Prozess im pV -Diagramm. Benennen Sie die vier Teilprozesse und zeichnen Sie mit Pfeilen den Umlaufsinn ein für den Fall, dass die Carnot-Maschine als Wärmekraftmaschine arbeitet.

Lösung:



- 1 → 2: isotherme Expansion
- 2 → 3: adiabatische Expansion
- 3 → 4: isotherme Kompression
- 4 → 1: adiabatische Kompression

- b) Wie ist der Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine allgemein definiert?

Lösung:

$$\eta_{\max} = \frac{\text{pro Zyklus vom System verrichtete Arbeit}}{\text{pro Zyklus dem warmen Reservoir entnommenes}} = \frac{|\Delta W_{\text{ges}}|}{|\Delta Q_1|}$$

- c) Drücken Sie den Wirkungsgrad η_{Carnot} der reversibel arbeitenden Carnot-Wärmekraftmaschine durch die Temperaturen T_1 und T_2 des wärmeren bzw. kälteren Reservoirs aus.

Lösung:

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

- d) Bei der Umkehrung des Umlaufsinnns der Carnot-Maschine erhält man eine Wärmepumpe bzw. eine Kältemaschine. Wie ist der Wirkungsgrad η in diesen beiden Fällen jeweils definiert?

Lösung:

Wärmepumpe:

$$\eta_{\text{WP}} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta W_{\text{ges}}} = \frac{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\eta_{\text{Carnot}}} > 1$$

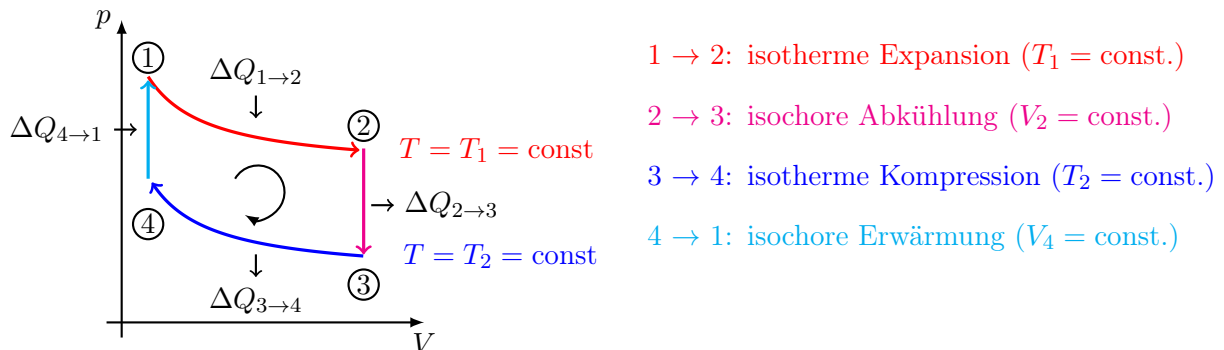
Kältemaschine:

$$\eta_{\text{K}} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta W_{\text{ges}}} = \frac{RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

- e) Wie unterscheidet sich der Stirling-Prozess vom Carnot-Prozess? Skizzieren Sie den Stirling-Prozess im pV -Diagramm. Benennen Sie die vier Teilprozesse und zeichnen Sie mit Pfeilen den Umlaufsinn ein für den Fall, dass die Stirling-Maschine als Wärmekraftmaschine arbeitet. (Skizze nur für ExPh A F2017A3)

Lösung:

Der Stirling-Prozess besteht aus zwei Isothermen und zwei Isochoren, anstelle von zwei Isothermen und zwei Adiabaten wie beim Carnot-Prozess.



Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B

Aufgabe 3.5 (Schwingungen und Wellen; Prüfung ExPh A F2017A4)

- a) Was ist der Unterschied zwischen einer Schwingung und einer Welle? Geben Sie je eine Funktion an, die (i) eine harmonische Schwingung und (ii) eine ebene Welle beschreibt und benennen Sie jeweils alle darin auftretenden Größen.

Lösung:

Im Unterschied zu Schwingungen breiten sich Wellen aus, Schwingungen finden nur lokal statt. Wellen haben eine räumliche und zeitliche Komponente und werden durch eine Funktion der Form $f(\vec{r}, t)$ beschrieben.

Harmonische Schwingung	$\Rightarrow u(t) = A \cos(\omega t + \phi)$
$u(t)$	: Auslenkung zur Zeit t
A	: Amplitude
ω	: Kreisfrequenz der Schwingung, $\omega = 2\pi f$ (f : Frequenz)
t	: Zeit
ϕ	: Phasenverschiebung

Ebene Welle	$\Rightarrow u(\vec{r}, t) = A \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r})$
$u(\vec{r}, t)$	: Auslenkung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t
A	: Amplitude
ω	: Kreisfrequenz
t	: Zeit
$\vec{k}$	: Wellenvektor (k : Wellenzahl)
$\vec{r}$	: Ort
$\omega t - \vec{k}\vec{r}$	: Phase

b) Wie lautet die eindimensionale Wellengleichung? Benennen Sie alle darin auftretenden Größen.

Lösung:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

$u(x, t)$: Auslenkung, c : Ausbreitungsgeschwindigkeit

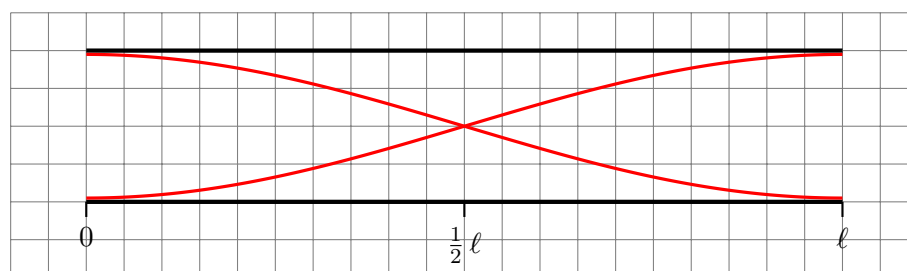
Lösung ist die Wellenfunktion $u(x, t) = u_0 \cdot \sin(\omega t - k \cdot x)$ mit der Amplitude u_0 , Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ mit Periode T , Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ mit Wellenlänge λ .

c) In einer mit Luft gefüllten Orgelpfeife (Länge der Luftsäule: 1,0 m) bildet sich eine stehende Welle aus. Zeichnen Sie maßstansgetreu im Maßstab 1 : 10 die Wellenbäuche und Knoten für die Grundschiwingung und die erste Oberschiwingung ein für den Fall, dass die Orgelpfeife beidseitig offen ist.

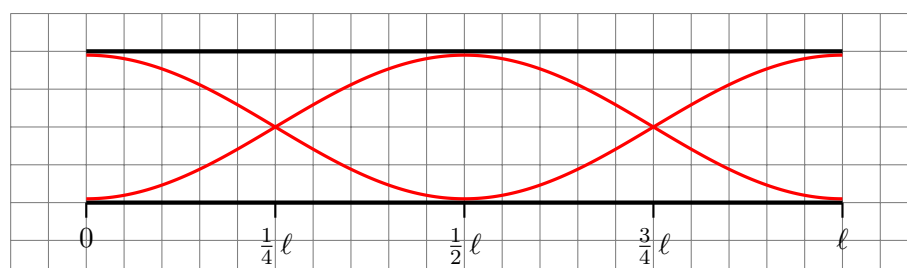
Lösung:

Schwingungsbäuche an den offenen Enden

Grundschiwingung: $\ell = \frac{1}{2} \lambda$



1. Oberschiwingung: $\ell = \frac{3}{2} \lambda$

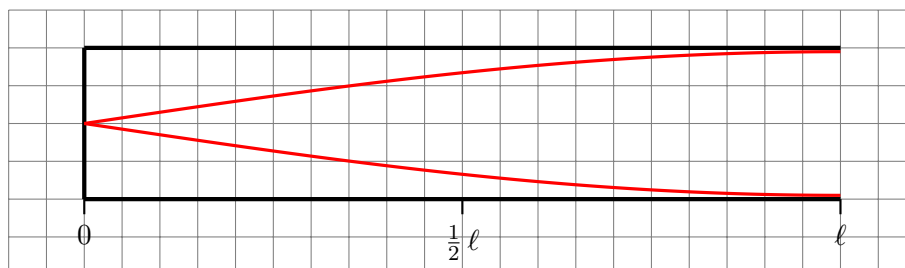


- d) Zeichnen Sie in der in c) genannten Orgelpfeife maßstabsgetreu im Maßstab 1 : 10 die Wellenbäuche und Knoten für die Grundschiwingung und für die erste Oberschiwingung ein für den Fall, dass die Orgelpfeife nun nur auf einer Seite offen und am anderen Ende geschlossen ist.

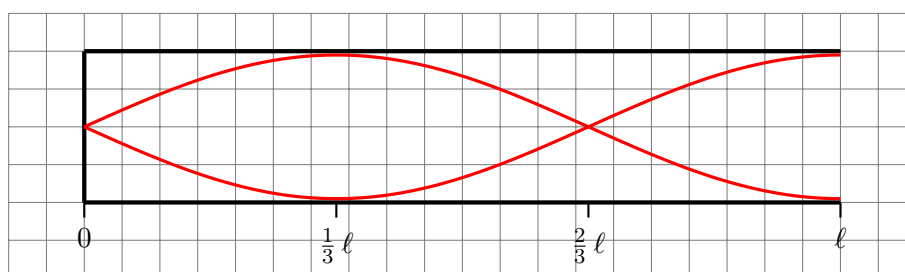
Lösung:

Schwingungsbäuche am offenen Ende, Knoten am geschlossenen

Grundschiwingung: $\ell = \frac{1}{4} \lambda$



1. Oberschiwingung: $\ell = \frac{3}{4} \lambda$

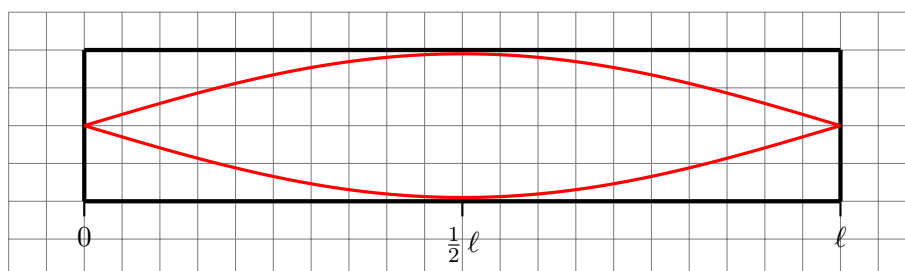


- e) Zeichnen Sie maßstabsgetreu im Maßstab 1 : 10 die Wellenbäuche und Knoten für die Grundschiwingung und für die erste Oberschiwingung ein für eine schwingende Luftsäule in einem 1,0 m langen geraden Rohr, bei dem beide Enden geschlossen sind.

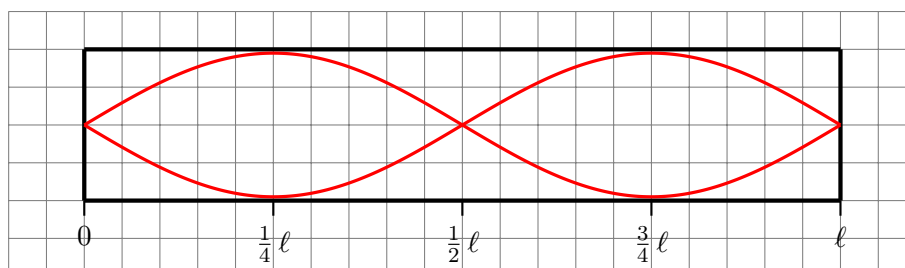
Lösung:

Knoten an den geschlossenen Enden

Grundschiwingung: $\ell = \frac{1}{2} \lambda$



1. Oberschiwingung: $\ell = \frac{3}{2} \lambda$



- f) Welche Frequenzen haben jeweils die Grundschiwingung bzw. die erste Oberschiwingung aus den Teilaufgaben c), d) und e).

Lösung:

geg.: $c_{\text{Schall, Luft}} = 340 \text{ m/s}$
 $\ell = 1,0 \text{ m}$

ges.: $\lambda = ?$

Art der Pfeife (offen, halboffen, geschlossen)

- c) und e) können gemeinsam bestimmt werden

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{Grundschiwingung } \lambda = 2\ell \Rightarrow f = \frac{c}{2\ell} = 170 \text{ Hz}$$

$$1. \text{ Oberschiwingung } \lambda = \ell \Rightarrow f = \frac{c}{\ell} = 340 \text{ Hz}$$

- d)

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{Grundschiwingung } \lambda = 4\ell \Rightarrow f = \frac{c}{4\ell} = 85 \text{ Hz}$$

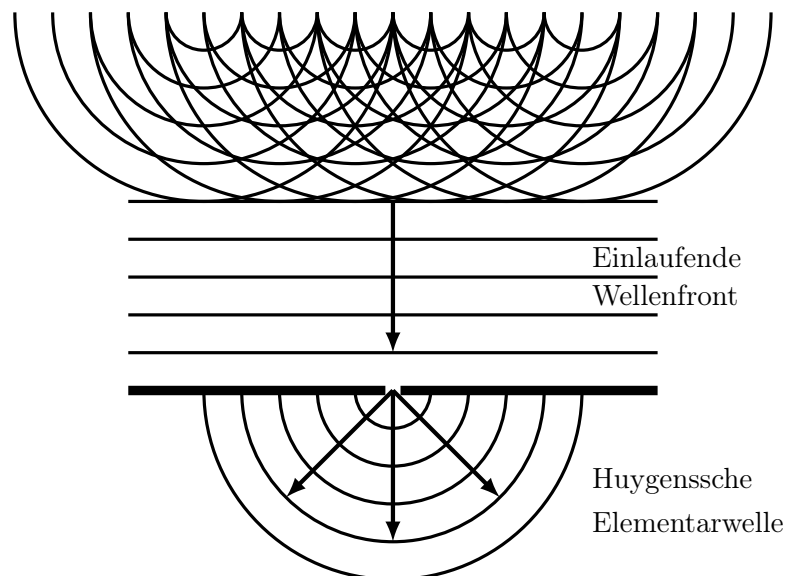
$$1. \text{ Oberschiwingung } \lambda = \frac{4}{3} \ell \Rightarrow f = \frac{3c}{4\ell} = 255 \text{ Hz}$$

- g) Was versteht man unter dem Huygenschen Prinzip? Erläutern Sie dies mit Hilfe einer Skizze.

Lösung:

Hygennssches Prinzip: Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle mit derselben Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit (sogenannte Hygennssche Elementarwellen) betrachtet werden. Diese Elementarwellen breiten sich in alle Richtungen aus und überlagern sich.

Jede ebene Wellenfront kann durch die einhüllende Fläche alle Elementarwellen beschrieben werden.



Zahlenwerte: Schallgeschwindigkeit in Luft $c_{\text{Schall, Luft}} = 340 \text{ m/s}$.

Aufgabe 3.6 (Helium-Ballon, Prüfung ExPh A F2017A6 und A/B F2017A5)

Ein mit Helium-Gas (ideales Gas) der Masse m_{He} auf den Umgebungsdruck $p_0 = 1,0 \text{ bar}$ gefüllter Ballon (Volumen $V = 170 \text{ m}^3$) werde von der Sonne gleichmäßig erwärmt. Seine Temperatur steigt von der Umgebungstemperatur $T_1 = 300 \text{ K}$ auf $T_2 = 310 \text{ K}$ an. Um welchen Betrag ändert sich dabei die Tragkraft des Ballons wenn

Lösung:

In allen Fällen ist die Tragkraft gegeben als Differenz aus Auftriebskraft und Gewichtskraft.

$$F_{\text{Trag}} = F_{\text{Auftrieb}} - F_G$$

Die Änderung der Tragkraft ergibt sich damit aus der Änderung dieser beiden Kräfte, es gilt:

$$\Delta F_{\text{Trag}} = \Delta F_{\text{Auftrieb}} - \Delta F_G = \rho_{\text{Luft}} \Delta V g - \Delta m_{\text{He}} g$$

- a) der Ballon offen ist und sein Druck und sein Volumen konstant bleiben?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{geg.: } p_0 &= 1,0 \text{ bar} = \text{const.} & \text{ges.: } \Delta F &=? \\ V &= 170 \text{ m}^3 = \text{const.} \\ T_1 &= 300 \text{ K} \\ T_2 &= 310 \text{ K} \\ &\text{offen} \end{aligned}$$

Wenn Druck und Volumen bei Erwärmung gleich bleiben sollen muss sich die Teilchenzahl ändern. Dieser Masseverlust führt dann zu einer Änderung der Tragkraft. Er kann mit Hilfe des idealen Gasgesetzes bestimmt werden.

$$\begin{aligned} p_0 V &= n_1 R T_1 \\ p_0 V &= n_2 R T_2 \\ \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} &= \frac{T_1}{T_2} \\ \text{mit: } \rho &= n \frac{M}{V} \propto n \\ \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \\ \Delta \rho &= \rho_2 - \rho_1 = \rho_1 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \\ \Rightarrow \Delta F_{\text{Trag}} &= \rho_{\text{Luft}} \Delta V g - \Delta m_{\text{He}} g = \rho_{\text{Luft}} \Delta V g - \Delta \rho_{\text{He}} V g \\ &= 0 - \rho_1 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) V g = \rho_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) V g \\ &= 0,17 \text{ kg/m}^3 \left(1 - \frac{300 \text{ K}}{310 \text{ K}} \right) \cdot 170 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,15 \text{ N} \end{aligned}$$

- b) der Ballon geschlossen ist und sein Volumen konstant bleibt?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{geg.: } p_0 &= 1,0 \text{ bar} & \text{ges.: } \Delta F &=? \\ V &= 170 \text{ m}^3 = \text{const.} \\ T_1 &= 300 \text{ K} \\ T_2 &= 310 \text{ K} \\ &\text{geschlossen: } n = \text{const.} \end{aligned}$$

Da sich weder das Volumen und damit die Auftriebskraft, noch die Masse und damit die Gewichtskraft ändert bleibt die Tragkraft gleich. $\Rightarrow \Delta F_{\text{Trag}} = 0$

c) der Ballon geschlossen ist und sein Druck gleich p_0 bleibt?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{geg.: } p_0 &= 1,0 \text{ bar} = \text{const.} & \text{ges.: } \Delta F &=? \\ V &= 170 \text{ m}^3 \\ T_1 &= 300 \text{ K} \\ T_2 &= 310 \text{ K} \\ \text{geschlossen: } n &= \text{const.} \end{aligned}$$

Der Ballon ist geschlossen damit bleibt die Masse an Helium gleich und es gibt keine Änderung in der Gewichtskraft. Da bei konstantem Druck und steigender Temperatur das Volumen ansteigt verändert sich die Auftriebskraft. Die Änderung des Volumen ergibt sich aus dem idealen Gasgesetz.

$$\begin{aligned} p_0 V_1 &= nRT_1 \\ p_0 V_2 &= nRT_2 \\ \Rightarrow \Delta V &= V_2 - V_1 = V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \\ \Delta F_{\text{Trag}} &= \Delta F_A - \Delta F_G \\ &= \rho_{\text{Luft}} \cdot \Delta V \cdot g = \rho_{\text{Luft}} \cdot V_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot g \\ &= 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 170 \text{ m}^3 \cdot \left(\frac{310 \text{ K}}{300 \text{ K}} - 1 \right) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 66,7 \text{ N} \end{aligned}$$

Zahlenwerte: Dichte der Luft vor der Erwärmung: $1,2 \text{ kg/m}^3$; Dichte von Helium bei T_1 und p_0 : $0,17 \text{ kg/m}^3$

Quelle: Prüfungsaufgaben zur Experimentalphysik A und A/B