Inoffizielle Lösungshinweise: Experimentalphysik A Wintersemester 2008 / 2009

Fabian Roos
studium@froos.de

Dozent: Prof. Dr. Thomas Schimmel
Universität Karlsruhe
zuletzt aktualisiert am 21. November 2009

Anmerkungen

Zur Lösung

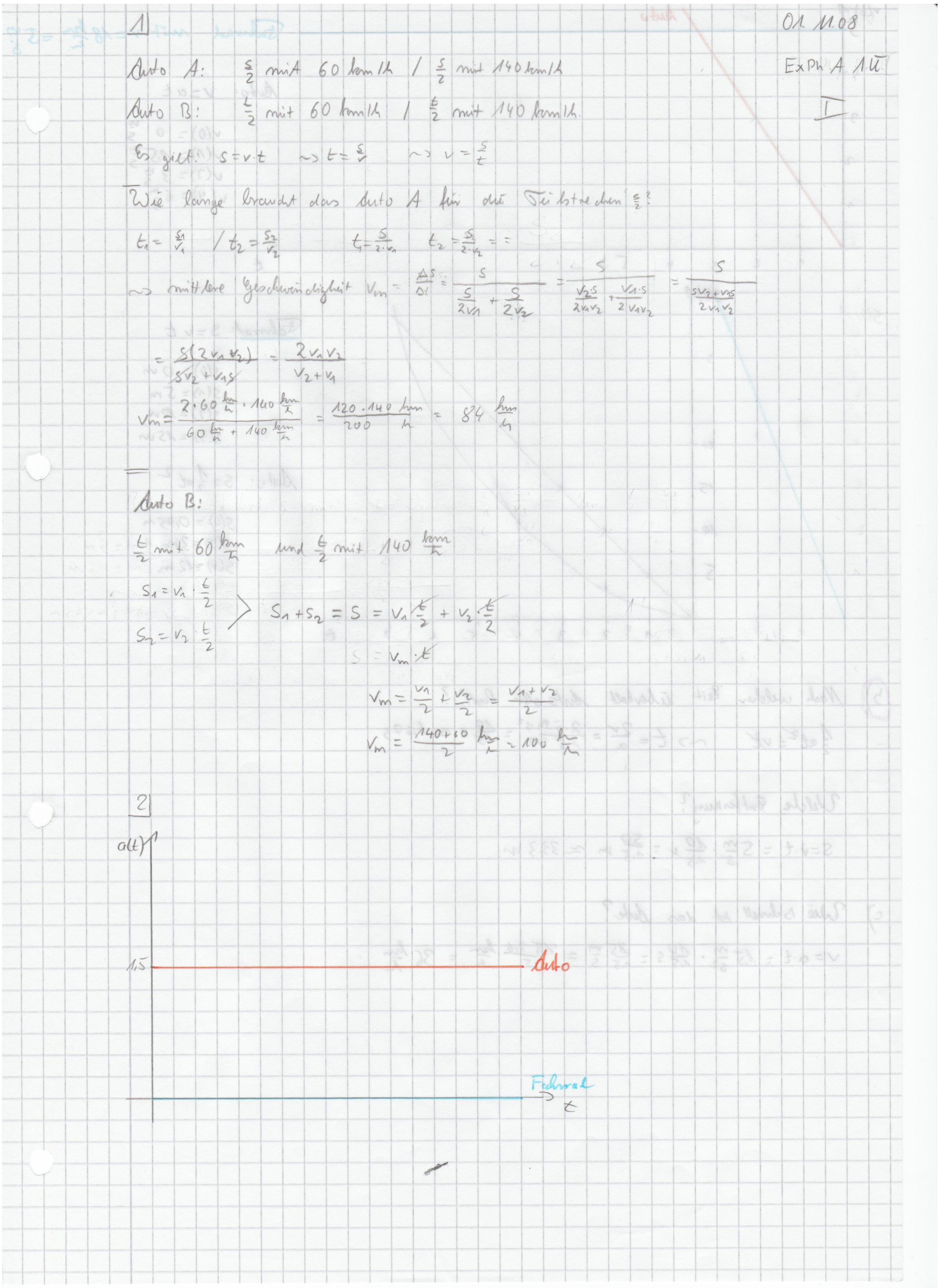
Die Lösungen sind zum größten Teil meine eigenen, enthalten somit auch meine Gedanken- und Rechenwege. Diese können sich natürlich von den in den Tutorien angebotenen Lösungswegen unterscheiden, das Endergebnis sollte natürlich das Identische sein.

Auf den folgenden Seiten finden sich meine eingescannten Lösungen zu den Übungsblätter. Am Ende findet sich das Abbildungsverzeichnis für eine bessere Übersicht. Nur für Experimentalphysik B gibt es von mir mit LaTeX erstellte Lösungen.

Zur Verwendung

Diese Lösungshinweise sollen den Besuch des Tutoriums nicht ersetzen, sondern ergänzen. In einem Tutorium werden die Aufgaben besprochen, es gibt Erläuterungen zum Rechenweg und es besteht die Möglichkeit zur Nachfrage. Dies alles können und sollen diese Lösungshinweise nicht liefern. Sie sind dagegen zur Ergänzung gedacht, falls aus Zeitmangel eine Aufgabe nicht besprochen werden kann, wie es besonders bei den zweiwöchigen Tutorien der Elektrotechniker der Fall sein kann.

Die neueste Version der Lösungshinweise findet sich auf meiner Materialsammlung zur Vorlesung Experimentalphysik A und B unter http://www.froos.de/exphysik/ . Die Lösungshinweise dürfen gerne weitergegeben werden mit Hinweis auf die Quelle (Materialsammlung). Ich bitte darum die Hinweise nirgends anders anzubieten, sondern immer auf die Quelle zu verweisen.



01.11.08

ExPh A 1Ü

I

1

Auto A: $\frac{s}{2}$ mit 60 km/h / $\frac{s}{2}$ mit 140 km/h

Auto B: $\frac{t}{2}$ mit 60 km/h / $\frac{t}{2}$ mit 140 km/h.

Es gilt: $s = v \cdot t \rightsquigarrow t = \frac{s}{v} \rightsquigarrow v = \frac{s}{t}$

Wie lange braucht das Auto A für die Teilstrecken $\frac{s}{2}$?

$t_1 = \frac{s_1}{v_1}$ / $t_2 = \frac{s_2}{v_2}$ $\quad t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1} \quad t_2 = \frac{s}{2 \cdot v_2}$

$\rightsquigarrow$ mittlere Geschwindigkeit $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{s}{\frac{v_2 \cdot s}{2v_1v_2} + \frac{v_1 \cdot s}{2v_1v_2}} = \frac{s}{\frac{sv_2 + v_1s}{2v_1v_2}}$

$= \frac{s(2v_1v_2)}{sv_2 + v_1s} = \frac{2v_1v_2}{v_2 + v_1}$

$v_m = \frac{2 \cdot 60\frac{km}{h} \cdot 140\frac{km}{h}}{60\frac{km}{h} + 140\frac{km}{h}} = \frac{120 \cdot 140}{200}\frac{km}{h} = 84\frac{km}{h}$

Auto B:

$\frac{t}{2}$ mit $60\frac{km}{h}$ und $\frac{t}{2}$ mit $140\frac{km}{h}$

$s_1 = v_1 \cdot \frac{t}{2}$

$s_2 = v_2 \cdot \frac{t}{2}$

$s_1 + s_2 = s = v_1 \cdot \frac{\cancel{t}}{2} + v_2 \cdot \frac{\cancel{t}}{2}$

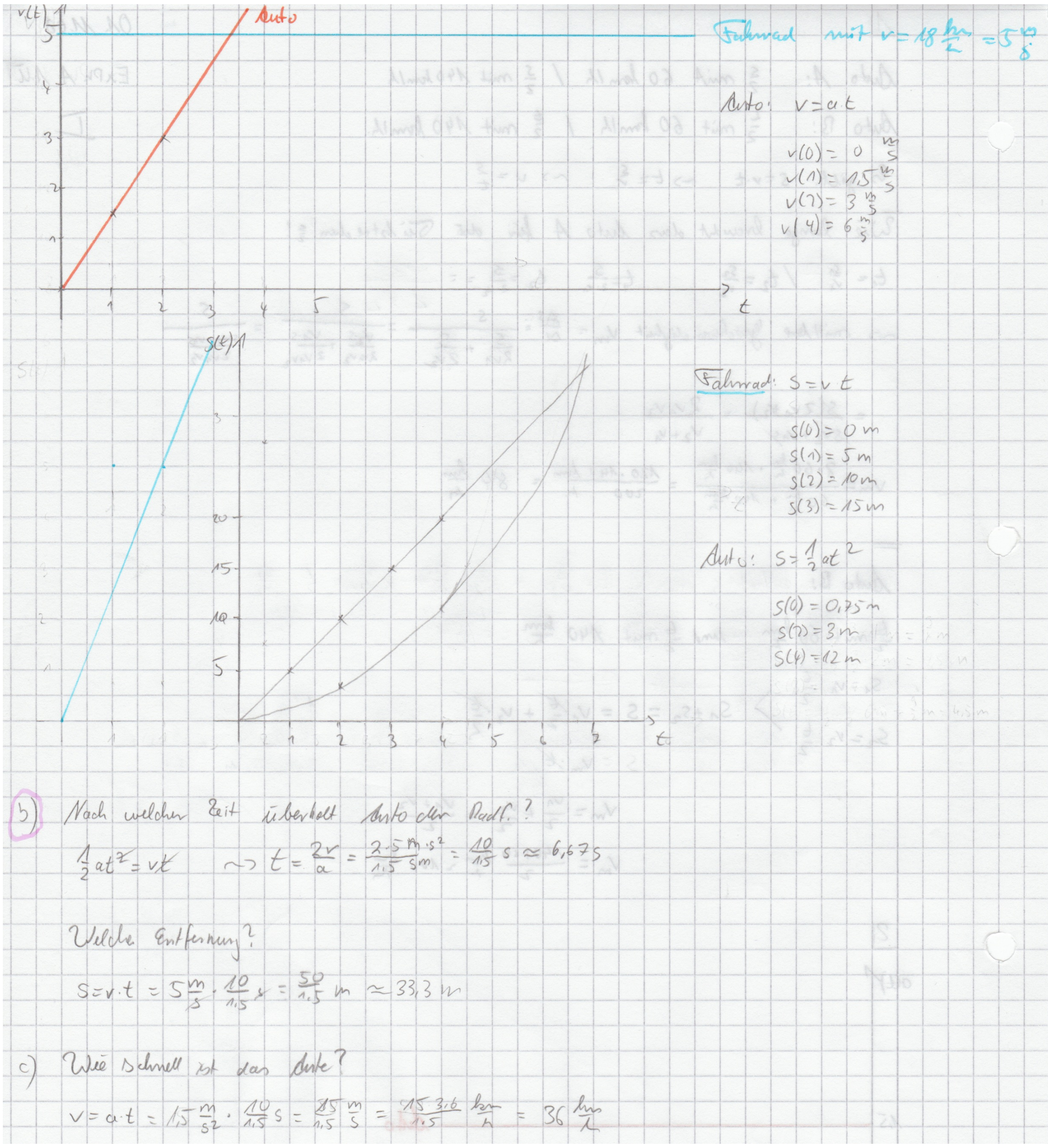
$s = v_m \cdot \cancel{t}$

$v_m = \frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

$v_m = \frac{140 + 60}{2}\frac{km}{h} = 100\frac{km}{h}$

2

Abbildung 0.1: Übungsblatt 1 - Seite 1



b) Nach welcher Zeit überholt Auto den Radf.?

$\frac{1}{2} a t^{\cancel{2}} = v \cancel{t} \quad \leadsto t = \frac{2v}{a} = \frac{2 \cdot 5\, m \cdot s^2}{1{,}5\, s\, m} = \frac{10}{1{,}5}\, s \approx 6{,}67\, s$

Welche Entfernung?

$s = v \cdot t = 5 \frac{m}{s} \cdot \frac{10}{1{,}5} s = \frac{50}{1{,}5}\, m \approx 33{,}3\, m$

c) Wie schnell ist das Auto?

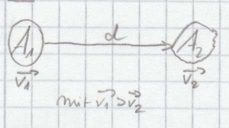
$v = a \cdot t = 1{,}5 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{10}{1{,}5} s = \frac{15}{1{,}5} \frac{m}{s} = \frac{15 \cdot 3{,}6}{1{,}5} \frac{km}{h} = 36 \frac{km}{h}$

Abbildung 0.2: Übungsblatt 1 - Seite 2

02.11.08

ExPhA III

3



mit $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$

Auto A_1 muss mit $a =$ konst bremsen, um nicht aufzufahren

$\rightsquigarrow$ $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$ nach d

Abbremsen um $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$

Es gilt: $v = a \cdot t$ und $s = \frac{1}{2} a t^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

$\rightsquigarrow$ $v = a \cdot \sqrt{\frac{2s}{a}}$ mit $v = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ und $s = d$

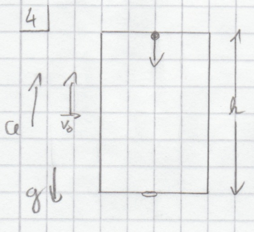
$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = a \cdot \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \sqrt{2ad}$$

$$2ad = (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$$

$$a = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2d}$$

4



Kabine: · $s(t=0) = 0$ / gleichmäßig beschleunigte Bewegung

✓ · $s_B(t) = \frac{1}{2} a t^2$

· Wann wird v_0 erreicht?

Es gilt: $v = a \cdot t$

$$t_0 = \frac{v}{a} = \frac{8\,m\,s^2}{2{,}5\,s\,m} = \underline{\underline{3{,}2\,s}}$$

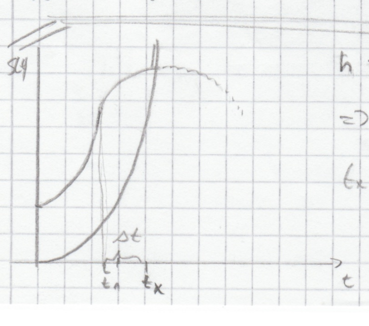
Gegenstand: Bei t_0 beginnt er zu fallen.

✓ Bis zu t_x gilt: $s_G(t) = \frac{1}{2} a t^2 + h$ Kabine: Ab t_x:

Ab t_0 gilt: $v_g(t_x) = v_0 - g \cdot t_x$ $(v = g \cdot t)$ $s_B(t) = \frac{1}{2} a (t_0 + t_x)^2$

$$s_g(t_x) = \underbrace{h + \frac{1}{2} a t_1^2}_{h_i} + v_0 (t - t_1) - \frac{1}{2} g (t - t_1)^2$$

Gegenstand legt $s_g + s_B = h$ zurück $t > t_x$: $s_g = \frac{1}{2} a t^2$



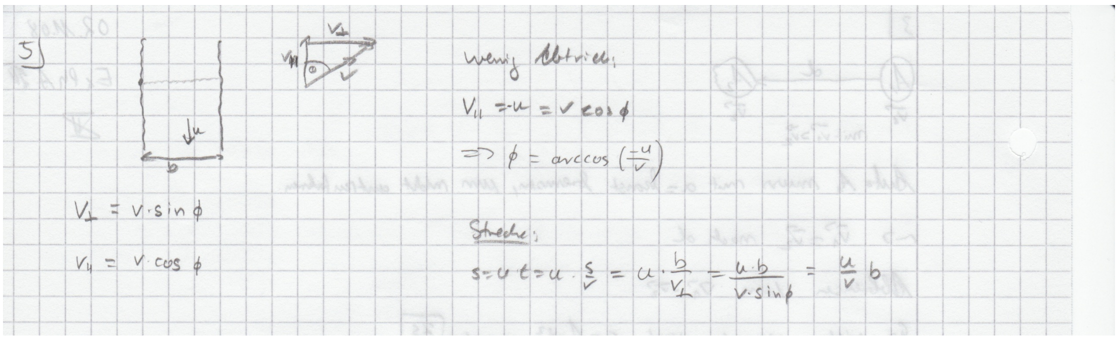
$h = \frac{1}{2} (g + a) \Delta t^2$

$\Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g + a}} = 0{,}7\,s$

$t_x = t_1 + \Delta t = \underline{\underline{4{,}0\,s}}$

$V_r = (g + a) \Delta t$

Abbildung 0.3: Übungsblatt 1 - Seite 3



$V_\perp = v \cdot \sin\phi$

$V_\parallel = v \cos\phi$

Wenig Abtrieb:

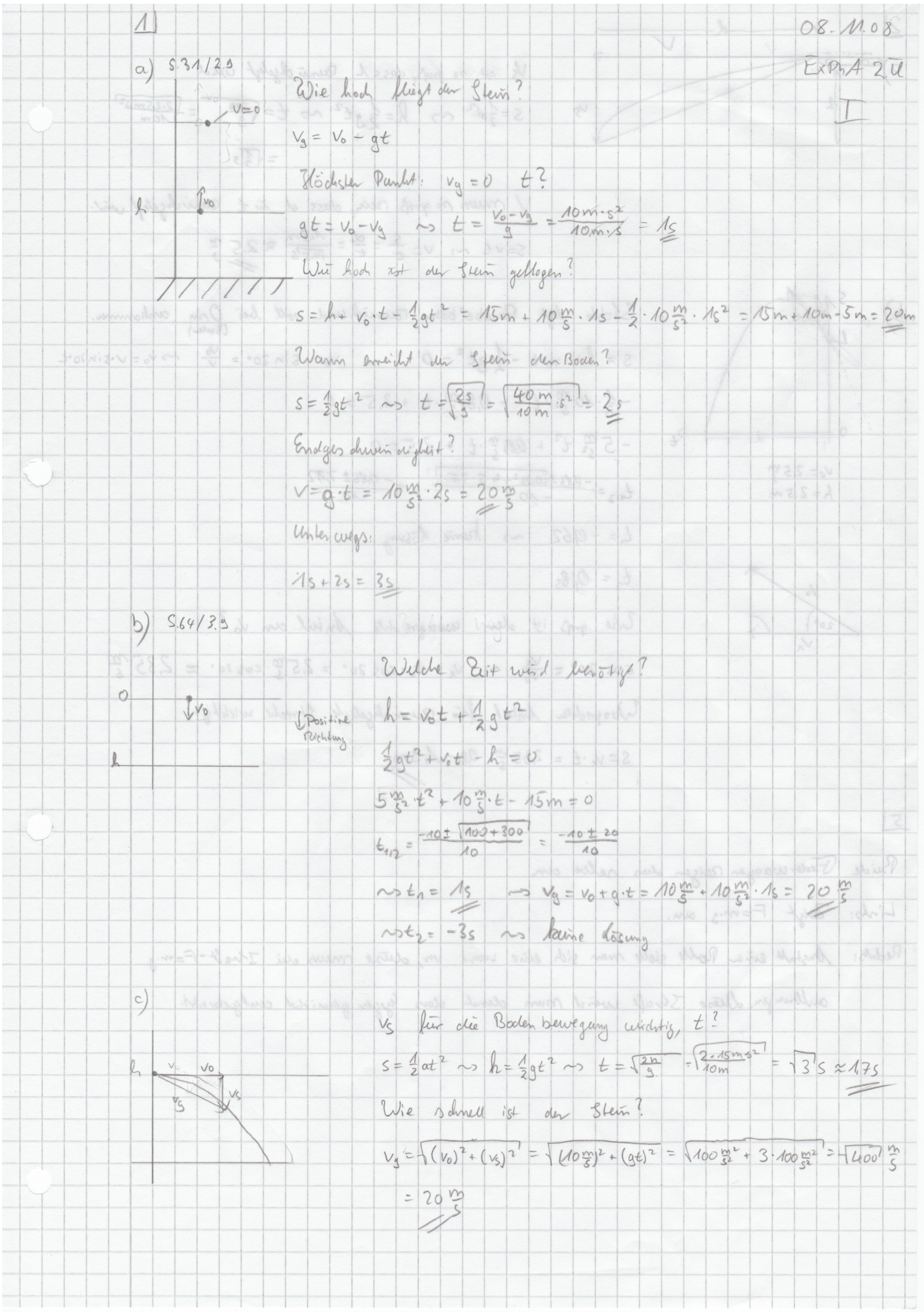
$V_\parallel = -u = v\cos\phi$

$\Rightarrow \phi = \arccos\left(\frac{-u}{v}\right)$

Strecke:

$s = u\,t = u \cdot \frac{s}{v} = u \cdot \frac{b}{V_\perp} = \frac{u \cdot b}{v \cdot \sin\phi} = \frac{u}{v}\, b$

Abbildung 0.4: Übungsblatt 1 - Seite 4



1)

08.11.08

ExPhA 2Ü

I

a) S.31/2.9

Wie hoch fliegt der Stein?

$v_g = v_0 - gt$

Höchster Punkt: $v_g = 0$ t?

$gt = v_0 - v_g \rightsquigarrow t = \frac{v_0 - v_g}{g} = \frac{10 m \cdot s^2}{10 m \cdot s} = 1s$

Wie hoch ist der Stein geflogen?

$s = h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 15m + 10\frac{m}{s} \cdot 1s - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1s^2 = 15m + 10m - 5m = 20m$

Wann erreicht der Stein den Boden?

$s = \frac{1}{2} g t^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{40 m}{10 m} s^2} = 2s$

Endgeschwindigkeit?

$v = g \cdot t = 10 \frac{m}{s^2} \cdot 2s = 20 \frac{m}{s}$

Unterwegs:

$1s + 2s = 3s$

b) S.64/3.9

Welche Zeit wird benötigt?

↓ Positive Richtung

$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t - h = 0$

$5 \frac{m}{s^2} t^2 + 10 \frac{m}{s} \cdot t - 15 m = 0$

$t_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 300}}{10} = \frac{-10 \pm 20}{10}$

$\rightsquigarrow t_1 = 1s \rightarrow v_g = v_0 + g \cdot t = 10 \frac{m}{s} + 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1s = 20 \frac{m}{s}$

$\rightsquigarrow t_2 = -3s \rightsquigarrow$ keine Lösung

c)

v_s für die Bodenbewegung wichtig, t?

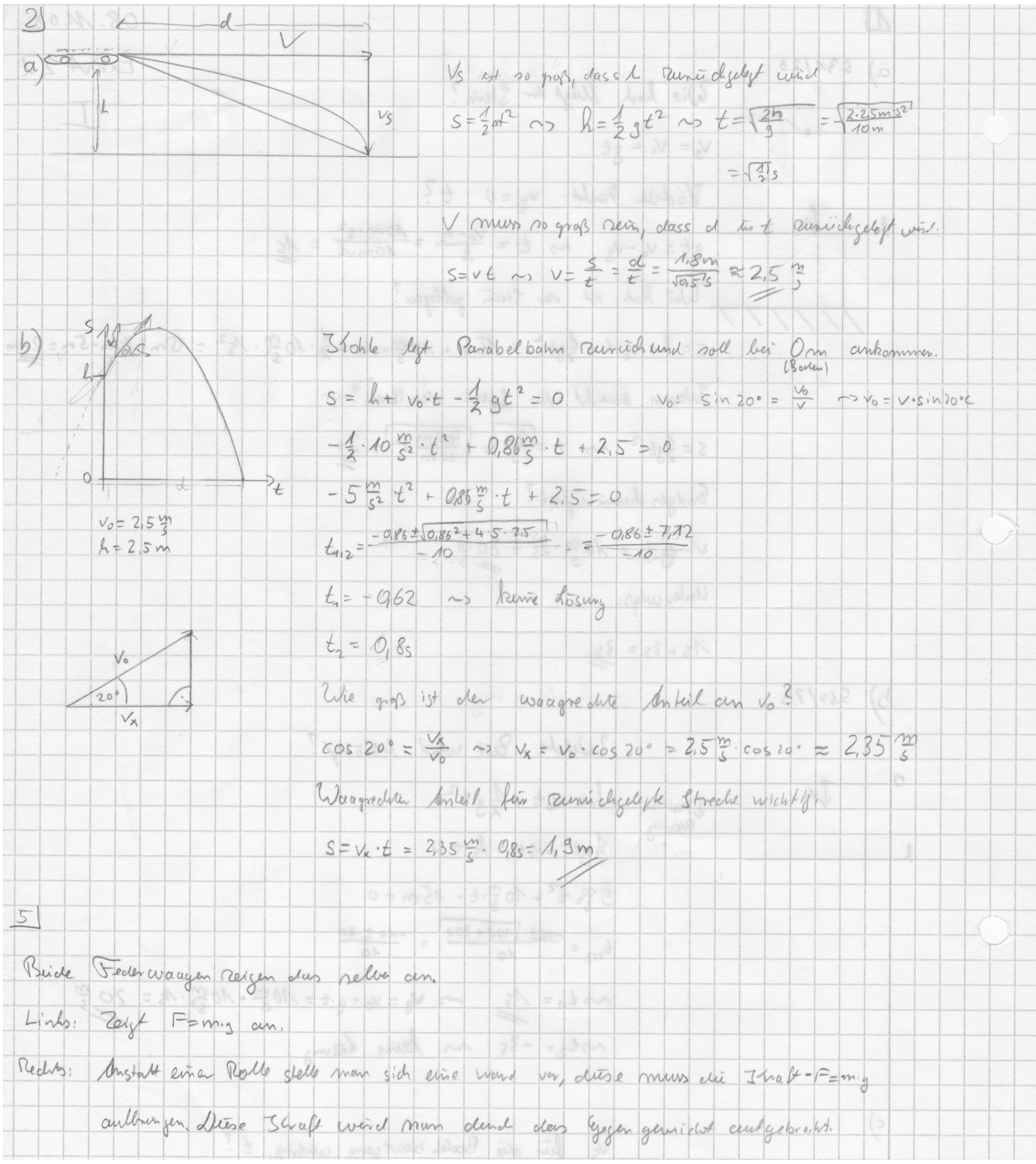
$s = \frac{1}{2} a t^2 \rightsquigarrow h = \frac{1}{2} g t^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15 m s^2}{10 m}} = \sqrt{3} s \approx 1{,}7s$

Wie schnell ist der Stein?

$v_g = \sqrt{(v_0)^2 + (v_s)^2} = \sqrt{(10 \frac{m}{s})^2 + (gt)^2} = \sqrt{100 \frac{m^2}{s^2} + 3 \cdot 100 \frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{400} \frac{m}{s}$

$= 20 \frac{m}{s}$

Abbildung 0.5: Übungsblatt 2 - Seite 1



2)

a)

V_S ist so groß, dass h zurückgelegt wird

$s = \frac{1}{2}at^2 \rightsquigarrow h = \frac{1}{2}gt^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5 m s^2}{10 m}}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}}\, s$

V muss so groß sein, dass d bis t zurückgelegt wird.

$s = v t \rightsquigarrow V = \frac{s}{t} = \frac{d}{t} = \frac{1{,}8 m}{\sqrt{0{,}5}\, s} \approx 2{,}5 \frac{m}{s}$

b)

$v_0 = 2{,}5 \frac{m}{s}$

$h = 2{,}5 m$

Kohle legt Parabelbahn zurück und soll bei 0 m (Boden) ankommen.

$s = h + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \qquad v_0: \sin 20° = \frac{v_0}{v} \rightsquigarrow v_0 = v \cdot \sin 20°$

$-\frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 0{,}86 \frac{m}{s} \cdot t + 2{,}5 = 0$

$-5 \frac{m}{s^2} t^2 + 0{,}86 \frac{m}{s} \cdot t + 2{,}5 = 0$

$t_{1,2} = \frac{-0{,}86 \pm \sqrt{0{,}86^2 + 4 \cdot 5 \cdot 2{,}5}}{-10}\, s = \frac{-0{,}86 \pm 7{,}12}{-10}$

$t_1 = -0{,}62 \rightsquigarrow$ keine Lösung

$t_2 = 0{,}8 s$

Wie groß ist der waagrechte Anteil an v_0?

$\cos 20° = \frac{v_x}{v_0} \rightsquigarrow v_x = v_0 \cdot \cos 20° = 2{,}5 \frac{m}{s} \cdot \cos 20° \approx 2{,}35 \frac{m}{s}$

Waagrechter Anteil für zurückgelegte Strecke wichtig.

$s = v_x \cdot t = 2{,}35 \frac{m}{s} \cdot 0{,}8 s = 1{,}9 m$

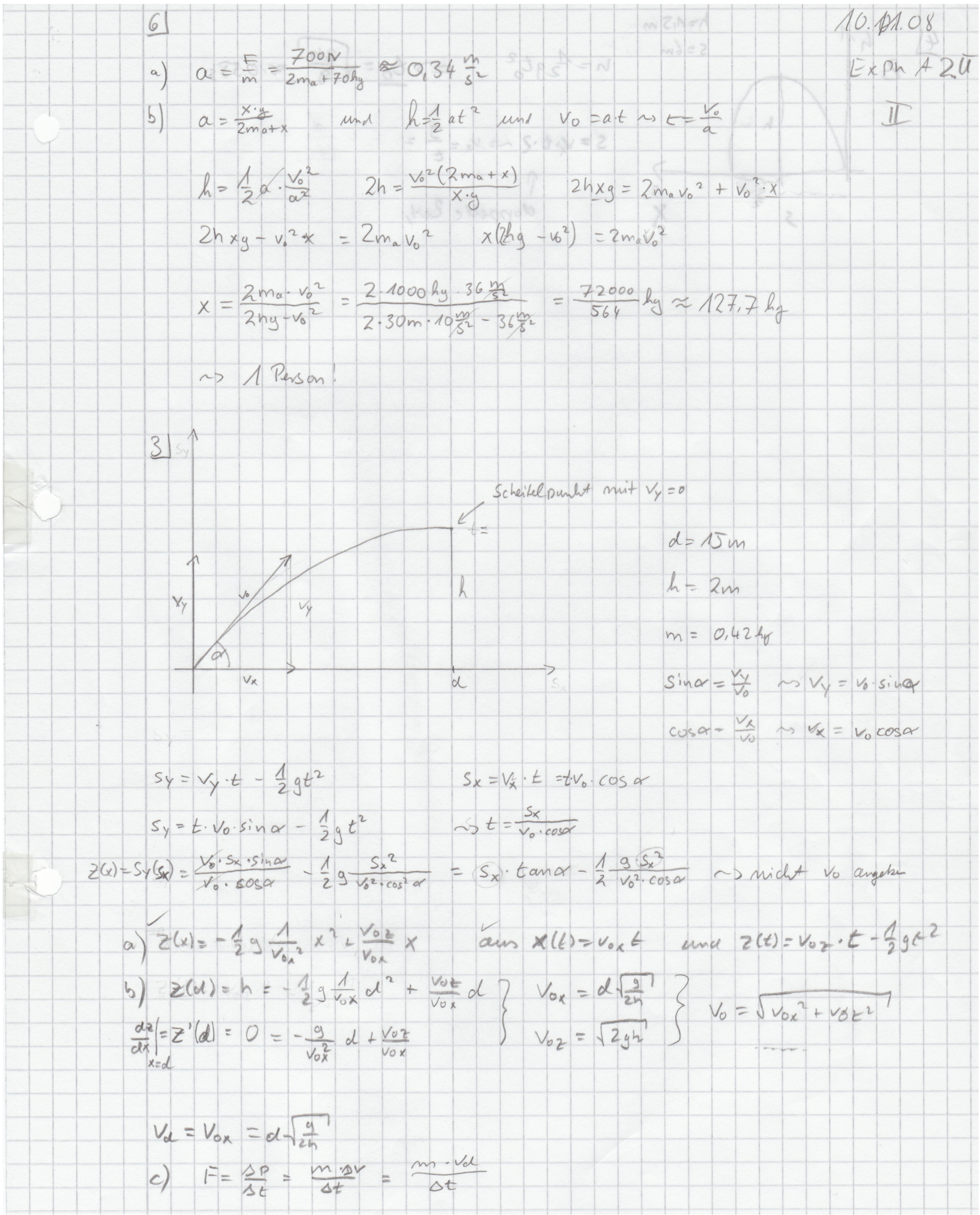
5

Beide Federwaagen zeigen das selbe an.

Links: Zeigt $F = m \cdot g$ an.

Rechts: Anstatt einer Rolle stelle man sich eine Wand vor, diese muss die Kraft $F = m \cdot g$ aufbringen. Diese Kraft wird nun durch das Gegengewicht aufgebracht.

Abbildung 0.6: Übungsblatt 2 - Seite 2



6

10.01.08

ExPh A 2Ü

II

a) $a = \frac{F}{m} = \frac{700N}{2m_a + 70kg} \approx 0{,}34 \frac{m}{s^2}$

b) $a = \frac{x \cdot g}{2m_a + x}$ und $h = \frac{1}{2}at^2$ und $v_0 = a \cdot t \leadsto t = \frac{v_0}{a}$

$h = \frac{1}{2} a \cdot \frac{v_0^2}{a^2}$ $\quad 2h = \frac{v_0^2(2m_a + x)}{x \cdot g}$ $\quad 2hxg = 2m_a v_0^2 + v_0^2 \cdot x$

$2hxg - v_0^2 x = 2m_a v_0^2 \quad x(2hg - v_0^2) = 2m_a v_0^2$

$x = \frac{2m_a \cdot v_0^2}{2hg - v_0^2} = \frac{2 \cdot 1000\,kg \cdot 36 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 30m \cdot 10\frac{m}{s^2} - 36\frac{m}{s^2}} = \frac{72000}{564} kg \approx 127{,}7\,kg$

$\leadsto$ 1 Person!

3

Scheitelpunkt mit $v_y = 0$

$d = 15m$

$h = 2m$

$m = 0{,}42\,kg$

$\sin\alpha = \frac{v_y}{v_0} \leadsto v_y = v_0 \cdot \sin\alpha$

$\cos\alpha = \frac{v_x}{v_0} \leadsto v_x = v_0 \cos\alpha$

$s_y = v_y \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad s_x = v_x \cdot t = t v_0 \cdot \cos\alpha$

$s_y = t \cdot v_0 \cdot \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \leadsto t = \frac{s_x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$

$z(x) = s_y(s_x) = \frac{v_0 \cdot s_x \cdot \sin\alpha}{v_0 \cdot \cos\alpha} - \frac{1}{2} g \frac{s_x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = s_x \cdot \tan\alpha - \frac{1}{2}\frac{g \cdot s_x^2}{v_0^2 \cdot \cos\alpha}$ $\leadsto$ nicht v_0 angeben

a) $z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{1}{v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} x$ aus $x(t) = v_{0x} t$ und $z(t) = v_{0z} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$

b) $z(d) = h = -\frac{1}{2} g \frac{1}{v_{0x}} d^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} d$ $\quad v_{0x} = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$ $\quad v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2}$

$\left.\frac{dz}{dx}\right|_{x=d} = z'(d) = 0 = -\frac{g}{v_{0x}^2} d + \frac{v_{0z}}{v_{0x}}$ $\quad v_{0z} = \sqrt{2gh}$

$v_d = v_{0x} = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$

c) $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t} = \frac{m \cdot v_d}{\Delta t}$

Abbildung 0.7: Übungsblatt 2 - Seite 3

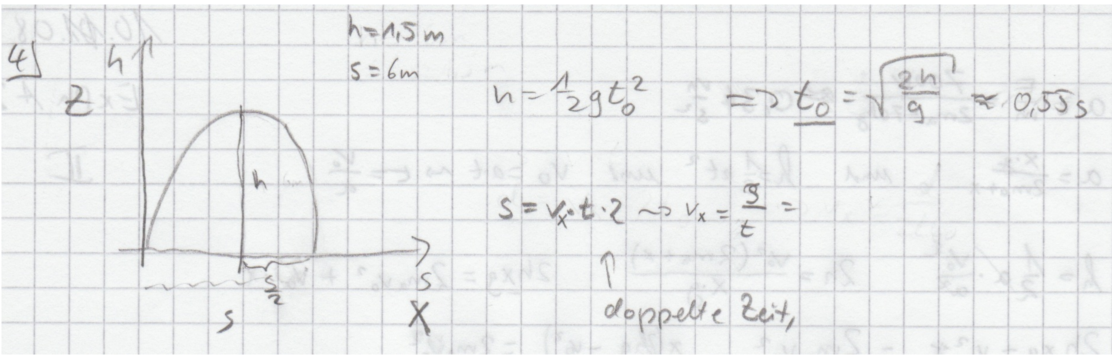


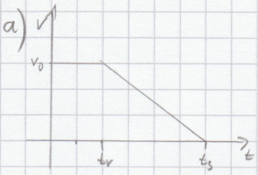
Abbildung 0.8: Übungsblatt 2 - Seite 4

1) 15.11.08

ExPh A 3.Ü

I

a)



$$v = v_0 - at$$

$$s = \underbrace{v_0 \cdot t_r}_{\text{Reaktionsweg}} + \underbrace{v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2}_{\text{Bremsen}}$$

$$s = v_0 \cdot t_r + \frac{1}{2}at^2$$

Bei t_s gilt:

$$v(t_s) = 0 \leadsto 0 = v_0 - a \cdot t_s \leadsto a \cdot t_s = v_0 \leadsto t_s = \frac{v_0}{a}$$

$$s = v_0 t_r + v_0 \cdot t_s - \frac{1}{2}at_s^2$$

$$s = v_0 \cdot t_r + v_0 \cdot \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2}a \cdot \frac{v_0^2}{a^2}$$

$$s = v_0 \cdot t_r + \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

$$s = v_0 t_r + \frac{v_0^2}{2a}$$

$$\frac{1}{2a}v_0^2 + t_r \cdot v_0 - s = 0$$

$$\frac{1 \cdot s^2}{2 \cdot 5m}v_0^2 + \frac{1}{2}s \cdot v_0 - 100m = 0$$

$$\leadsto v_{01} \approx 29{,}14\,\frac{m}{s} \approx 105\,\frac{km}{h}$$

$$\leadsto v_{02} \approx -34\,\frac{m}{s} \leadsto \text{kein Ergebnis}$$

b) Bremsweg: $v = 150\,\frac{km}{h} = \frac{125}{3}\,\frac{m}{s}$

$$s = v \cdot t = \frac{125}{3}\,\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2}s = \frac{125}{6}\,m \approx 20{,}8\,m \leadsto \frac{475}{6} \text{ noch zu fahren}$$

Wie schnell ist das Auto beim Zusammenstoß?

$$v = v_0 - at \quad t? \qquad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2$$

$$\leadsto v + at = v_0 \qquad s = v_0 \frac{v_0 - v}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{(v_0 - v)^2}{a^2}$$

$$\leadsto t = \frac{v_0 - v}{a} \qquad s = \frac{v_0^2 - v \cdot v_0}{a} - \frac{v_0^2 - 2v_0 \cdot v + v^2}{2a}$$

$$s = \frac{2v_0^2 - \cancel{2v \cdot v_0} - v_0^2 + \cancel{2v_0 v} - v^2}{2a}$$

$$s = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$

$$2as = v_0^2 - v^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2as \leadsto v = \sqrt{v_0^2 - 2as}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{125}{3}\right)^2 \frac{m^2}{s^2} - 2 \cdot 5\,\frac{m}{s^2} \cdot \frac{475}{6}\,m}$$

$$v \approx 30{,}73\,\frac{m}{s}$$

Abbildung 0.9: Übungsblatt 3 - Seite 1

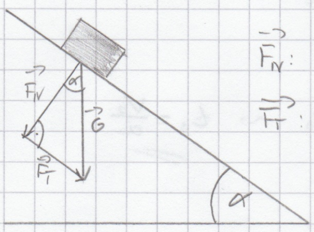
$V \approx 30{,}73\ \frac{m}{s}$ muss abgebremst werden mit $a = 30g$!

$\rightsquigarrow\ 2as = v_0^2 - v^2 \qquad \rightsquigarrow\ v^2 = 0$!

$\rightsquigarrow\ 2as = v_0^2$

$$s = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{(30{,}73\ \frac{m}{s})^2 \cdot s^2}{2 \cdot 30 \cdot 9{,}81\, m} = 1{,}60\ m$$

3|



$\vec{F}_N$: $\cos\alpha = \frac{\vec{F}_N}{m \cdot g} \rightsquigarrow \vec{F}_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

$\vec{F}_T$: $\sin\alpha = \frac{\vec{F}_T}{mg} \rightsquigarrow \vec{F}_T = m \cdot g \cdot \sin\alpha$

a) $|\vec{F}_{GL}| = |\vec{F}_T|$

$\mu_{GL} \cdot \cancel{mg} \cdot \cos\alpha = \cancel{mg} \cdot \sin\alpha$

$\mu_{GL} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$

$\mu_{GL} = \tan 5^\circ \approx \underline{0{,}087}$

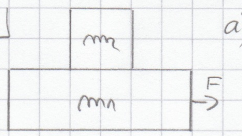
b) $F = F_T + F_{GL} = mg \cdot \sin\alpha + mg \cdot \cos\alpha = mg(\sin\alpha + \cos\alpha) \approx 102{,}6\ N$

c) $\vec{F}_g = \underbrace{\vec{F}_H + \vec{F}_T}_{} + \vec{F}_a$

$F_g = 102{,}6\ N + m \cdot a = 102{,}6\ N + 60\ kg \cdot 1{,}5\ \frac{m}{s^2} = 192{,}6\ N$

d) $a = \frac{F}{m} = \frac{102{,}6\ N}{60\ kg} = 1{,}71\ \frac{m}{s^2}$ $\qquad F = F_H + F_{GL}$

2|



a) Wie groß Haftreibungskraft?

$F_H = \mu_H \cdot m \cdot g = 5{,}89\ N$

Welche Beschleunigung ist möglich?

$a = \frac{F}{m} = \frac{5{,}89\ N}{2\ kg} = 2{,}943\ \frac{m}{s^2}$

Wie groß muss F sein, damit die Beschleunigung von $2{,}94\ \frac{m}{s^2}$ erreicht wird?

$F = (m_2 + m_1) \cdot a = 6\ kg \cdot 2{,}94\ \frac{m}{s^2} = 17{,}66\ N$

b) $a_1 = a_2 = \frac{F}{m} = \frac{8{,}83\ N}{6\ kg} = 1{,}47\ \frac{m}{s^2}$

Reibungskraft? $F_{R2} = \overset{\mu_H}{m_2} \cdot a_2 = 2{,}94\ N \quad // \quad F_{R1} = -F_{R2}$

c) Kraft auf oberen Block: $m_2 \cdot a_2 = \mu_G \cdot m_2 \cdot g \rightsquigarrow a = \mu_G \cdot g$ (Diese Kraft kann maximal übertragen werden)

$m_1 \cdot a_1 = F - F_{R2} = 2(m_1 + m_2)\, a_{max} - m_2 \mu_G \cdot g$

$a_1 = \frac{1}{m_1}(2(m_1+m_2) \cdot a_{max} - m_2 \mu_G \cdot g)$

Abbildung 0.10: Übungsblatt 3 - Seite 2

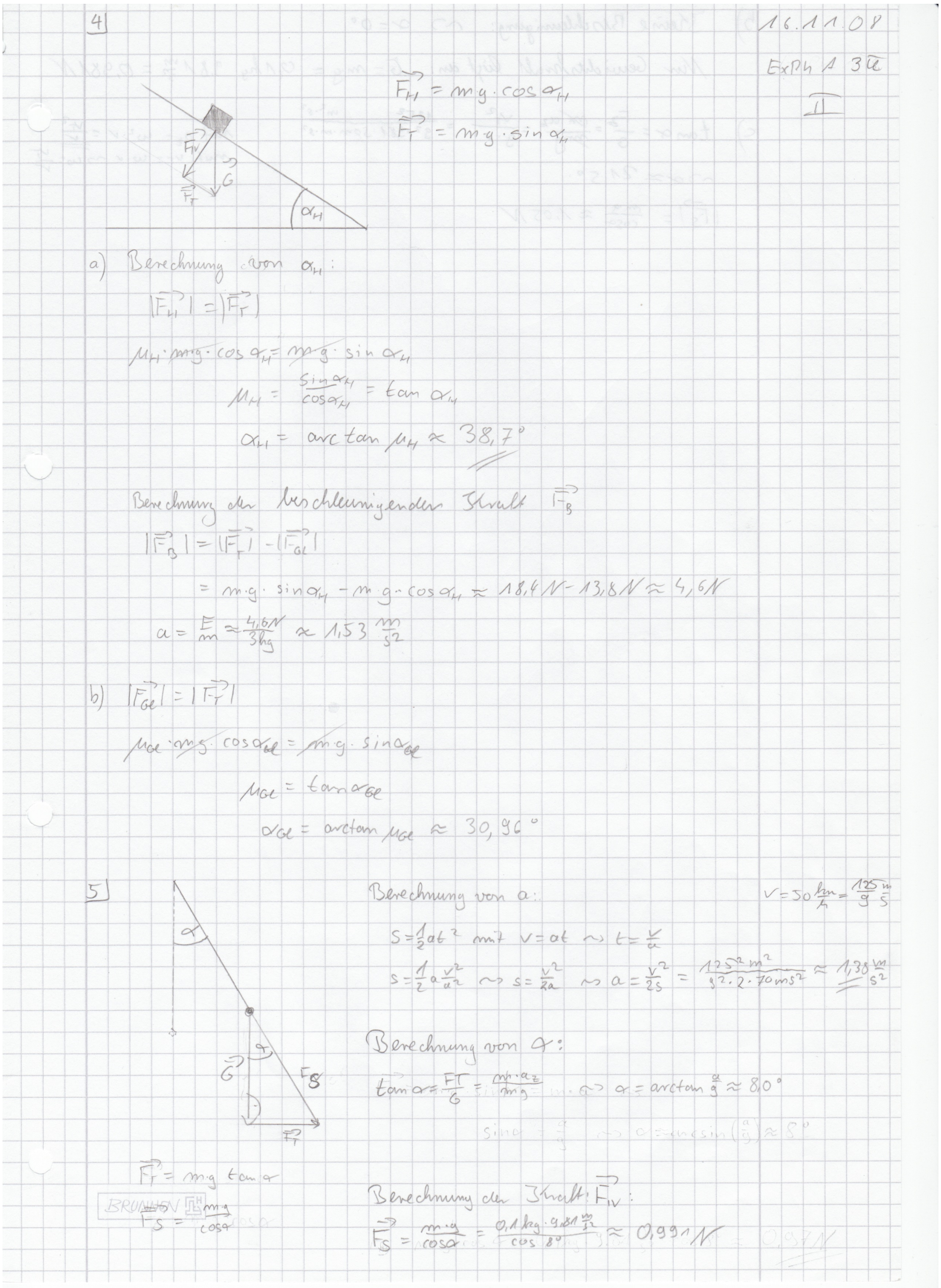
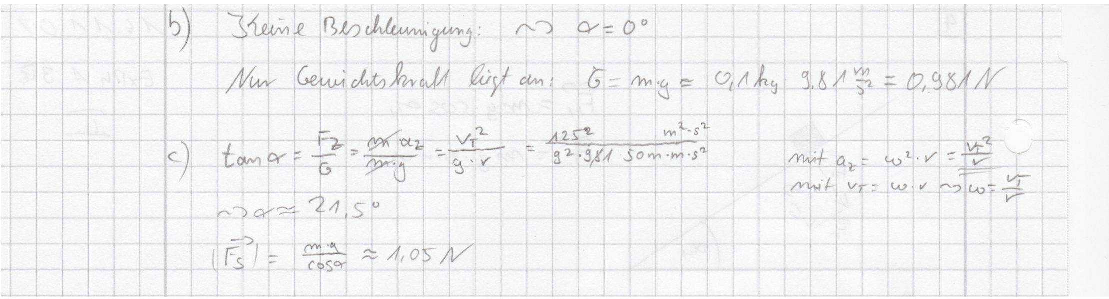


Abbildung 0.11: Übungsblatt 3 - Seite 3



b) Keine Beschleunigung: $\rightsquigarrow \alpha = 0°$

Nur Gewichtskraft liegt an: $G = m \cdot g = 0{,}1\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 0{,}981\,N$

c) $\tan\alpha = \frac{F_Z}{G} = \frac{\cancel{m} \cdot a_Z}{\cancel{m} \cdot g} = \frac{v_T^2}{g \cdot r} = \frac{125^2}{3^2 \cdot 9{,}81 \cdot 50} \frac{m^2 \cdot s^2}{m \cdot m \cdot s^2}$

mit $a_Z = \omega^2 \cdot r = \frac{v_T^2}{r}$

mit $v_T = \omega \cdot r \rightsquigarrow \omega = \frac{v_T}{r}$

$\rightsquigarrow \alpha \approx 21{,}5°$

$|\vec{F_S}| = \frac{m \cdot g}{\cos\alpha} \approx 1{,}05\,N$

Abbildung 0.12: Übungsblatt 3 - Seite 4

22.11.08

ExPhA 4.Ü

I

1

a) $v = \omega \cdot r \rightsquigarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{20\,m}{100 \cdot s \cdot m} = 0{,}2\,\frac{1}{s}$

b) $\omega = 2\pi f \rightsquigarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}2}{2 \cdot \pi s} = \frac{0{,}1}{\pi s} \approx 0{,}03\,\frac{1}{s}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{\pi s}{0{,}1} \approx 31{,}4\,s$

c) $u = \frac{30\,s}{31{,}4\,s} \approx 0{,}95$ Umdrehungen

2

a) Körper A: Kreisbahn

Körper B: gleichförmig beschleunigte Bewegung

b) Körper A: $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightsquigarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$ mit $a = r \cdot \omega^2 \rightsquigarrow \omega = \sqrt{\frac{a}{r}}$

$\rightsquigarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a}{r}}}$

$\rightsquigarrow$ Viertelkreis $t = \frac{T}{4} \rightsquigarrow t = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a}{r}}} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2\sqrt{\frac{a}{r}}}$

Körper B: $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\pi^2}{4 \frac{a}{r}} = \frac{1}{8} \pi^2 r$

c) Körper B: Nach t_2 $|v_2|$ erreicht: $v_2 = a t_2 \rightsquigarrow \underline{\underline{t_2 = \frac{v_2}{a}}}$

Strecke: $s_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 = \frac{1}{2} a \frac{v_2^2}{a^2} = \frac{v_2^2}{2a}$

Körper A: $s_2 = v_2 t_2$

Körper A hat $|v|$ = konstant!

3

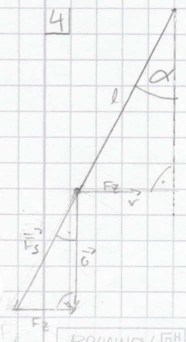
a) $\frac{d\omega}{dt} \cdot t_0 = 0{,}1\,\frac{1}{s^2} \cdot 5\,s = 0{,}5\,\frac{1}{s}$

b) $a_z = \omega^2 \cdot r = \left(0{,}5\,\frac{1}{s}\right)^2 \cdot 5\,m = 1{,}25\,\frac{m}{s^2}$

a_t: $v_T = \omega r = 0{,}5\,\frac{1}{s} \cdot 5\,m = 2{,}5\,\frac{m}{s}$ $\quad a_T = \frac{dv_T}{dt} = \frac{2{,}5\,m}{5 \cdot s\,s} = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}$

Zentralkraft: $F_Z = m\,a_z = 75\,kg \cdot 1{,}25\,\frac{m}{s^2} \approx 94\,N$

4



a) $\tan\alpha = \frac{F_Z}{G} = \frac{m \cdot a_z}{mg} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g}$ mit $\sin\alpha = \frac{r}{l} \rightsquigarrow r = l \cdot \sin\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\omega^2 \cdot l \sin\alpha}{g}$ $\quad \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\omega^2 \cdot l}{g} \rightsquigarrow \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 l} \rightsquigarrow \alpha \approx 66{,}9°$

c) $F_{max} = F_S$: $\cos\alpha = \frac{G}{F_S} = \frac{m \cdot g}{15\,N} \rightsquigarrow \alpha \approx 86{,}3°$

b) $\tan\alpha = \frac{F_Z}{mg}$ mit $F_Z = m \cdot a_z = m \cdot \omega^2 r$ mit $v_T = \omega r \rightsquigarrow F_Z = m \cdot \frac{v_T^2}{r}$

$\tan\alpha = \frac{m \cdot v_T^2}{r \cdot g m} = \frac{v_T^2}{g \cdot l \cdot \sin\alpha}$ (mit $r = l \cdot \sin\alpha$)

$\tan\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{v_T^2}{g \cdot l} = \frac{\sin\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos\alpha}$

$\frac{1}{\cos\alpha} - \cos\alpha = \frac{v_T^2}{g \cdot l} = 0{,}7865$ $\quad u = \cos\alpha$

$\frac{1}{u} - u = 0{,}7865$

$\rightsquigarrow +u^2 + 0{,}7865 u + 1 = 0$

$u_{1,2} = \frac{-0{,}7865 \pm \sqrt{0{,}7865^2 + 4}}{2}$

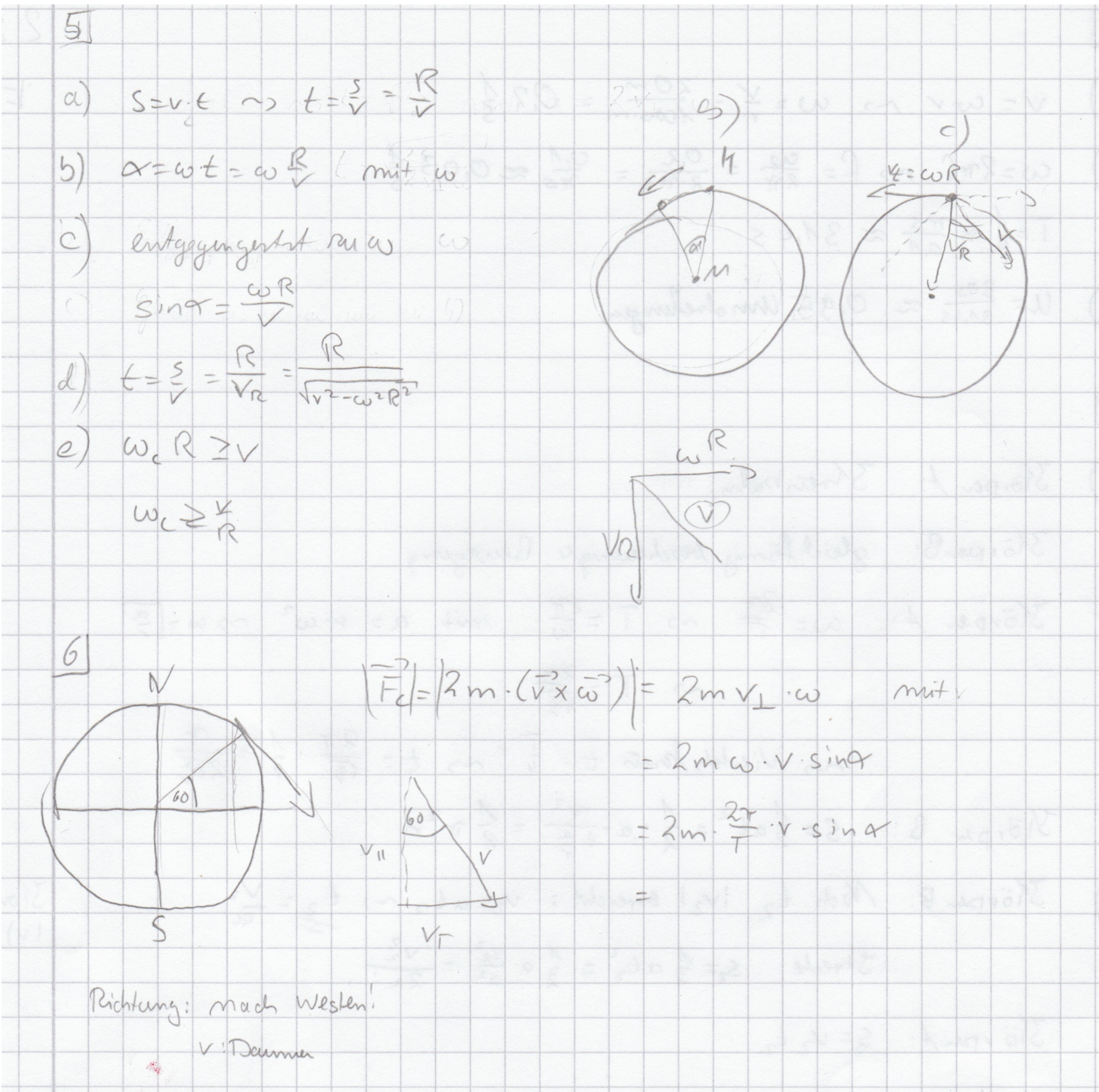
$\rightsquigarrow u_1 = 0{,}6813 \rightsquigarrow u_2 = -1{,}4678$

$\rightsquigarrow \cos\alpha = u_1 = 0{,}6813$

$\rightsquigarrow \alpha_{max} \approx 47{,}1°$

BRUNNEN

Abbildung 0.13: Übungsblatt 4 - Seite 1



5

a) $s = v \cdot t \rightsquigarrow t = \frac{s}{v} = \frac{R}{v}$

b) $\alpha = \omega t = \omega \frac{R}{v}$ mit ω

c) entgegengesetzt zu ω

$\sin\alpha = \frac{\omega R}{v}$

d) $t = \frac{s}{v} = \frac{R}{v_R} = \frac{R}{\sqrt{v^2 - \omega^2 R^2}}$

e) $\omega_c R \geq v$

$\omega_c \geq \frac{v}{R}$

6

$|\vec{F}_C| = |2m \cdot (\vec{v} \times \vec{\omega})| = 2m v_\perp \cdot \omega$ mit

$= 2m\omega \cdot v \cdot \sin\alpha$

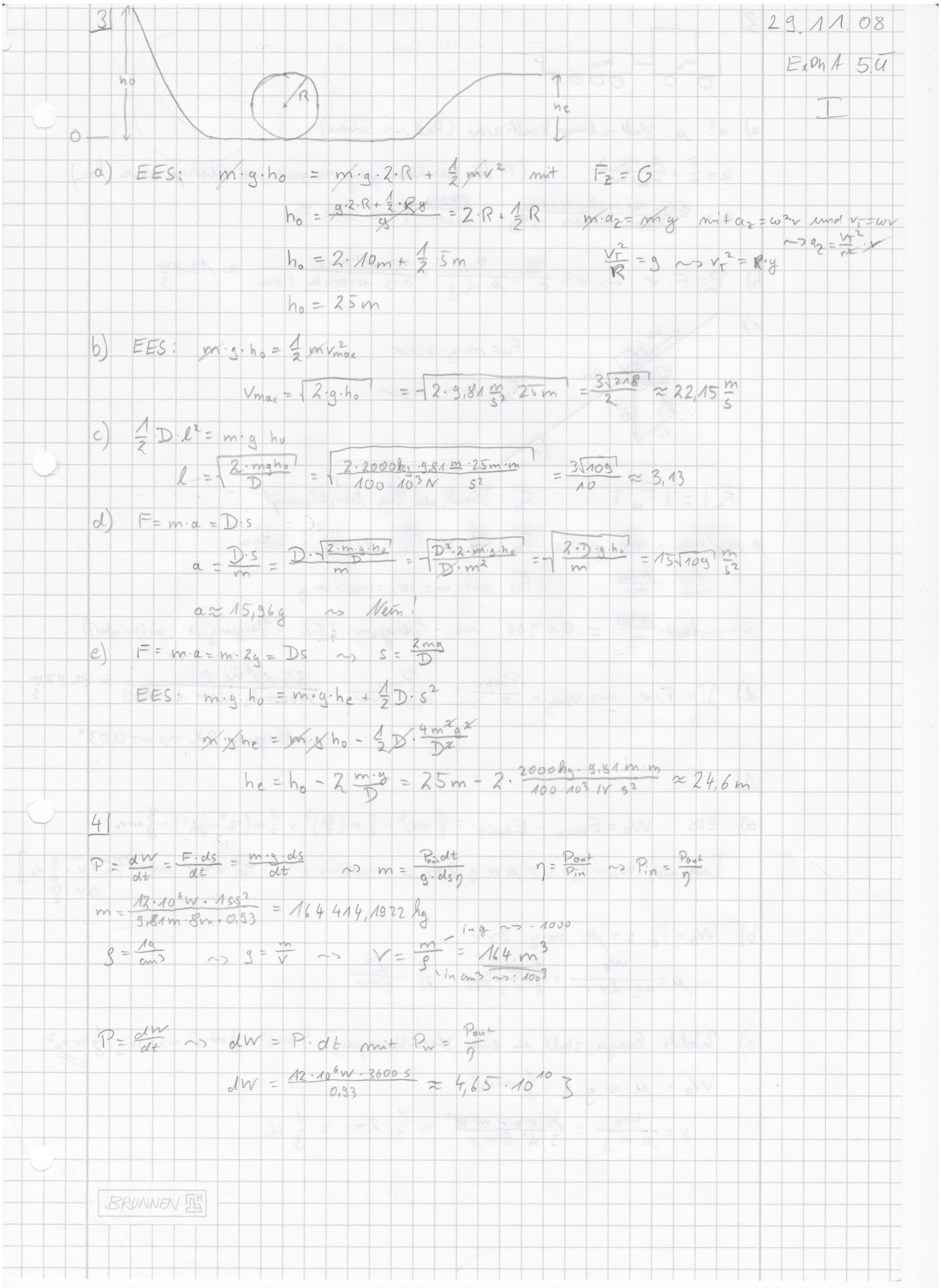
$= 2m \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot v \cdot \sin\alpha$

$=$

Richtung: nach Westen!

v: Daumen

Abbildung 0.14: Übungsblatt 4 - Seite 2



29.11.08

ExPhA 5Ü

I

3

h_0, R, h_e, 0

a) EES: $\cancel{m}\cdot g\cdot h_0 = \cancel{m}\cdot g\cdot 2\cdot R + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$ mit $F_Z = G$

$h_0 = \frac{g\cdot 2\cdot R + \frac{1}{2}\cdot R\cancel{g}}{\cancel{g}} = 2\cdot R + \frac{1}{2}R$ $\quad \cancel{m}\cdot a_Z = \cancel{m}\cdot g$ mit $a_Z = \omega^2 r$ und $v_T = \omega r$ $\rightsquigarrow a_Z = \frac{v_T^2}{r^{\cancel{2}}}\cdot \cancel{r}$

$h_0 = 2\cdot 10m + \frac{1}{2}\, 5m$ $\quad \frac{v_T^2}{R} = g \rightsquigarrow v_T^2 = R\cdot g$

$h_0 = 25m$

b) EES: $\cancel{m}\cdot g\cdot h_0 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{max}^2$

$v_{max} = \sqrt{2\cdot g\cdot h_0} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 25m} = \frac{3\sqrt{218}}{2} \approx 22{,}15\frac{m}{s}$

c) $\frac{1}{2}D\cdot l^2 = m\cdot g\cdot h_0$

$l = \sqrt{\frac{2\cdot mgh_0}{D}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2000kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 25m\cdot m}{100\cdot 10^3 N}} = \frac{3\sqrt{109}}{10} \approx 3{,}13$

d) $F = m\cdot a = D\cdot s$

$a = \frac{D\cdot s}{m} = \frac{D\cdot\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot g\cdot h_0}{D}}}{m} = \sqrt{\frac{D^{\cancel{2}}\cdot 2\cdot m\cdot g\cdot h_0}{\cancel{D}\cdot m^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot D\cdot g\cdot h_0}{m}} = 15\sqrt{109}\,\frac{m}{s^2}$

$a \approx 15{,}96g \rightsquigarrow$ Nein!

e) $F = m\cdot a = m\cdot 2g = Ds \rightsquigarrow s = \frac{2mg}{D}$

EES: $m\cdot g\cdot h_0 = m\cdot g\cdot h_e + \frac{1}{2}D\cdot s^2$

$\cancel{m}\cancel{g}h_e = \cancel{m}\cancel{g}h_0 - \frac{1}{2}\cancel{D}\cdot\frac{4m^{\cancel{2}}g^{\cancel{2}}}{D^{\cancel{2}}}$

$h_e = h_0 - 2\frac{m\cdot g}{D} = 25m - 2\cdot\frac{2000kg\cdot 9{,}81\, m\cdot m}{100\cdot 10^3 N\, s^2} \approx 24{,}6m$

4

$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F\cdot ds}{dt} = \frac{m\cdot g\cdot ds}{dt} \rightsquigarrow m = \frac{P_{out}dt}{g\cdot ds\,\eta}$ $\quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \rightsquigarrow P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta}$

$m = \frac{12\cdot 10^6 W\cdot 1s\cdot s^2}{9{,}81m\cdot 8m\cdot 0{,}93} = 164\,414{,}1922\,kg$

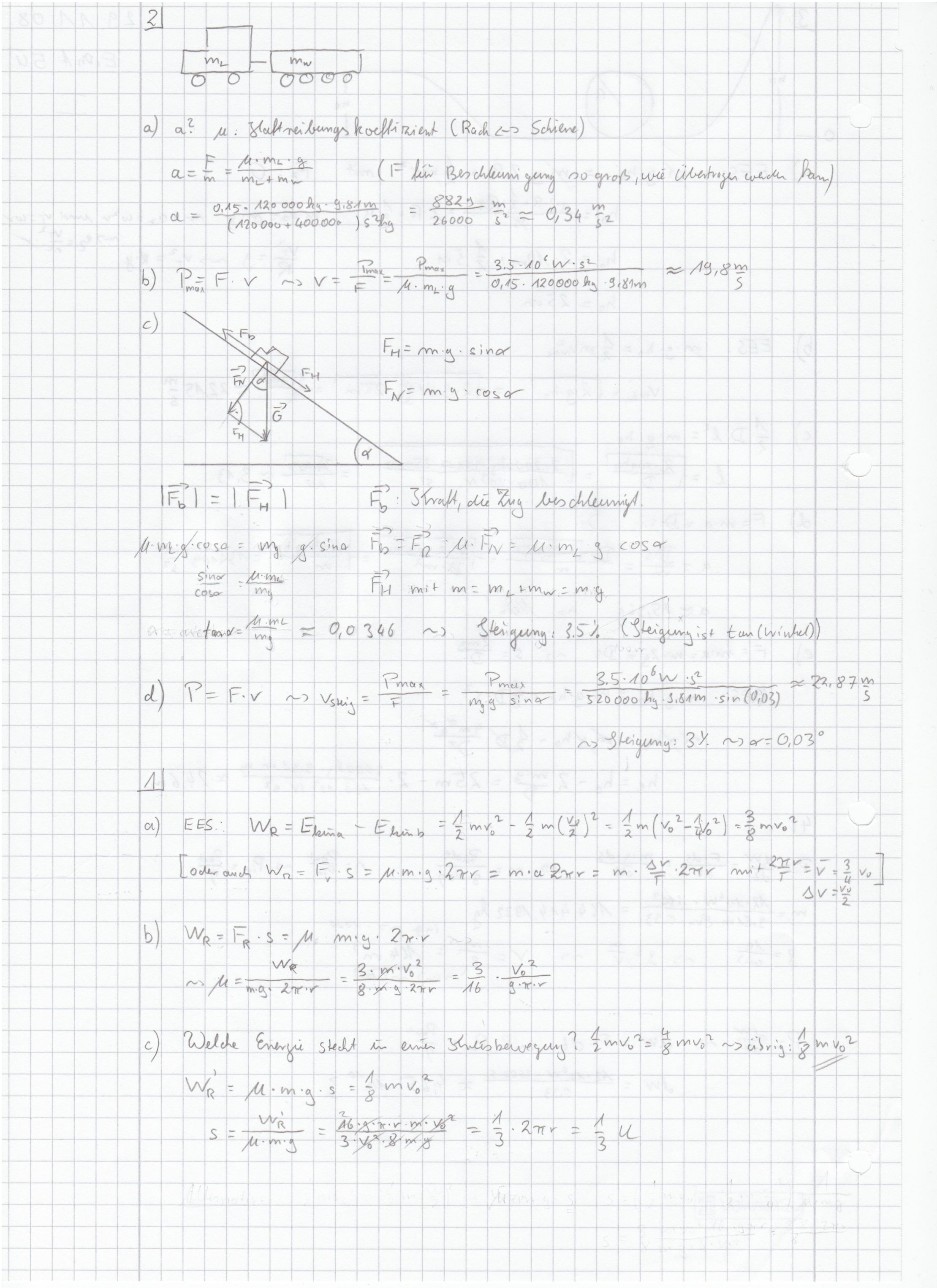
$\rho = \frac{1g}{cm^3} \rightsquigarrow \rho = \frac{m}{V} \rightsquigarrow V = \frac{m}{\rho} = \underline{\underline{164\cdot m^3}}$ (in g $\rightsquigarrow \cdot 1000$; in $cm^3 \rightsquigarrow : 100^3$)

$P = \frac{dW}{dt} \rightsquigarrow dW = P\cdot dt$ mit $P_W = \frac{P_{out}}{\eta}$

$dW = \frac{12\cdot 10^6 W\cdot 3600s}{0{,}93} \approx 4{,}65\cdot 10^{10} J$

BRUNNEN

Abbildung 0.15: Übungsblatt 5 - Seite 1



2

a) a? μ: Haftreibungskoeffizient (Rad $\leftrightarrow$ Schiene)

$a = \frac{F}{m} = \frac{\mu \cdot m_L \cdot g}{m_L + m_W}$ (F für Beschleunigung so groß, wie übertragen werden kann)

$a = \frac{0{,}15 \cdot 120\,000\,kg \cdot 9{,}81\,m}{(120\,000 + 400\,000)\,s^2\,kg} = \frac{8829}{26000}\frac{m}{s^2} \approx 0{,}34\,\frac{m}{s^2}$

b) $P_{max} = F \cdot v \leadsto v = \frac{P_{max}}{F} = \frac{P_{max}}{\mu \cdot m_L \cdot g} = \frac{3{,}5 \cdot 10^6\,W \cdot s^2}{0{,}15 \cdot 120000\,kg \cdot 9{,}81\,m} \approx 19{,}8\,\frac{m}{s}$

c)

F_b, $\vec{F_N}$, F_H, $\vec{G}$, F_H, α, α

$F_H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$

$F_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$

$|\vec{F_b}| = |\vec{F_H}|$ $\qquad$ $\vec{F_b}$: Kraft, die Zug beschleunigt.

$\mu \cdot m_L \cancel{g} \cdot \cos\alpha = m_g \cdot \cancel{g} \cdot \sin\alpha$ $\qquad$ $\vec{F_b} = \vec{F_R}\ \mu \cdot \vec{F_N} = \mu \cdot m_L\, g\, \cos\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\mu \cdot m_L}{m_g}$ $\qquad$ $\vec{F_H}$ mit $m = m_L + m_W = m_g$

$\tan\alpha = \frac{\mu \cdot m_L}{m_g} \approx 0{,}0346 \leadsto$ Steigung: 3.5% (Steigung ist tan(Winkel))

d) $P = F \cdot v \leadsto v_{steig} = \frac{P_{max}}{F} = \frac{P_{max}}{m_g\, g \cdot \sin\alpha} = \frac{3{,}5 \cdot 10^6\,W \cdot s^2}{520\,000\,kg \cdot 9{,}81\,m \cdot \sin(0{,}03)} \approx 22{,}87\,\frac{m}{s}$

$\leadsto$ Steigung: 3% $\leadsto \alpha = 0{,}03°$

1

a) EES: $W_R = E_{kin\,a} - E_{kin\,b} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(v_0^2 - \frac{1}{4}v_0^2\right) = \frac{3}{8}mv_0^2$

[oder auch $W_R = F_r \cdot s = \mu \cdot m \cdot g \cdot 2\pi r = m \cdot a\, 2\pi r = m \cdot \frac{\Delta v}{T} \cdot 2\pi r$ mit $\frac{2\pi r}{T} = \bar{v} = \frac{3}{4}v_0$, $\Delta v = \frac{v_0}{2}$]

b) $W_R = F_R \cdot s = \mu\, m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r$

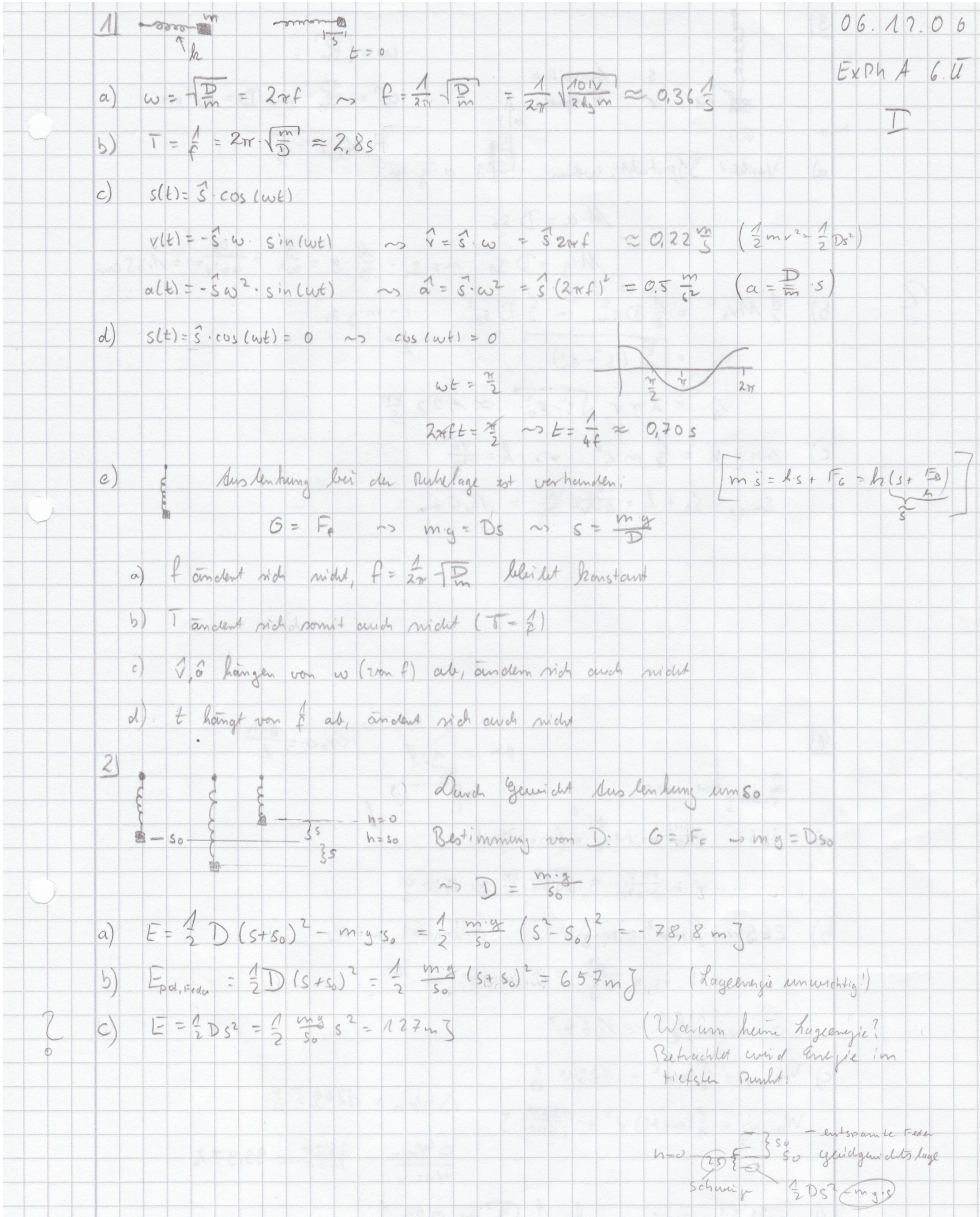
$\leadsto \mu = \frac{W_R}{m \cdot g \cdot 2\pi \cdot r} = \frac{3 \cdot \cancel{m} \cdot v_0^2}{8 \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot 2\pi r} = \frac{3}{16} \cdot \frac{v_0^2}{g \cdot \pi \cdot r}$

c) Welche Energie steckt in einer Kreisbewegung? $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{4}{8}mv_0^2 \leadsto$ übrig: $\frac{1}{8}mv_0^2$

$W_R' = \mu \cdot m \cdot g \cdot s = \frac{1}{8}mv_0^2$

$s = \frac{W_R'}{\mu \cdot m \cdot g} = \frac{\cancel{16}^{2} \cdot \cancel{g} \cdot \pi \cdot r \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{v_0^2}}{3 \cdot \cancel{v_0^2} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{m} \cdot \cancel{g}} = \frac{1}{3} \cdot 2\pi r = \frac{1}{3}\,U$

Abbildung 0.16: Übungsblatt 5 - Seite 2



1)

06.12.06
ExPh A 6.Ü
I

a) $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 2\pi f \rightsquigarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10N}{2kg\,m}} \approx 0{,}36\,\frac{1}{s}$

b) $T = \frac{1}{f} = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}} \approx 2{,}8s$

c) $s(t) = \hat{s}\cos(\omega t)$

$v(t) = -\hat{s}\cdot\omega\cdot\sin(\omega t) \rightsquigarrow \hat{v} = \hat{s}\cdot\omega = \hat{s}\,2\pi f \approx 0{,}22\,\frac{m}{s}$ $\left(\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Ds^2\right)$

$a(t) = -\hat{s}\omega^2\cdot\sin(\omega t) \rightsquigarrow \hat{a} = \hat{s}\cdot\omega^2 = \hat{s}(2\pi f)^2 = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}$ $\left(a = \frac{D}{m}\cdot s\right)$

d) $s(t) = \hat{s}\cdot\cos(\omega t) = 0 \rightsquigarrow \cos(\omega t) = 0$

$\omega t = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}$ π 2π

$2\pi f t = \frac{\pi}{2} \rightsquigarrow t = \frac{1}{4f} \approx 0{,}70\,s$

e) Auslenkung bei der Ruhelage ist vorhanden.

$\left[m\ddot{s} = -Ds + F_G = -D\underbrace{\left(s + \frac{F_G}{D}\right)}_{\tilde{s}}\right]$

$G = F_F \rightsquigarrow m\cdot g = Ds \rightsquigarrow s = \frac{m\,g}{D}$

a) f ändert sich nicht, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$ bleibt konstant

b) T ändert sich somit auch nicht $\left(T = \frac{1}{f}\right)$

c) $\hat{v}, \hat{a}$ hängen von ω (von f) ab, ändern sich auch nicht

d) t hängt von $\frac{1}{f}$ ab, ändert sich auch nicht

2)

$-s_0$ s s $h=0$ $h=s_0$

Durch Gewicht Auslenkung um s_0

Bestimmung von D: $G = F_F \rightsquigarrow m g = Ds_0$

$\rightsquigarrow D = \frac{m\cdot g}{s_0}$

a) $E = \frac{1}{2}D(s+s_0)^2 - m\cdot g\cdot s_0 = \frac{1}{2}\frac{m\cdot g}{s_0}(s^2 - s_0)^2 = -78{,}8\,mJ$

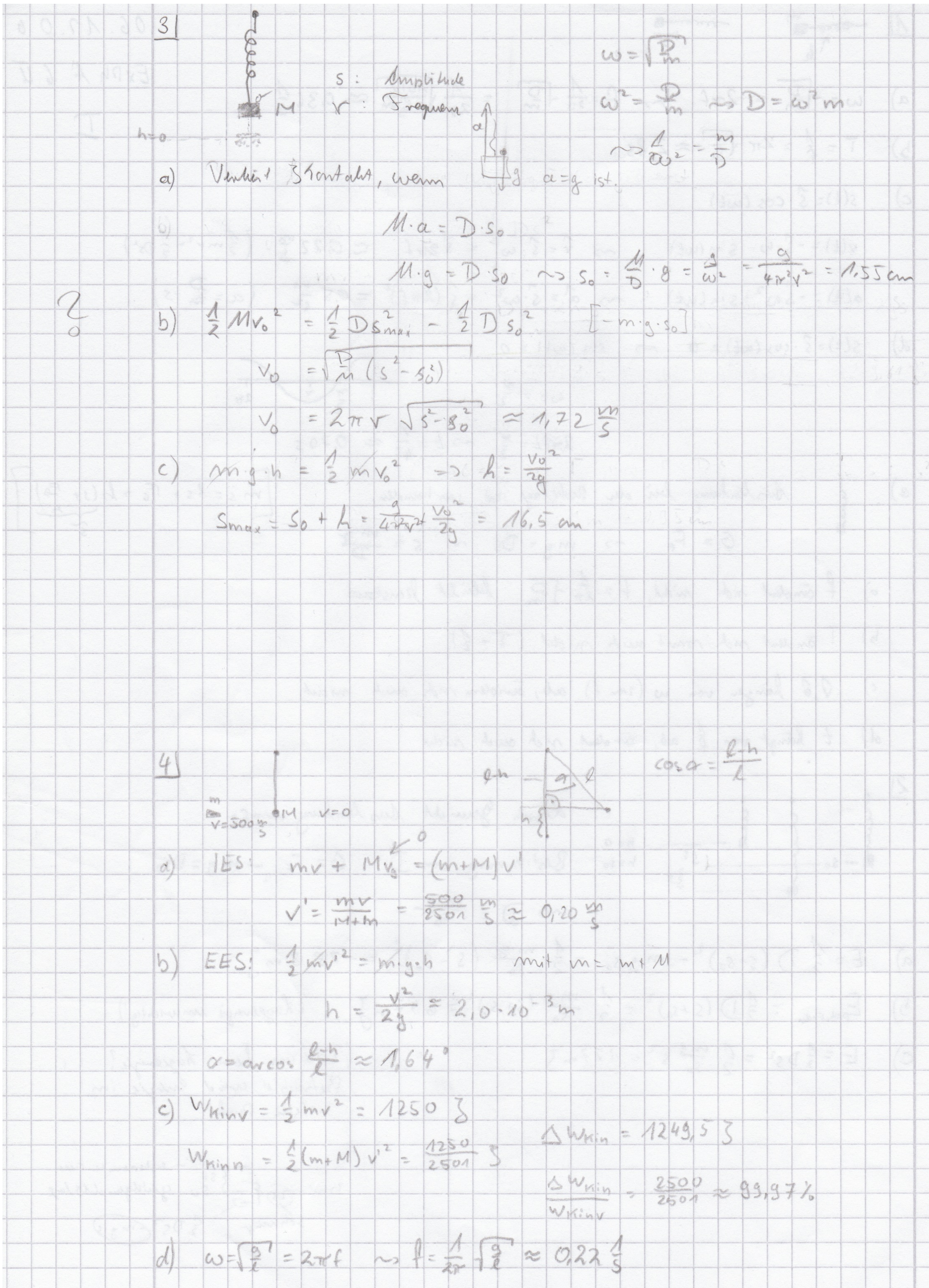
b) $E_{pot,Feder} = \frac{1}{2}D(s+s_0)^2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{s_0}(s+s_0)^2 = 657\,mJ$ (Lageenergie unwichtig!)

? c) $E = \frac{1}{2}Ds^2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{s_0}s^2 = 127\,mJ$

(Warum keine Lageenergie? Betrachtet wird Energie im tiefsten Punkt.

s_0 – entspannte Feder
s_0 Gleichgewichtslage
$h=0$ $2s$
Schwing...
$\frac{1}{2}Ds^2 - m\cdot g\cdot s$

Abbildung 0.17: Übungsblatt 6 - Seite 1



3

S: Amplitude

ν: Frequenz

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

$\omega^2 = \frac{D}{m} \rightsquigarrow D = \omega^2 m$

$\rightsquigarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{m}{D}$

a) Verliert Kontakt, wenn $a = g$ ist.

$M \cdot a = D \cdot s_0$

$M \cdot g = D \cdot s_0 \rightsquigarrow s_0 = \frac{M}{D} \cdot g = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{4\pi^2\nu^2} = 1{,}55\,cm$

?

b) $\frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} D s_{max}^2 - \frac{1}{2} D s_0^2 \quad [-m \cdot g \cdot s_0]$

$v_0 = \sqrt{\frac{D}{m}(s^2 - s_0^2)}$

$v_0 = 2\pi\nu\sqrt{s^2 - s_0^2} \approx 1{,}72\,\frac{m}{s}$

c) $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$

$s_{max} = s_0 + h = \frac{g}{4\pi^2\nu^2} + \frac{v_0^2}{2g} = 16{,}5\,cm$

4

$\cos\alpha = \frac{l-h}{l}$

a) IES: $mv + M\underbrace{v_0}_{0} = (m+M)v'$

$v' = \frac{mv}{M+m} = \frac{500}{2501}\,\frac{m}{s} \approx 0{,}20\,\frac{m}{s}$

b) EES: $\frac{1}{2} m v'^2 = m \cdot g \cdot h$ mit $m = m + M$

$h = \frac{v'^2}{2g} \approx 2{,}0 \cdot 10^{-3}\,m$

$\alpha = \arccos \frac{l-h}{l} \approx 1{,}64°$

c) $W_{kin\,v} = \frac{1}{2} m v^2 = 1250\,J$

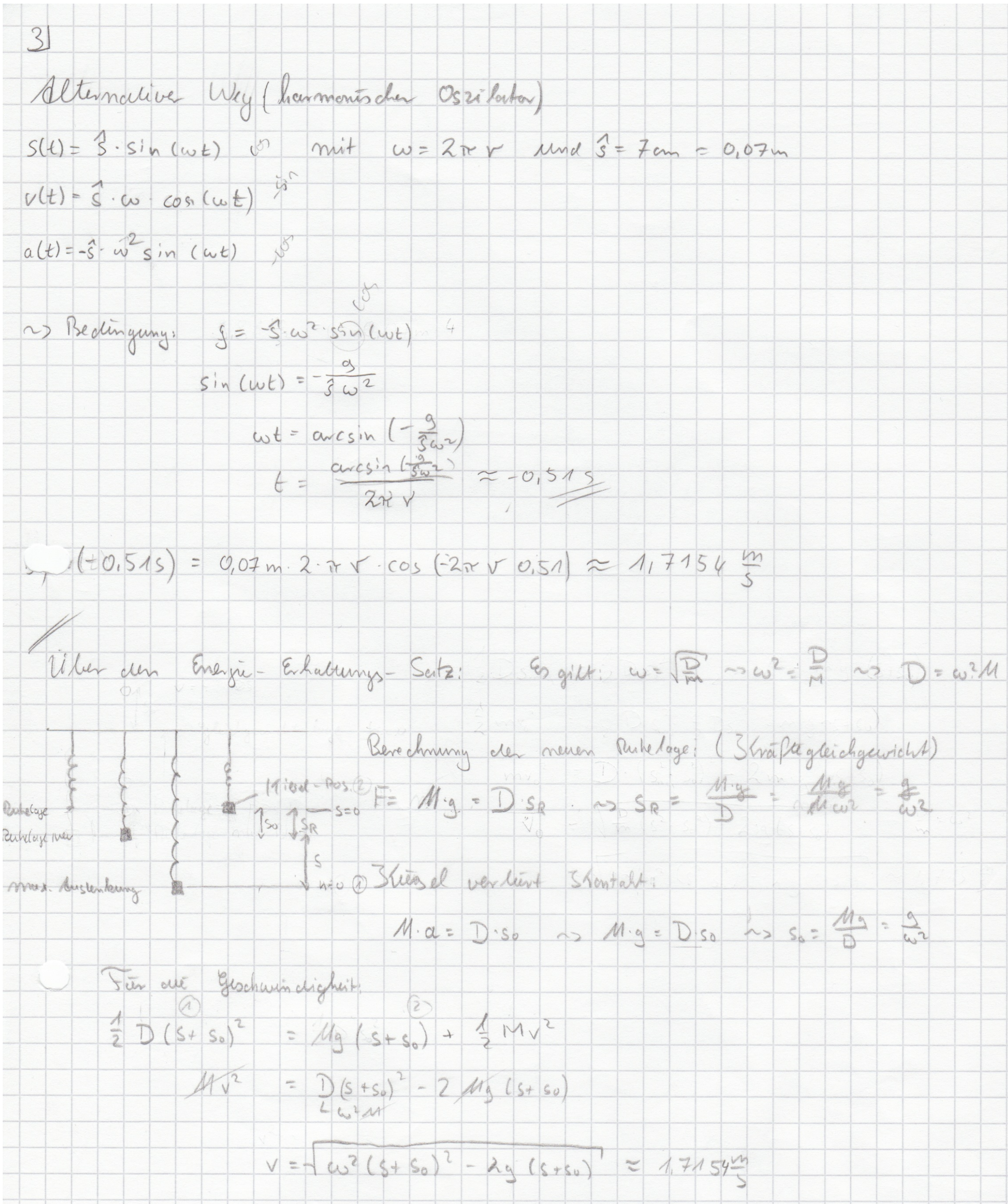
$W_{kin\,n} = \frac{1}{2}(m+M) v'^2 = \frac{1250}{2501}\,J$

$\Delta W_{kin} = 1249{,}5\,J$

$\frac{\Delta W_{kin}}{W_{kin\,v}} = \frac{2500}{2501} \approx 99{,}97\,\%$

d) $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2\pi f \rightsquigarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \approx 0{,}22\,\frac{1}{s}$

Abbildung 0.18: Übungsblatt 6 - Seite 2



3)

Alternativer Weg (harmonischer Oszillator)

$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t)$ mit $\omega = 2\pi\nu$ und $\hat{s} = 7cm = 0{,}07m$

$v(t) = \hat{s} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$

$a(t) = -\hat{s} \cdot \omega^2 \sin(\omega t)$

⇝ Bedingung: $g = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$

$$\sin(\omega t) = -\frac{g}{\hat{s}\omega^2}$$

$$\omega t = \arcsin\left(-\frac{g}{\hat{s}\omega^2}\right)$$

$$t = \frac{\arcsin\left(-\frac{g}{\hat{s}\omega^2}\right)}{2\pi\nu} \approx -0{,}51\,s$$

[illegible] $(-0{,}51s) = 0{,}07m \cdot 2 \cdot \pi\nu \cdot \cos(-2\pi\nu\, 0{,}51) \approx 1{,}7154 \frac{m}{s}$

Über den Energie-Erhaltungs-Satz: Es gilt: $\omega = \sqrt{\frac{D}{M}} \rightsquigarrow \omega^2 = \frac{D}{M} \rightsquigarrow D = \omega^2 M$

Ruhelage

Ruhelage neu

max. Auslenkung

Mitte-Pos. ②

s_0 s_R $s=0$ s $s=0$ ①

Berechnung der neuen Ruhelage: (Kräftegleichgewicht)

$F = M \cdot g = D \cdot s_R \rightsquigarrow s_R = \frac{M \cdot g}{D} = \frac{Mg}{M\omega^2} = \frac{g}{\omega^2}$

① Kugel verliert Kontakt:

$M \cdot a = D \cdot s_0 \rightsquigarrow M \cdot g = D\, s_0 \rightsquigarrow s_0 = \frac{Mg}{D} = \frac{g}{\omega^2}$

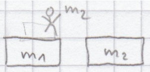
Für die Geschwindigkeit:

$$\frac{1}{2} D (s+s_0)^2 = Mg(s+s_0) + \frac{1}{2} M v^2$$

$$\cancel{M} v^2 = \underbrace{D}_{\omega^2 M}(s+s_0)^2 - 2\cancel{M}g(s+s_0)$$

$$v = \sqrt{\omega^2 (s+s_0)^2 - 2g(s+s_0)} \approx 1{,}7154 \frac{m}{s}$$

Abbildung 0.19: Übungsblatt 6 - Seite 3

1 

15.12.08

ExPh A 7.Ü

I

a) Absprung: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_p = 0$ mit $v_{rel} = v_p - v_1$

(Wagen) (Person) $\rightsquigarrow v_p = v_{rel} + v_1$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (v_{rel} + v_1) = 0$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_{rel} + m_2 v_1 = 0$$

$$v_1 (m_1 + m_2) = - m_2 \cdot v_{rel}$$

(Wagen 1) $v_1 = -\frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot v_{rel} = -\frac{80\,kg}{880\,kg} \cdot 3\,\frac{m}{s} = -\frac{3}{11}\,\frac{m}{s} \approx -0{,}27\,\frac{m}{s}$

Person: $v_p = v_{rel} + v_1 = 3\,\frac{m}{s} - \frac{3}{11}\,\frac{m}{s} = \frac{30}{11}\,\frac{m}{s} \approx 2{,}73\,\frac{m}{s}$

Aufsprung: $m_2 \cdot v_p = (m_1 + m_2) \cdot v_2$

(Person) (Wagen mit Person)

$$v_2 = \frac{m_2 \cdot v_p}{m_1 + m_2} = \frac{80\,kg \cdot \frac{30}{11}\,\frac{m}{s}}{880\,kg} = \frac{30}{121}\,\frac{m}{s} \approx 0{,}25\,\frac{m}{s}$$

b) EES: $\frac{1}{2} m_2 v_p^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}\left(80\,kg \cdot \left(\frac{30}{11}\,\frac{m}{s}\right)^2 + 800\,kg \cdot \left(-\frac{3}{11}\,\frac{m}{s}\right)^2\right)$

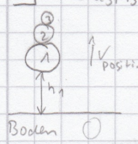
$= \frac{3600}{11}\,J \approx 327{,}27\,J$

c) Aufsprung liefert: $E_{SP} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_2^2 = \frac{1}{2}\, 880\,kg \cdot \left(\frac{30}{121}\,\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{36000}{1331}\,J$

Man hatte: $E_M = \frac{1}{2} m_2 v_p^2 = \frac{1}{2} \cdot 80\,kg \left(\frac{30}{11}\,\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{36000}{121}\,J \approx 297{,}52\,J$

$\Delta E = E_M - E_{SP} \approx 270{,}48\,J$

2 Elastischer Stoß, es gilt: $m_1 \gg m_2$: $v_1' = v_1$ $\quad v_2' = 2v_1 - v_2$



a) $1 \to 0$: $v_0 = 0$: $v_1 = -v_A \rightsquigarrow v_1' = 2 \cdot 0 - (-v_A) = \underline{\underline{v_A}}$

$2 \to 1$: $v_1 = v_A$: $v_2 = -v_A \rightsquigarrow v_2' = 2 \cdot v_A - (-v_A) = \underline{\underline{3 v_A}}$

$3 \to 2$: $v_2 = 3v_A$: $v_3 = -v_A \rightsquigarrow v_3' = 2 \cdot 3 v_A - (-v_A) = \underline{\underline{7 v_A}}$

EES: $m_3 g h_1 = \frac{1}{2} m v_A^2$ (Loslassen)

$m_3 \cdot g \cdot h' = \frac{1}{2} m (7 v_A)^2$ (Aufprall, Energieübertragung [Impuls])

$\cancel{m_3} \cancel{g} h' = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 \cdot 49 = \cancel{m_3} \cdot \cancel{g} \cdot h_1 \cdot 49$

$h' = 49 h_1$

b) $v_n = 2 \cdot v_{n-1} + v_A$ mit $v_0 = 0$ (Boden)

$v_1 = v_A$

$v_2 = 2 v_A + v_A$

BRUNNEN

$v_3 = 2(2 v_A + v_A) + v_A = (2^2 + 2^1 + 2^0)\, v_A$

$v_4 = 2(2(2 v_A + v_A) + v_A) + v_A = (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0)\, v_A$

Abbildung 0.20: Übungsblatt 7 - Seite 1

$$v_N = (2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^0) \cdot v_A$$

$$= \sum_0^{n-1} 2^k \cdot v_A = \frac{1-2^n}{1-2} \cdot v_A = (2^n - 1) \cdot v_A$$

Höhe: $h_n = (2^n - 1)^2 \cdot h_1$

c) $h_1 = 100\,m \quad v_N = 11{,}2\,\frac{km}{s}$ mit $\frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot h_1$

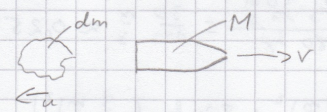
$$v_N = (2^n - 1) v_A = (2^n - 1)\sqrt{2gh_1} \qquad v_A = \sqrt{2gh_1}$$

$$2^n - 1 = \frac{v_N}{\sqrt{2gh_1}}$$

$$2^n = \frac{v_N}{\sqrt{2gh_1}} + 1 \quad | \ln$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{v_N}{\sqrt{2gh_1}} + 1\right)}{\ln 2} = 8$$

3|



Gas: ~~m~~ ändert sich mit dm', v'

Rakete: $m(t) = M - \frac{dm'}{dt} \cdot t$

a) $\underbrace{d(mv)}_{\text{(Rakete)}} + \underbrace{v' \cdot dm'}_{\text{(Gas)}} = 0$

$$m \cdot dv + v \cdot dm + v' dm' = 0 \quad | \; dm' = -dm$$

? $$m \cdot dv + v \cdot dm - v' dm = 0 \quad | \; v' = v - u$$

$$m\,dv + v\,dm - (v\,dm - u\,dm) = 0$$

$$m\,dv + \cancel{v\,dm} - \cancel{v\,dm} + u\,dm = 0$$

$$m\,dv + u\,dm = 0$$

b) $v(t)$? $\quad dv = -\frac{u\,dm}{m} \qquad \int_0^v dv'' = -\int_M^m u \frac{dm''}{m''}$

$$v(t) = -u \cdot \ln\left(\frac{m}{M}\right) = u \cdot \ln\left(\frac{M}{m(t)}\right) \quad \text{mit } m(t) = M + \frac{dm}{dt}$$

c) $v = 3u \qquad \cancel{u} \ln\left(\frac{M}{m}\right) = 3\cancel{u}$

$$\frac{M}{m} = e^3$$

$$m = \frac{M}{e^3} = M \cdot e^{-3}$$

? $\rightsquigarrow m_{treib} = (1 - e^{-3}) \cdot M = 0{,}95 \cdot M$

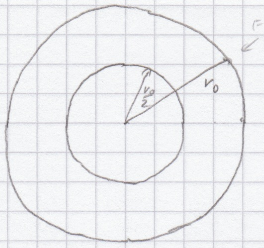
Abbildung 0.21: Übungsblatt 7 - Seite 2

4

02.01.09

ExPh A 7.Ü

II



a) $\dot{\vec{L}} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$

$\hookrightarrow$ parallel!

b) $\vec{L} = \Theta \vec{\omega} = m r_0^2 \vec{\omega}_0 = m \frac{r_0^2}{4} \vec{\omega}_{neu} \rightsquigarrow \vec{\omega}_{neu} = 4 \cdot \vec{\omega}_0$

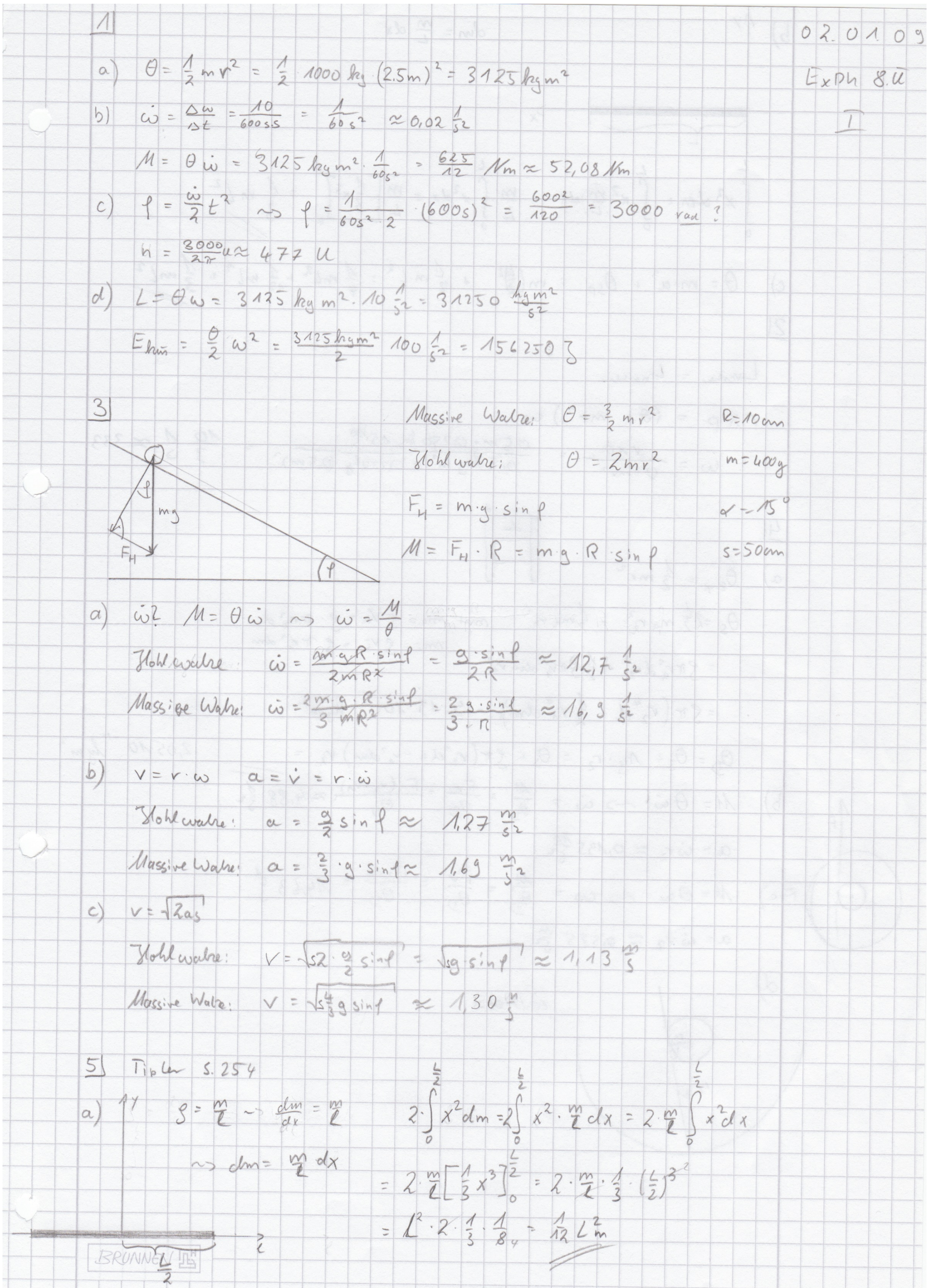
c) $E = \frac{1}{2} \Theta \omega_0^2 = \frac{1}{2} m r_0^2 \omega_0^2 = \frac{1}{2} m \frac{r_0^2}{4} \cdot 16 \omega_0^2 = \frac{4}{2} m r_0^2 \omega_0^2 = 4 E_0$

Es muss eine Kraft aufgebracht werden, um den Körper auf den neuen kleineren Radius zu zwingen. Die zusätzliche Energie stammt aus der Arbeit gegen die Zentripetalkraft.

d) $F_{Z0} = m \omega_0^2 r_0$

$F_{Z1} = m (4\omega_0)^2 \frac{r_0}{2} = 8 m \omega_0^2 r_0 = 8 \cdot F_{Z0}$

Abbildung 0.22: Übungsblatt 7 - Seite 3



02.01.09

ExPh 8.Ü

I

1

a) $\Theta = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2}\, 1000\,kg\,(2.5m)^2 = 3125\,kg\,m^2$

b) $\dot\omega = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10}{600 s\,s} = \frac{1}{60 s^2} \approx 0{,}02 \frac{1}{s^2}$

$M = \Theta\dot\omega = 3125\,kg\,m^2 \cdot \frac{1}{60 s^2} = \frac{625}{12}\,Nm \approx 52{,}08\,Nm$

c) $\varphi = \frac{\dot\omega}{2} t^2 \rightsquigarrow \varphi = \frac{1}{60 s^2 \cdot 2}(600 s)^2 = \frac{600^2}{120} = 3000\,rad$?

$n = \frac{3000}{2\pi} U \approx 477\,U$

d) $L = \Theta\omega = 3125\,kg\,m^2 \cdot 10 \frac{1}{s} = 31250 \frac{kg\,m^2}{s^2}$

$E_{kin} = \frac{\Theta}{2}\omega^2 = \frac{3125\,kg\,m^2}{2}\, 100 \frac{1}{s^2} = 156250\,J$

3

Massive Walze: $\Theta = \frac{3}{2} m r^2$ — $R = 10cm$

Hohlwalze: $\Theta = 2 m r^2$ — $m = 400g$

$F_H = m \cdot g \cdot \sin\varphi$ — $\alpha = 15°$

$M = F_H \cdot R = m \cdot g \cdot R \cdot \sin\varphi$ — $s = 50cm$

φ, mg, F_H, φ

a) $\dot\omega$? $M = \Theta\dot\omega \rightsquigarrow \dot\omega = \frac{M}{\Theta}$

Hohlwalze $\dot\omega = \frac{m g R \sin\varphi}{2 m R^2} = \frac{g \cdot \sin\varphi}{2R} \approx 12{,}7 \frac{1}{s^2}$

Massive Walze: $\dot\omega = \frac{2 m \cdot g \cdot R \cdot \sin\varphi}{3 m R^2} = \frac{2 g \cdot \sin\varphi}{3 \cdot R} \approx 16{,}9 \frac{1}{s^2}$

b) $v = r \cdot \omega \quad a = \dot v = r \cdot \dot\omega$

Hohlwalze: $a = \frac{g}{2}\sin\varphi \approx 1{,}27 \frac{m}{s^2}$

Massive Walze: $a = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin\varphi \approx 1{,}69 \frac{m}{s^2}$

c) $v = \sqrt{2as}$

Hohlwalze: $v = \sqrt{s 2 \cdot \frac{g}{2}\sin\varphi} = \sqrt{s g \sin\varphi} \approx 1{,}13 \frac{m}{s}$

Massive Walze: $v = \sqrt{s \frac{4}{3} g \sin\varphi} \approx 1{,}30 \frac{m}{s}$

5 Tipler S. 254

a) $\rho = \frac{m}{l} \rightsquigarrow \frac{dm}{dx} = \frac{m}{l}$

$\rightsquigarrow dm = \frac{m}{l} dx$

$2 \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} x^2 dm = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} x^2 \cdot \frac{m}{l} dx = 2 \frac{m}{l} \int_0^{\frac{L}{2}} x^2 dx$

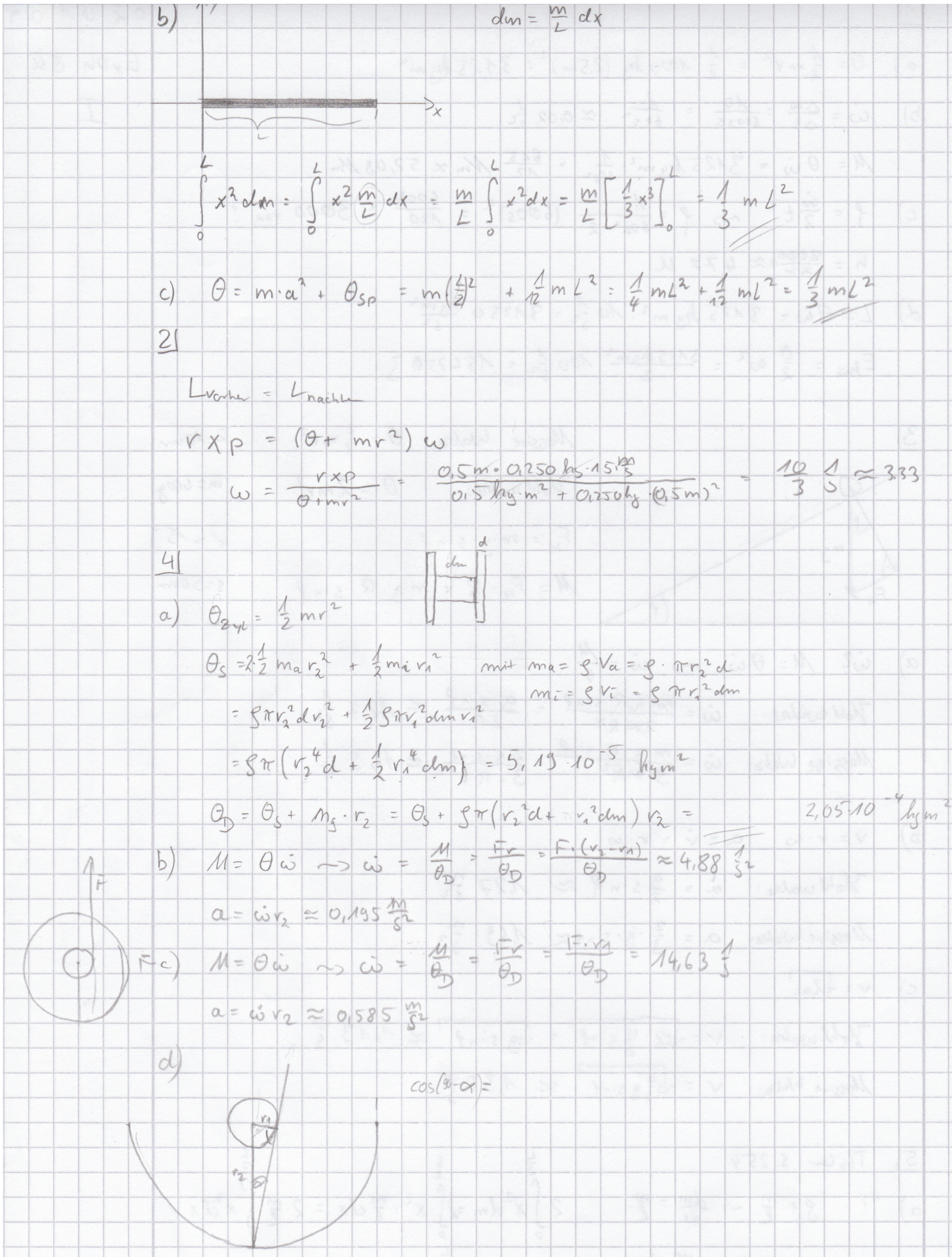
$= 2 \frac{m}{l} \left[\frac{1}{3} x^3\right]_0^{\frac{L}{2}} = 2 \cdot \frac{m}{l} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^3$

$= l^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{12} L^2 m$

y, z, $\frac{L}{2}$

BRUNNEN

Abbildung 0.23: Übungsblatt 8 - Seite 1



b) $dm = \frac{m}{L}\,dx$

$$\int_0^L x^2\,dm = \int_0^L x^2 \frac{m}{L}\,dx = \frac{m}{L}\int_0^L x^2\,dx = \frac{m}{L}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^L = \frac{1}{3} m L^2$$

c) $$\Theta = m\cdot a^2 + \Theta_{Sp} = m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} m L^2 = \frac{1}{4} mL^2 + \frac{1}{12} mL^2 = \frac{1}{3} mL^2$$

2|

$L_{vorher} = L_{nachher}$

$r \times p = (\Theta + mr^2)\,\omega$

$$\omega = \frac{r\times p}{\Theta + mr^2} = \frac{0{,}5\,m \cdot 0{,}250\,kg \cdot 15\,\frac{m}{s}}{0{,}5\,kg\cdot m^2 + 0{,}250\,kg\,(0{,}5\,m)^2} = \frac{10}{3}\,\frac{1}{s} \approx 3{,}33$$

4|

a) $\Theta_{Zyl} = \frac{1}{2} m r^2$

$\Theta_S = 2\cdot\frac{1}{2} m_a r_2^2 + \frac{1}{2} m_i r_1^2$ mit $m_a = \rho V_a = \rho\cdot\pi r_2^2 d$

$m_i = \rho V_i = \rho\,\pi r_1^2\, dm$

$= \rho\pi r_2^2 d\, r_2^2 + \frac{1}{2}\rho\pi r_1^2\, dm\, r_1^2$

$= \rho\pi\left(r_2^4 d + \frac{1}{2} r_1^4\, dm\right) = 5{,}19\cdot 10^{-5}\ kg\,m^2$

$\Theta_D = \Theta_S + m_g\cdot r_2 = \Theta_S + \rho\pi\left(r_2^2 d + r_1^2\, dm\right) r_2 = 2{,}05\cdot 10^{-4}\ kg\,m^2$

b) $M = \Theta\dot\omega \rightsquigarrow \dot\omega = \frac{M}{\Theta_D} = \frac{Fr}{\Theta_D} = \frac{F\cdot(r_2 - r_1)}{\Theta_D} \approx 4{,}88\,\frac{1}{s^2}$

$a = \dot\omega r_2 \approx 0{,}195\,\frac{m}{s^2}$

c) $M = \Theta\dot\omega \rightsquigarrow \dot\omega = \frac{M}{\Theta_D} = \frac{Fr}{\Theta_D} = \frac{F\cdot r_1}{\Theta_D} = 14{,}63\,\frac{1}{s}$

$a = \dot\omega r_2 \approx 0{,}585\,\frac{m}{s^2}$

d) $\cos(90-\alpha) =$

Abbildung 0.24: Übungsblatt 8 - Seite 2

1   17.01.09

ExPh A 9.Ü

I

a) $M_R = M_G$

$F_r \cdot l_A = F_G \cdot (l - l_A) \Leftrightarrow \cancel{m \cdot g} \cdot l_A = m_G \cdot \cancel{g}\,(l - l_A)$

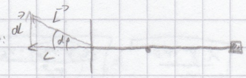
$\Leftrightarrow m \cdot l_A = m_G \cdot l - m_G\, l_A \Leftrightarrow l_A = \frac{m_G}{m} l - \frac{m_G}{m} l_A$

$\Leftrightarrow l_A + \frac{m_G}{m} l_A = \frac{m_G}{m} l \Leftrightarrow l_A \left(1 + \frac{m_G}{m}\right) = \frac{m_G}{m} l$

$\Leftrightarrow l_A = \frac{m_G}{m \cdot \left(1 + \frac{m_G}{m}\right)} l = \frac{m_G}{m + m_G} l = \frac{1\,kg}{3\,kg + 1\,kg} \cdot 0{,}4\,m = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{10} m = \frac{1}{10} m$

b) $L = \Theta\omega = \frac{1}{2} m r^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot 3\,kg \cdot (0{,}20\,m)^2 \cdot 100\,\frac{1}{s} = 6\,kg\,\frac{m^2}{s}$

c) Draufsicht:



$M = \vec{r} \times \vec{F} \left(= \vec{l_A} \times \vec{G} \right) \qquad \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$d\varphi = \frac{dL}{L} = \frac{M \cdot dt}{L} \leadsto \omega_P = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L} \leadsto \omega_P = \frac{M}{L} = \frac{\Delta m \cdot g \cdot (l - l_A)}{L} \approx 0{,}25\,\frac{1}{s}$

2

a) $\Theta = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \cdot 0{,}3\,kg \cdot (1\,m)^2 = \frac{1}{40} m^2 kg = 0{,}025\,kg\,m^2$

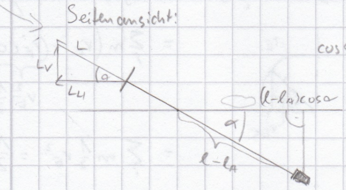
b) EES.: $\cancel{\tfrac{1}{2}} D_\alpha \alpha^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} \Theta \omega^2 \qquad \alpha = 30° \leadsto \frac{x}{2\pi} = \frac{\alpha}{360°} \leadsto x = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha$

$\omega = \sqrt{\frac{D_\alpha \alpha^2}{\Theta}} \qquad \leadsto \alpha = \frac{1}{6}\pi$

$L = \Theta\omega = \Theta \sqrt{\frac{D_\alpha \alpha^2}{\Theta}} = \sqrt{\Theta \cdot D_\alpha\, \alpha^2} = \sqrt{0{,}025\,kg\,m^2 \cdot 0{,}1\,\frac{Nm}{rad} \left(\frac{1}{6}\pi\right)^2} = \frac{1}{120}\pi \approx 0{,}026\,kg\,\frac{m^2}{s}$

c) $\omega = \sqrt{\frac{D_\alpha}{\Theta}} \leadsto \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \leadsto T = \pi\,s \approx 3{,}14\,s$

Seitenansicht:

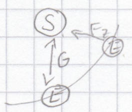


$\cos\alpha = \frac{\bigcirc}{l - l_A}$

$\omega_P' = \frac{M'}{L'} = \frac{M \cdot \cos\alpha}{L_H} = \frac{M \cdot \cos\alpha}{L \cdot \cos\alpha} = \frac{M}{L} = \omega_P$

3

a)



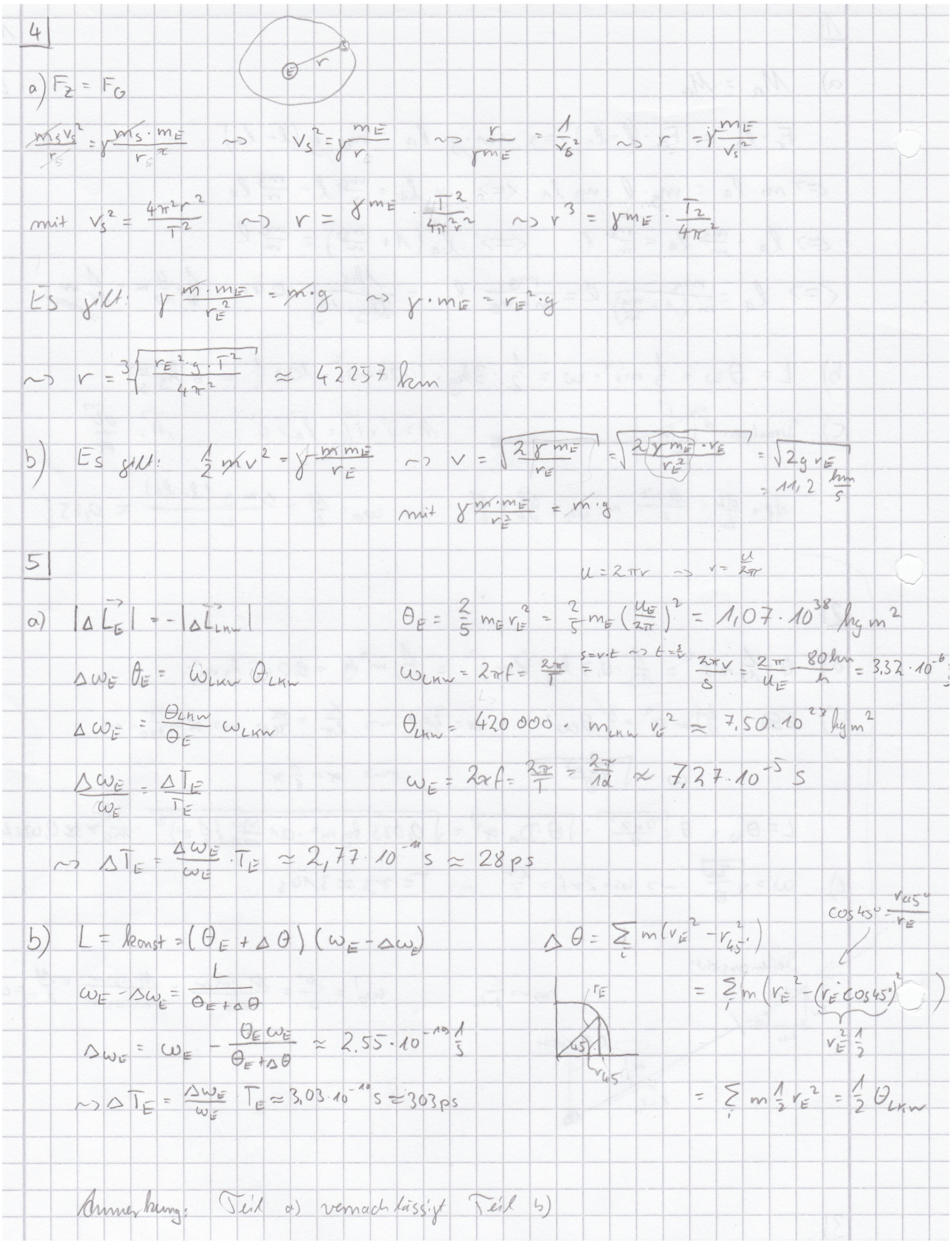
$F_Z = F_G \qquad$ mit $v_E = \frac{2\pi R_E}{T} \qquad T = 365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600\,s$

$\frac{\cancel{m_E} v_E^2}{\cancel{r_E}} = \gamma \frac{\cancel{m_E} m_S}{r_E^2} \leadsto m_S = \frac{v_E^2\, r_E}{\gamma} = \frac{4\pi^2 R_E^3}{\gamma T^2} \approx 2{,}0 \cdot 10^{30}\,kg$

b) 3. Kepplersches Gesetz

$\frac{T_u^2}{T_e^2} = \frac{R_u^3}{R_e^3} \leadsto T_u = \sqrt{\frac{R_u^3}{R_e^3} T_e^2} = \sqrt{\frac{R_u^3}{R_e^3}} \cdot T_e = 83{,}7\,T_e = 83{,}7\,a$

Abbildung 0.25: Übungsblatt 9 - Seite 1



4

a) $F_Z = F_G$

$\frac{\cancel{m_s} v_s^2}{\cancel{r_s}} = \gamma \frac{\cancel{m_s} \cdot m_E}{r_s^{\cancel{2}}} \rightsquigarrow v_s^2 = \gamma \frac{m_E}{r} \rightsquigarrow \frac{r}{\gamma m_E} = \frac{1}{v_s^2} \rightsquigarrow r = \gamma \frac{m_E}{v_s^2}$

mit $v_s^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \rightsquigarrow r = \gamma m_E \cdot \frac{T^2}{4\pi^2 r^2} \rightsquigarrow r^3 = \gamma m_E \cdot \frac{T_2}{4\pi^2}$

Es gilt: $\gamma \frac{\cancel{m} \cdot m_E}{r_E^2} = \cancel{m} \cdot g \rightsquigarrow \gamma \cdot m_E = r_E^2 \cdot g$

$\rightsquigarrow r = \sqrt[3]{\frac{r_E^2 \cdot g \cdot T^2}{4\pi^2}} \approx 42257\,km$

b) Es gilt: $\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = \gamma \frac{\cancel{m} m_E}{r_E} \rightsquigarrow v = \sqrt{\frac{2\gamma m_E}{r_E}} = \sqrt{\frac{2\gamma m_E \cdot r_E}{r_E^2}} = \sqrt{2 g r_E} = 11{,}2\,\frac{km}{s}$

mit $\gamma \frac{\cancel{m} \cdot m_E}{r_E^2} = \cancel{m} \cdot g$

5

$u = 2\pi r \rightsquigarrow r = \frac{u}{2\pi}$

a) $|\Delta \vec{L}_E| = -|\Delta \vec{L}_{Lkw}|$

$\Delta\omega_E\, \Theta_E = \omega_{Lkw}\, \Theta_{Lkw}$

$\Delta\omega_E = \frac{\Theta_{Lkw}}{\Theta_E} \omega_{Lkw}$

$\frac{\Delta\omega_E}{\omega_E} = \frac{\Delta T_E}{T_E}$

$\Theta_E = \frac{2}{5} m_E r_E^2 = \frac{2}{5} m_E \left(\frac{u_E}{2\pi}\right)^2 = 1{,}07 \cdot 10^{38}\,kg\,m^2$

$s = v \cdot t \rightsquigarrow t = \frac{s}{v}$

$\omega_{Lkw} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{s} = \frac{2\pi}{u_E} \cdot \frac{80\,km}{h} = 3{,}32 \cdot 10^{-6}$

$\Theta_{Lkw} = 420\,000 \cdot m_{Lkw}\, r_E^2 \approx 7{,}50 \cdot 10^{23}\,kg\,m^2$

$\omega_E = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1d} \approx 7{,}27 \cdot 10^{-5}\,s$

$\rightsquigarrow \Delta T_E = \frac{\Delta\omega_E}{\omega_E} \cdot T_E \approx 2{,}77 \cdot 10^{-11}\,s \approx 28\,ps$

b) $L = konst = (\Theta_E + \Delta\Theta)(\omega_E - \Delta\omega_E)$

$\omega_E - \Delta\omega_E = \frac{L}{\Theta_E + \Delta\Theta}$

$\Delta\omega_E = \omega_E - \frac{\Theta_E \omega_E}{\Theta_E + \Delta\Theta} \approx 2{,}55 \cdot 10^{-10}\,\frac{1}{s}$

$\rightsquigarrow \Delta T_E = \frac{\Delta\omega_E}{\omega_E} T_E \approx 3{,}03 \cdot 10^{-10}\,s \approx 303\,ps$

$\cos 45° = \frac{r_{45°}}{r_E}$

$\Delta\Theta = \sum_i m (r_E^2 - r_{45°}^2)$

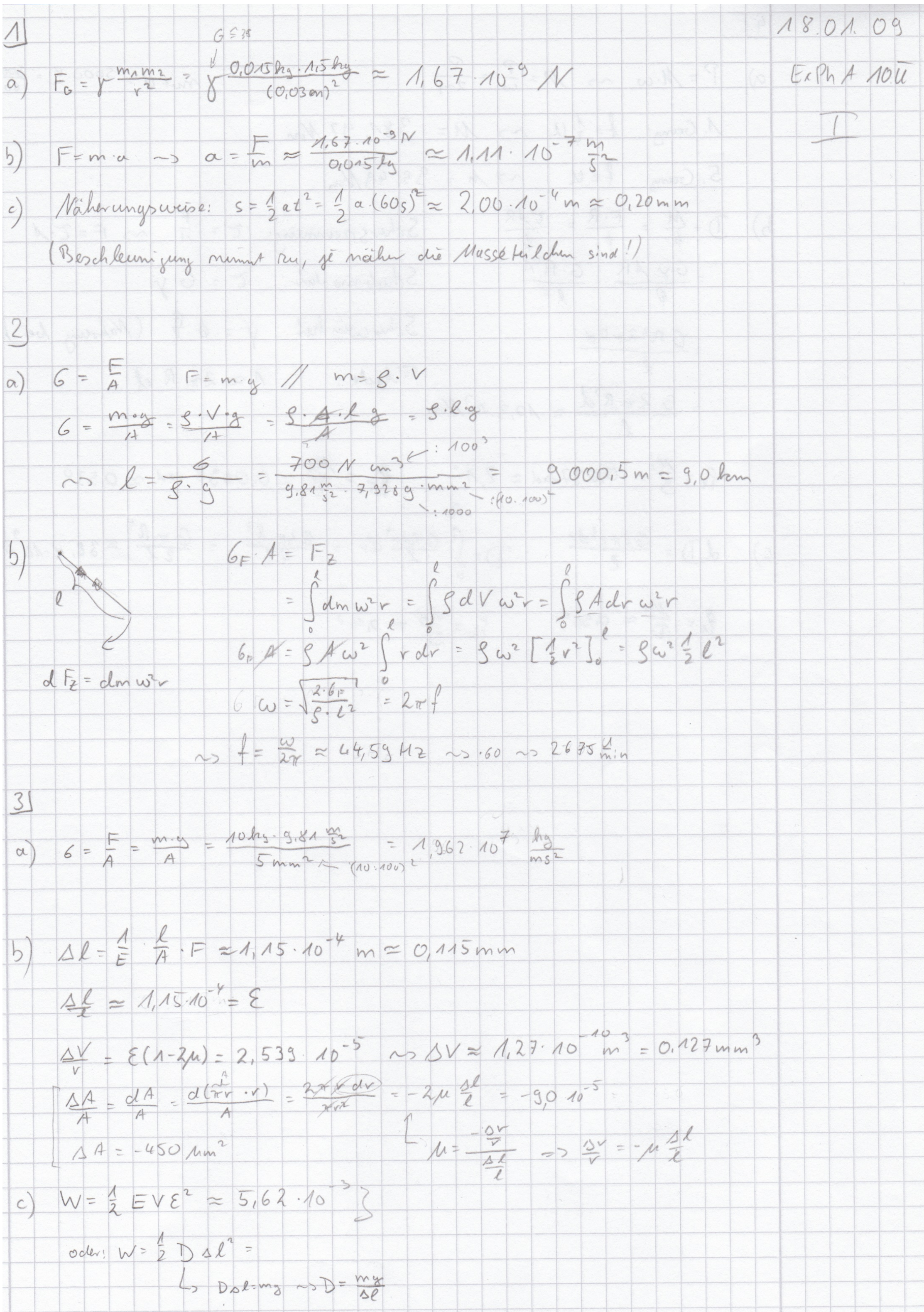
r_E, 45, r_{45}

$= \sum_i m \left(r_E^2 - \underbrace{(r_E \cos 45°)^2}_{r_E^2 \frac{1}{2}}\right)$

$= \sum_i m \frac{1}{2} r_E^2 = \frac{1}{2} \Theta_{Lkw}$

Anmerkung: Teil a) vernachlässigt Teil b)

Abbildung 0.26: Übungsblatt 9 - Seite 2



1 18.01.09 ExPhA 10Ü I

a) $F_G = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = \gamma \frac{0{,}015\,kg \cdot 1{,}5\,kg}{(0{,}03\,m)^2} \approx 1{,}67 \cdot 10^{-9}\,N$

b) $F = m \cdot a \rightsquigarrow a = \frac{F}{m} \approx \frac{1{,}67 \cdot 10^{-9}\,N}{0{,}015\,kg} \approx 1{,}11 \cdot 10^{-7}\,\frac{m}{s^2}$

c) Näherungsweise: $s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a (60s)^2 \approx 2{,}00 \cdot 10^{-4}\,m \approx 0{,}20\,mm$

(Beschleunigung nimmt zu, je näher die Masseteilchen sind!)

2

a) $\sigma = \frac{F}{A}$ $F = m \cdot g$ // $m = \rho \cdot V$

$\sigma = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot \cancel{A} \cdot l \cdot g}{\cancel{A}} = \rho \cdot l \cdot g$

$\rightsquigarrow l = \frac{\sigma}{\rho \cdot g} = \frac{700\,N\,cm^3}{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 7{,}928\,g \cdot mm^2} = 9\,000{,}5\,m = 9{,}0\,km$

$:100^3$ $:(10 \cdot 100)^2$ $:1000$

b) $\sigma_F \cdot A = F_Z$

$= \int_0^l dm\, \omega^2 r = \int_0^l \rho\, dV\, \omega^2 r = \int_0^l \rho A\, dr\, \omega^2 r$

$\sigma_F \cancel{A} = \rho \cancel{A} \omega^2 \int_0^l r\, dr = \rho \omega^2 \left[\frac{1}{2} r^2\right]_0^l = \rho \omega^2 \frac{1}{2} l^2$

l

$dF_Z = dm\, \omega^2 r$

$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma_F}{\rho \cdot l^2}} = 2\pi f$

$\rightsquigarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 44{,}59\,Hz \rightsquigarrow \cdot 60 \rightsquigarrow 2675\,\frac{1}{min}$

3

a) $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{10\,kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}{5\,mm^2} = 1{,}962 \cdot 10^7\,\frac{kg}{ms^2}$

$(10 \cdot 100)^2$

b) $\Delta l = \frac{1}{E} \frac{l}{A} \cdot F \approx 1{,}15 \cdot 10^{-4}\,m \approx 0{,}115\,mm$

$\frac{\Delta l}{l} \approx 1{,}15 \cdot 10^{-4} = \varepsilon$

$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1 - 2\mu) = 2{,}539 \cdot 10^{-5} \rightsquigarrow \Delta V \approx 1{,}27 \cdot 10^{-10}\,m^3 = 0{,}127\,mm^3$

$\frac{\Delta A}{A} = \frac{dA}{A} = \frac{d(\pi r \cdot r)}{A} = \frac{2\pi r\, dr}{\pi r^2} = -2\mu \frac{\Delta l}{l} = -9{,}0 \cdot 10^{-5}$

$\Delta A = -450\,\mu m^2$

$\mu = \frac{-\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta l}{l}} \Rightarrow \frac{\Delta r}{r} = -\mu \frac{\Delta l}{l}$

c) $W = \frac{1}{2} E V \varepsilon^2 \approx 5{,}62 \cdot 10^{-3}\,J$

oder: $W = \frac{1}{2} D \Delta l^2 =$

$\hookrightarrow D \Delta l = mg \rightsquigarrow D = \frac{mg}{\Delta l}$

Abbildung 0.27: Übungsblatt 10 - Seite 1

4

a) $P = M \cdot \omega \rightsquigarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi f}$ mit $u = 5000 \frac{U}{min} = \frac{5000}{60} \frac{U}{s}$

1. Gang: $f = \frac{1}{4} u \rightsquigarrow M = 381{,}97\,Nm$

5. Gang: $f = u \rightsquigarrow M = 95{,}49\,Nm$

b) $D = \frac{M}{\phi} = \frac{F \cdot R}{\phi} = \frac{\tau A R}{\phi}$

$= \frac{G \gamma A R}{\phi} = \frac{G \cdot R^2 A}{l}$

$= \frac{G \cdot R^2 2\pi R d}{l}$

$= \frac{G 2\pi R^3 d}{l} \approx 10{,}3 \cdot 10^3\,Nm$

Scherspannung: $\tau = \frac{F}{A} \rightsquigarrow F = \tau \cdot A$

Schubmodul: $\tau = G \cdot \gamma$

2

Scherwinkel: $\gamma = \phi \frac{R}{l}$ (Näherung bei kleinen Winkeln)

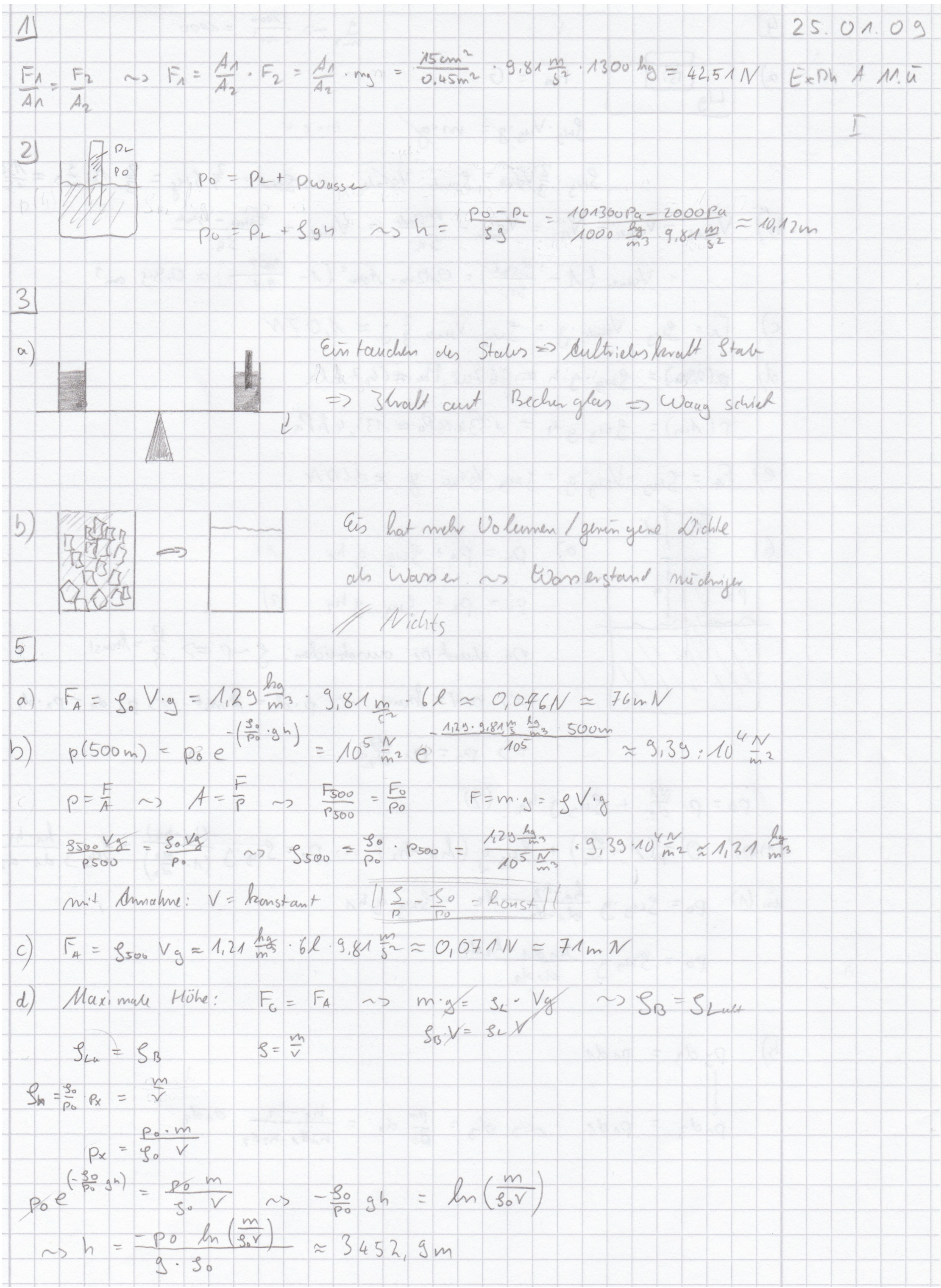
Fläche: $A \approx 2\pi R \cdot d$

$\phi_1 = \frac{M_1}{D} = 0{,}037\,rad \approx 2{,}1^\circ$ $\phi_5 = \frac{M_5}{D} \approx 0{,}0092\,rad \approx 0{,}53^\circ$

c) $dD = \frac{G 2\pi r^3 dr}{l}$ $D = \int_0^R \frac{G 2\pi r^3}{l} dr = \frac{G 2\pi R^4}{4l} = \frac{G \pi R^4}{2l} \approx 38{,}8 \cdot 10^3\,Nm$

$\phi_1 = \frac{M_1}{D} \approx 0{,}56^\circ$ $\phi_2 = \frac{M_5}{D} \approx 0{,}14^\circ$

Abbildung 0.28: Übungsblatt 10 - Seite 2



1) 25.01.09

$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightsquigarrow F_1 = \frac{A_1}{A_2} \cdot F_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot mg = \frac{15\,cm^2}{0{,}45\,m^2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 1300\,kg = 42{,}51\,N$ ExPh A 11.Ü

I

2) p_L, p_0

$p_0 = p_L + p_{Wasser}$

$p_0 = p_L + \rho g h \rightsquigarrow h = \frac{p_0 - p_L}{\rho g} = \frac{101300\,Pa - 2000\,Pa}{1000\,\frac{kg}{m^3}\; 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} \approx 10{,}12\,m$

3)

a) Eintauchen des Stabes ⇒ Auftriebskraft Stab

⇒ Kraft auf Becherglas ⇒ Waage schief

b) Eis hat mehr Volumen / geringere Dichte

als Wasser ⇝ Wasserstand niedriger

~~//~~ Nichts

5)

a) $F_A = \rho_0 V \cdot g = 1{,}29\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 6\,l \approx 0{,}076\,N \approx 76\,mN$

b) $p(500\,m) = p_0\, e^{-\left(\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g h\right)} = 10^5\,\frac{N}{m^2}\, e^{-\frac{1{,}29 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s} \frac{kg}{m^3}\; 500\,m}{10^5}} \approx 9{,}39 \cdot 10^4\,\frac{N}{m^2}$

$p = \frac{F}{A} \rightsquigarrow A = \frac{F}{p} \rightsquigarrow \frac{F_{500}}{p_{500}} = \frac{F_0}{p_0}$ $\quad F = m \cdot g = \rho V \cdot g$

$\frac{\rho_{500} Vg}{p_{500}} = \frac{\rho_0 Vg}{p_0} \rightsquigarrow \rho_{500} = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p_{500} = \frac{1{,}29\,\frac{kg}{m^3}}{10^5\,\frac{N}{m^3}} \cdot 9{,}39 \cdot 10^4\,\frac{N}{m^2} \approx 1{,}21\,\frac{kg}{m^3}$

mit Annahme: V = konstant $\quad || \frac{\rho}{p} = \frac{\rho_0}{p_0} = konst ||$

c) $F_A = \rho_{500} V g = 1{,}21\,\frac{kg}{m^3} \cdot 6\,l \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \approx 0{,}071\,N = 71\,mN$

d) Maximale Höhe: $F_G = F_A \rightsquigarrow m \cdot \cancel{g} = \rho_L \cdot V\cancel{g} \rightsquigarrow \rho_B = \rho_{Luft}$

$\rho_B \cdot \cancel{V} = \rho_L \cancel{V}$

$\rho_{Lu} = \rho_B \qquad \rho = \frac{m}{V}$

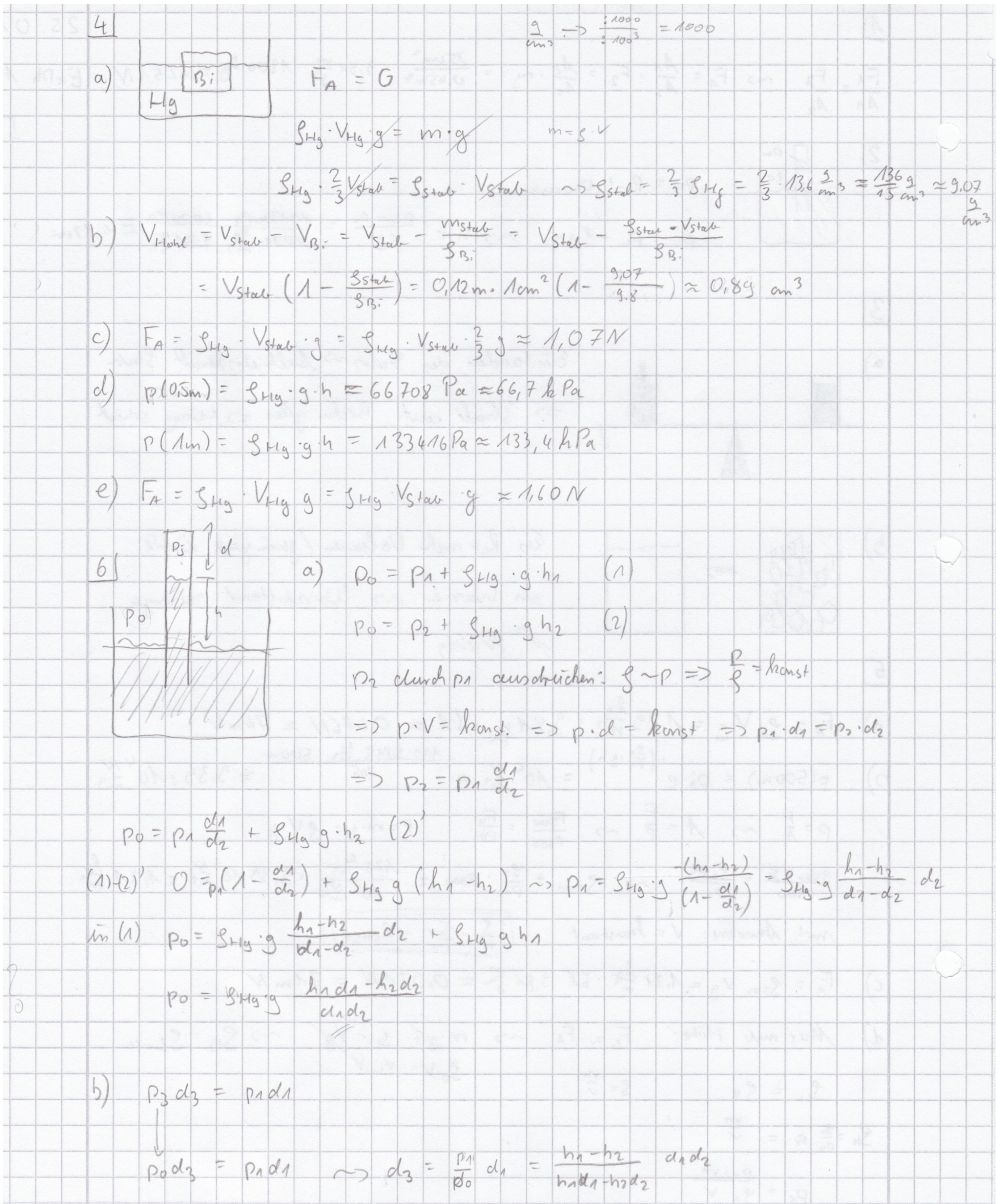
$\rho_h = \frac{\rho_0}{p_0}\, p_x = \frac{m}{V}$

$p_x = \frac{p_0 \cdot m}{\rho_0\, V}$

$\cancel{p_0}\, e^{\left(-\frac{\rho_0}{p_0} g h\right)} = \frac{\cancel{p_0}\, m}{\rho_0\, V} \rightsquigarrow -\frac{\rho_0}{p_0} g h = \ln\left(\frac{m}{\rho_0 V}\right)$

$\rightsquigarrow h = \frac{-p_0 \ln\left(\frac{m}{\rho_0 V}\right)}{g \cdot \rho_0} \approx 3452{,}9\,m$

Abbildung 0.29: Übungsblatt 11 - Seite 1



4

$\frac{g}{cm^3} \to \frac{:1000}{:100^3} = 1000$

a) Hg Bi

$F_A = G$

$\rho_{Hg} \cdot V_{Hg} \cdot \cancel{g} = m \cdot \cancel{g}$ $\qquad m = \rho \cdot V$

$\rho_{Hg} \cdot \frac{2}{3} \cancel{V_{Stab}} = \rho_{Stab} \cdot \cancel{V_{Stab}} \rightsquigarrow \rho_{Stab} = \frac{2}{3} \rho_{Hg} = \frac{2}{3} \cdot 13{,}6 \frac{g}{cm^3} = \frac{136}{15} \frac{g}{cm^3} \approx 9{,}07 \frac{g}{cm^3}$

b) $V_{Hohl} = V_{Stab} - V_{Bi} = V_{Stab} - \frac{m_{Stab}}{\rho_{Bi}} = V_{Stab} - \frac{\rho_{Stab} \cdot V_{Stab}}{\rho_{Bi}}$

$= V_{Stab} \left(1 - \frac{\rho_{Stab}}{\rho_{Bi}}\right) = 0{,}12\,m \cdot 1\,cm^2 \left(1 - \frac{9{,}07}{9{,}8}\right) \approx 0{,}89\ cm^3$

c) $F_A = \rho_{Hg} \cdot V_{Stab} \cdot g = \rho_{Hg} \cdot V_{Stab} \cdot \frac{2}{3} g \approx 1{,}07\,N$

d) $p(0{,}5m) = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h \approx 66708\ Pa \approx 66{,}7\ kPa$

$p(1m) = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h = 133416\,Pa \approx 133{,}4\,kPa$

e) $F_A = \rho_{Hg} \cdot V_{Hg}\, g = \rho_{Hg}\, V_{Stab} \cdot g \approx 1{,}60\,N$

6

p_3, d, h, p_0

a) $p_0 = p_1 + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h_1 \quad (1)$

$p_0 = p_2 + \rho_{Hg} \cdot g\, h_2 \quad (2)$

p_2 durch p_1 ausdrücken: $\rho \sim p \Rightarrow \frac{p}{\rho} = konst$

$\Rightarrow p \cdot V = konst. \Rightarrow p \cdot d = konst \Rightarrow p_1 \cdot d_1 = p_2 \cdot d_2$

$\Rightarrow p_2 = p_1 \frac{d_1}{d_2}$

$p_0 = p_1 \frac{d_1}{d_2} + \rho_{Hg}\, g \cdot h_2 \quad (2)'$

$(1)-(2)' \quad 0 = p_1\left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right) + \rho_{Hg}\, g\, (h_1 - h_2) \rightsquigarrow p_1 = \rho_{Hg} \cdot g \frac{-(h_1 - h_2)}{\left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right)} = \rho_{Hg} \cdot g \frac{h_1 - h_2}{d_1 - d_2} d_2$

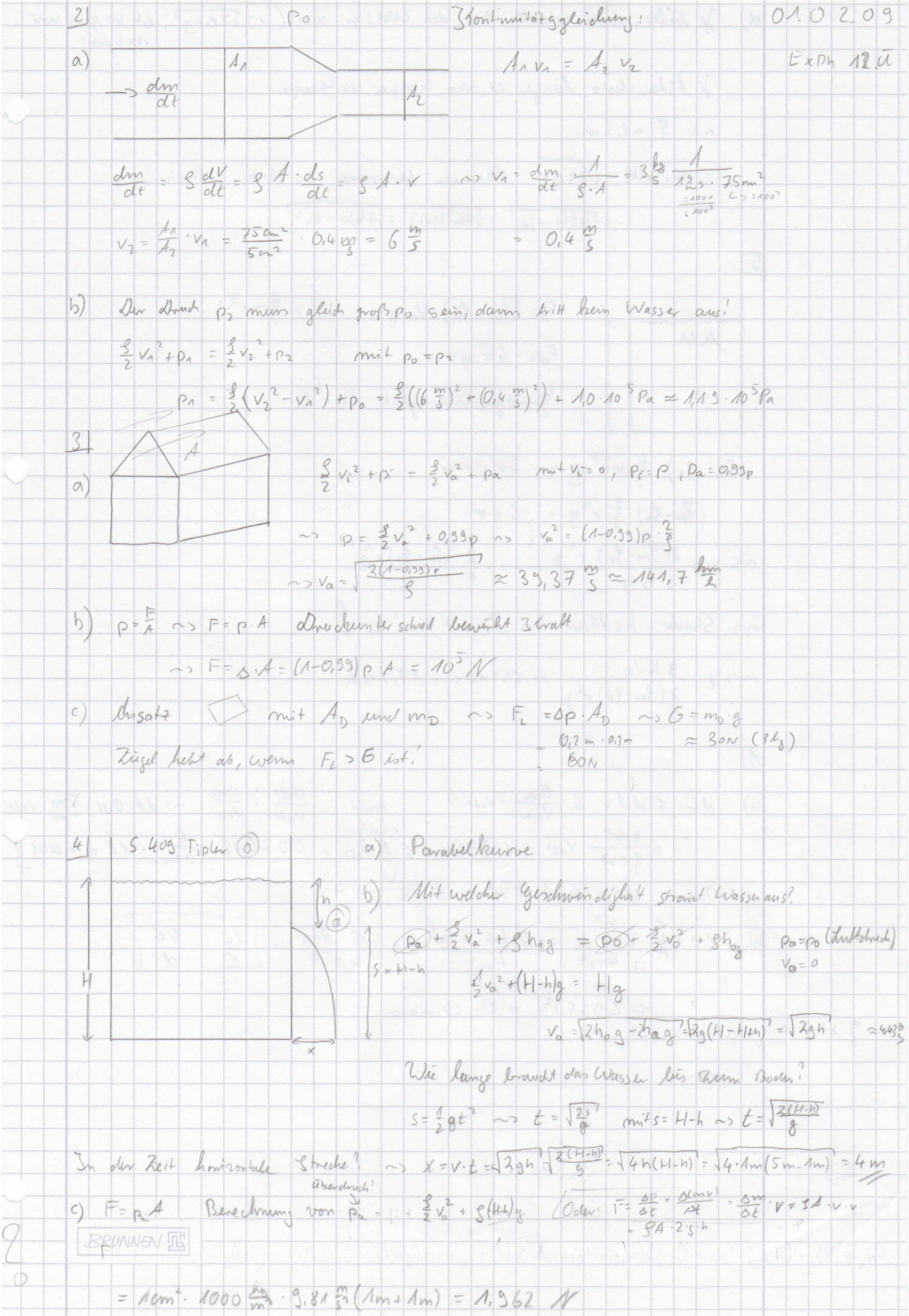
in (1) $\quad p_0 = \rho_{Hg} \cdot g \frac{h_1 - h_2}{d_1 - d_2} d_2 + \rho_{Hg}\, g\, h_1$

$p_0 = \rho_{Hg} \cdot g \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{d_1 d_2}$

b) $p_3 d_3 = p_1 d_1$

$p_0 d_3 = p_1 d_1 \rightsquigarrow d_3 = \frac{p_1}{p_0} d_1 = \frac{h_1 - h_2}{h_1 d_1 - h_2 d_2} d_1 d_2$

Abbildung 0.30: Übungsblatt 11 - Seite 2



2) p_0 Kontinuitätsgleichung: 01.02.09

ExPh 12.Ü

a) $\frac{dm}{dt}$ A_1 A_2

$A_1 v_1 = A_2 v_2$

$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho A \cdot \frac{ds}{dt} = \rho A \cdot v \quad \rightsquigarrow v_1 = \frac{dm}{dt} \cdot \frac{1}{\rho \cdot A} = 3 \frac{kg}{s} \frac{1}{1 \frac{g}{cm^3} \cdot 75 cm^2}$

$:1000$ $\hookrightarrow :100^2$

$:100^3$

$v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1 = \frac{75 cm^2}{5 cm^2} \cdot 0{,}4 \frac{m}{s} = 6 \frac{m}{s} \qquad = 0{,}4 \frac{m}{s}$

b) Der Druck p_2 muss gleich groß p_0 sein, dann tritt kein Wasser aus!

$\frac{\rho}{2} v_1^2 + p_1 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + p_2 \qquad$ mit $p_0 = p_2$

$p_1 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + p_0 = \frac{\rho}{2}\left((6 \frac{m}{s})^2 + (0{,}4 \frac{m}{s})^2\right) + 1{,}0 \cdot 10^5 Pa \approx 1{,}19 \cdot 10^5 Pa$

3) A

a) $\frac{\rho}{2} v_i^2 + p_i = \frac{\rho}{2} v_a^2 + p_a \qquad$ mit $v_i = 0$, $p_i = p$, $p_a = 0{,}99 p$

$\rightsquigarrow p = \frac{\rho}{2} v_a^2 + 0{,}99 p \rightsquigarrow v_a^2 = (1-0{,}99) p \cdot \frac{2}{\rho}$

$\rightsquigarrow v_a = \sqrt{\frac{2(1-0{,}99)p}{\rho}} \approx 39{,}37 \frac{m}{s} \approx 141{,}7 \frac{km}{h}$

b) $p = \frac{F}{A} \rightsquigarrow F = p \cdot A$ Druckunterschied bewirkt Kraft

$\rightsquigarrow F = \Delta p \cdot A = (1-0{,}99) p \cdot A = 10^5 N$

c) Ansatz mit A_D und m_D $\rightsquigarrow F_L = \Delta p \cdot A_D \rightsquigarrow G = m_D \cdot g$

$= 0{,}2 m \cdot 0{,}3 m \qquad \approx 30 N \; (3 kg)$

Ziegel hebt ab, wenn $F_L > G$ ist! $\qquad = 60 N$

4) S. 409 Tipler

H h x

a) Parabelkurve

b) Mit welcher Geschwindigkeit strömt Wasser aus?

$p_a + \frac{\rho}{2} v_a^2 + \rho h_a g = p_0 + \frac{\rho}{2} v_0^2 + \rho h_0 g \qquad p_a = p_0$ (Luftdruck)

$s = H - h \qquad v_0 = 0$

$\frac{1}{2} v_a^2 + (H-h) g = H g$

$v_a = \sqrt{2 h_0 g - 2 h_a g} = \sqrt{2g(H - H + h)} = \sqrt{2gh} \qquad \approx 4{,}43 \frac{m}{s}$

Wie lange braucht das Wasser bis zum Boden?

$s = \frac{1}{2} g t^2 \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad$ mit $s = H - h \rightsquigarrow t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$

In der Zeit horizontale Strecke? $\rightsquigarrow x = v \cdot t = \sqrt{2gh} \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{4h(H-h)} = \sqrt{4 \cdot 1m (5m - 1m)} = 4 m$

c) $F = p_a A$ Berechnung von p_a = $p + \frac{\rho}{2} v_a^2 + \rho (H-h) g$ (Überdruck!) (Oder: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v = \rho A \cdot v \cdot v$ $= \rho A \cdot 2 \cdot g \cdot h$)

BRUNNEN

$= 1 cm^2 \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} (1m + 1m) = 1{,}962 N$

Abbildung 0.31: Übungsblatt 12 - Seite 1

d) Je tiefer, desto schneller tritt das Wasser aus ($v = \sqrt{2\Delta h g}$, Δh so groß wie möglich)

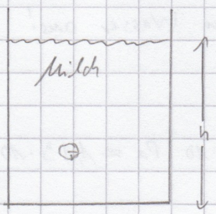
Je höher, desto länger ist das Wasser unterwegs.

~> $\frac{H}{2} = 2{,}5\,m$

Oder: $x(h) = \sqrt{4 s \Delta h}$ Maximum bestimmen $s = H - h$, $\Delta h = h$

$$= \sqrt{4(H-h)h} = \sqrt{4h(H-h)} = \sqrt{4hH - 4h^2}$$

5



$F_A = (\rho_M - \rho_F) \cdot V_T \cdot g$ $\quad V_T = \frac{4}{3}\pi r^3$

$F_R = -6\pi \eta r \cdot v$

Grenzgeschwindigkeit: $F_R \overset{!}{=} F_A$

$$(\rho_M - \rho_F) \cdot \frac{4}{3}\pi r^{\cancel{3}\,2} \cdot g = -6\cancel{\pi}\eta \cancel{r} \cdot v$$

$$(\rho_M - \rho_F)\, \frac{2}{3} r^2 g = -3 \eta v$$

~> $v = \frac{2(\rho_M - \rho_F) \cdot r^2 \cdot g}{-3 \cdot 3\eta} = -\frac{2}{9}\frac{(\rho_M - \rho_F) r^2 g}{\eta}$

~> Strecke: $h = 10\,cm$ ~> $h = v \cdot t$ ~> $t = \frac{h}{v}$

~> $t = -\frac{9 h \cdot \eta}{2(\rho_M - \rho_F) r^2 g} \approx 63710\,s \approx 17{,}70\,h$

1

a) $dE = \sigma \cdot dA = \sigma \frac{O_{neu}}{V_{neu}} \cdot V_{alt}$ mit $\frac{O_{alt}}{V_{alt}} \overset{!}{=} \frac{O_{neu}}{V_{neu}}$ ~> $dA = O_{alt} = \frac{O_{neu}}{V_{neu}} \cdot V_{alt}$

$$= \sigma \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} V_{alt} = \sigma \frac{3}{r} V_{alt} \overset{2r = d}{=} \sigma \cdot \frac{6}{d} V_{alt} = 0{,}0741\frac{N}{m} \cdot \frac{6}{0{,}1\,mm} \cdot 1\,l = 4{,}446\,J$$

Oder: $dE = \sigma \cdot N \cdot 4\pi r^2 = \sigma \cdot \frac{V}{\frac{4}{3}\pi r^3} \cdot 4\pi r^2$

b) $\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{\frac{dW}{dr}}{4\pi r^2} = \frac{\frac{d}{dr}(\sigma \cdot 4\pi r^2)}{4\pi r^2} = \frac{\sigma\, 8\pi r}{4\pi r^2} = \boxed{\frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d}}$

$$\approx 2.964\,Pa = 29{,}64\,mbar$$

Abbildung 0.32: Übungsblatt 12 - Seite 2

07.02.09

ExPh A 13.

I

1

a) $F(v) = c_w \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A + G\cdot\mu$

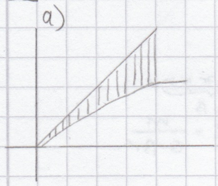
$c_w \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A = G\mu \rightsquigarrow v = \sqrt{\frac{2G\mu}{c_w \cdot \rho \cdot A}} \approx 15{,}83\,\frac{m}{s} \approx 56{,}97\,\frac{km}{h}$

b) $P = \frac{W}{t} = \frac{F\cdot s}{t} = F\cdot v = v\left(c_w \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A + G\cdot\mu\right) \approx 22863\,W$

c) $W = F\cdot s = \left(c_w \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \cdot A + G\mu\right)\cdot s \rightsquigarrow \cdot 1000\,m \cdot 100$ (auf 100km) $: 3600$ (Wh)

2 siehe Rückseite

a)



steigt immer langsamer, bis v_{max}!

b) $F = m\cdot a \rightsquigarrow v = a\cdot t \quad a = g$

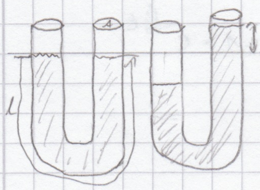
$F = -6\pi\eta v r \rightsquigarrow F = m\cdot a \rightsquigarrow v = a\,t \rightsquigarrow a \neq$ konst

$v(t) = gt - at = gt - \frac{6\pi\eta r}{m}\cdot v(t)\cdot t$

$\rightsquigarrow v(t)\left(1 + \frac{6\pi\eta r}{m}t\right) = gt$

$\rightsquigarrow v(t) = \frac{gt}{1 + \frac{6\pi\eta r t}{m}}$

3



a) Ja, da Rückstellkraft prop zur Auslenkung

b) $F_r(h) = m\cdot g = \rho V g = \rho A\cdot h\cdot g\cdot 2 = 2\rho A g h$

c) $m\cdot a + F_R = 0$ mit $a = \ddot{h}$, $m = \rho\cdot V = \rho\cdot A\cdot l$

$\cancel{\rho A} l\cdot\ddot{h} + \cancel{\rho A} g 2h = 0 \rightsquigarrow l\ddot{h} + 2gh = 0$

$\rightsquigarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{2\rho A g}{\rho\cdot A\cdot l}} = \sqrt{\frac{2g}{l}} \approx 4{,}43\,\frac{1}{s}$

$\rightsquigarrow \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \rightsquigarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 1{,}42\,s$

$h(t=0) = h_0: \rightsquigarrow h(t) = \overset{h_0\cos(\ldots)}{\cos(\omega t)} \rightsquigarrow -l\omega^2\cos(\omega t) + 2g\cos(\omega t) = \left(-\frac{D}{m}l + 2g\right)\cos(\omega t) = \left(-\frac{2g}{l}\cdot l + 2g\right)\cos(\omega t) = 0$

$h(t=0) = 0: \rightsquigarrow h(t) = \sin(\omega t) \rightsquigarrow -l\omega^2\sin(\omega t) + 2g\sin(\omega t) = \left(-\frac{D}{m}l + 2g\right)\sin(\omega t) = \left(-\frac{2g}{l}\cdot l + 2g\right)\sin(\omega t) = 0$

$\rightsquigarrow$ nicht gefragt! Ansatz $h(t) = c_1\cdot\sin(\omega t) + c_2\cos(\omega t)$

4

a) $M = r\cdot F_R = -r\cdot D\cdot s \qquad \Theta = \frac{3}{2}mr^2 \qquad \dot{\omega} = \frac{a}{r}$

$\Theta\dot{\omega} = -r\cdot D\cdot s \rightsquigarrow \frac{3}{2}mr^2\cdot\frac{a}{r} = -rDs \rightsquigarrow \frac{3}{2}m\cdot a = -D\cdot s \rightsquigarrow \frac{3}{2}m\cdot\ddot{s} + Ds = 0$

$\rightsquigarrow \ddot{s} + \frac{2}{3}\frac{D}{m}s = 0$

b) $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{D}{m}} \rightsquigarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\frac{m}{D}}$

c) ohne Rotation: $\ddot{s} + \frac{D}{m}s = 0$, $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Abbildung 0.33: Übungsblatt 13 - Seite 1

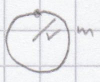
5

a) $M = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha \qquad M = \Theta \dot{\omega}$

$\rightsquigarrow m \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha = -\Theta \dot{\omega}$ für kleine Auslenkungen $\sin\alpha \approx \alpha$

$\rightsquigarrow \underbrace{m \cdot g \cdot l}_{D} \cdot \alpha + \underbrace{\Theta}_{m} \ddot{\alpha} = 0$

b) Es muss gelten $\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l}{\Theta}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \rightsquigarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mgl}}$

c) 

$\omega = 2\pi f \rightsquigarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \Theta = \Theta_S + m r_0^2 = m r_0^2 + m r_0^2 = 2 m r_0^2$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r}{\Theta}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r}{2 m r_0^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{2r}}$

2

$F_R = 6\pi\eta r v \qquad F = G - F_R \rightsquigarrow ma = G - F_R \rightsquigarrow ma = G - \underbrace{6\pi\eta r}_{\beta} v$

$\rightsquigarrow m \cdot \dot{v} = G - \beta v \rightsquigarrow m \frac{dv}{dt} = G - \beta v \rightsquigarrow \frac{dv}{dt} = \frac{G - \beta v}{m} \rightsquigarrow \frac{dt}{dv} = \frac{m}{G - \beta v}$

$\rightsquigarrow dt = m \cdot \frac{dv}{G - \beta v} \rightsquigarrow \int_0^T dt' = m \int_0^v \frac{dv'}{G - \beta v'}$

$\rightsquigarrow t = -\frac{m}{\beta} \int_0^v \frac{dv'}{v' - \frac{G}{\beta}} = -\frac{m}{\beta} \left[\ln\left(v' - \frac{G}{\beta}\right) \right]_0^v = -\frac{m}{\beta} \left[\ln\left(v - \frac{G}{\beta}\right) - \ln\left(-\frac{G}{\beta}\right) \right]$

$t = -\frac{m}{\beta} \left[\ln\left(\frac{v - \frac{G}{\beta}}{-\frac{G}{\beta}} \right) \right] = -\frac{m}{\beta} \ln\left(-\frac{\beta}{G} v + 1\right)$

$-\frac{\beta}{m} t = \ln\left(-\frac{\beta}{G} v + 1\right) \rightsquigarrow e^{-\frac{\beta}{m} t} = -\frac{\beta}{G} v + 1 \rightsquigarrow +\frac{\beta}{G} v = +1 - e^{-\frac{\beta}{m} t}$

$v(t) = \frac{G}{\beta}\left(1 - e^{-\frac{\beta}{m} t}\right) = v_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Abbildung 0.34: Übungsblatt 13 - Seite 2

Übungen zur Experimentalphysik A **WS 2008/2009**

Prof. Dr. Th. Schimmel

Lösungen zum 14. Übungsblatt

Aufgabe 1:

a) $ma = F_{Feder} + F_{Stokes} \;\Rightarrow\; m\ddot{x} + 6\pi\eta R\dot{x} + Dx = 0$

$$\Rightarrow\; \ddot{x} + \frac{6\pi\eta R}{m}\dot{x} + \frac{D}{m}x = 0 \text{ bzw. } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \text{ wobei } \delta = \frac{3\pi\eta R}{m},\; \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Lösung nach Vorlesung: $x(t) = x_0\, e^{-\delta t} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\; t + \varphi_0\right)$

$$A(t) = x_0\, e^{-\delta t} \stackrel{!}{=} \frac{x_0}{2} \;\Rightarrow\; e^{-\delta t} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; t = \frac{1}{\delta}\ln 2 \;\Rightarrow\; t = \frac{m}{3\pi\eta R}\ln 2 = 12{,}3\,\text{s}$$

b) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$

$$\frac{A(t+T)}{A(t)} = e^{-\delta T} = e^{-\delta \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}}} = e^{-\frac{3\pi\eta R}{m}\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{m}-\left(\frac{3\pi\eta R}{m}\right)^2}}} = e^{-\frac{6\pi^2\eta R}{\sqrt{Dm-(3\pi\eta R)^2}}} = 0{,}965 = 97\%$$

Aufgabe 2:

a) $F_{max} = Ds = ma_{max} \;\Rightarrow\; D = \dfrac{ma_{max}}{s}$

$$f = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a_{max}}{s}} = 3{,}90\text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{s}{a_{max}}} = 0{,}257\text{ s}$$

b) $\langle E_{kin}\rangle = \dfrac{m}{2}\langle \dot{x}^2\rangle = \dfrac{m}{2}\left\langle\left(\dfrac{d}{dt}\left(s\sin(\omega_0 t + \varphi)\right)\right)^2\right\rangle = \dfrac{m}{2}s^2\omega_0^2\left\langle\cos^2(\omega_0 t + \varphi)\right\rangle$

$$= \frac{m}{2}s^2\omega_0^2\frac{1}{2} = \frac{m}{4}s^2\frac{a_{max}}{s} = \frac{m}{4}s\,a_{max} = 1{,}20\text{ J}$$

c) $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0 x = 0 \;\Rightarrow\;$ nach Vorlesung: $x(t) = x_0\, e^{-\delta t}\sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\; t + \varphi\right)$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \xi\omega_0$ mit $\xi = 0{,}9 \;\Rightarrow\; \delta = \sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\xi\omega_0}$$

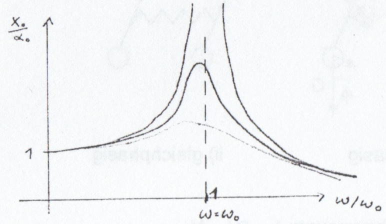
$$\frac{A(t+T')}{A(t)} = e^{-\delta T'} = e^{-\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0\cdot\frac{2\pi}{\xi\omega_0}} = e^{-\frac{2\pi}{\xi}\sqrt{1-\xi^2}} = 4{,}77\cdot 10^{-2}$$

$$\frac{E(t+T')}{E(t)} = \left(\frac{A(t+T')}{A(t)}\right)^2 = e^{-\frac{4\pi}{\xi}\sqrt{1-\xi^2}} = 2{,}27\cdot 10^{-3}$$

Aufgabe 3:

a) $m\ddot{x} + \beta\dot{x} + Dx = F_{max}\sin(\omega t)$

b)



c) BGL $\Rightarrow$ nach Vorlesung: $x(t) = x_0\sin(\omega t - \varphi)$

$$\text{mit } x_0 = \alpha_0\frac{\omega_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + (2\delta\omega)^2}} \text{ wobei } \alpha_0 = \frac{F_{max}}{D},\; \omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}},\; \delta = \frac{\beta}{2m}$$

$$\frac{dx_0}{d\omega} = -\alpha_0\frac{\omega_0}{2\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2 + (2\delta\omega)^2}^{\,3}}\cdot\left[2\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)(-2\omega) + 2(2\delta)^2\omega\right] = 0$$

$$\Rightarrow\; [\ldots] = 0 \;\Rightarrow\; \omega^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2 \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{\beta^2}{2m^2}} = 14{,}1\,\frac{1}{s}$$

Abbildung 0.35: Übungsblatt 14 - Seite 1

Aufgabe 4:

$$A\cos(\omega_1 t)+A\cos(\omega_2 t)=2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

Da die Schwebungsdauer halb so groß wie die Periode des die Differenzfrequenz enthaltenden Kosinus ist, folgt:

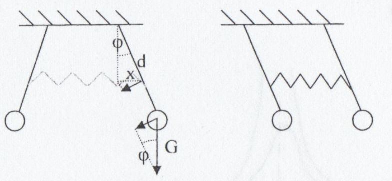
$$\frac{\omega_1-\omega_2}{2}=\frac{2\pi}{2T_S}=\frac{\omega_S}{2}\ \Rightarrow\ \frac{\nu_1-\nu_2}{2}=\frac{1}{2T_S}=0{,}1\,\text{Hz}\ (1)$$

$$\frac{\nu_1+\nu_2}{2}=\nu=500\,\text{Hz}\ (2)$$

(1)+(2): $\nu_1=\nu+\dfrac{1}{2T_S}=500{,}1\,\text{Hz}$; aus (2) $\nu_2=2\nu-\nu_1=\nu-\dfrac{1}{2T_S}=499{,}9\,\text{Hz}$

Aufgabe 5:

a)



i) gegenphasig ii) gleichphasig

b) Betrachte Drehbewegung: $\dot{L}=\Theta\dot{\omega}=M$

i) $m\ell^2\ddot{\varphi}+\ell\cdot G\sin\varphi+d\cdot D2x\cos\varphi=0$; wobei $x=d\sin\varphi$

kleine Winkel: $\Rightarrow \sin\varphi\approx\varphi$ und $\cos\varphi\approx 1$

$$\Rightarrow\ m\ell^2\ddot{\varphi}+\ell\cdot mg\varphi+d\cdot D2d\,\varphi=0$$

$$\Rightarrow\ \ddot{\varphi}+\left(\frac{g}{\ell}+\frac{2Dd^2}{m\ell^2}\right)\varphi=0\ \Rightarrow\ \omega_1=\sqrt{\frac{g}{\ell}+\frac{2Dd^2}{m\ell^2}}$$

ii) $m\ell^2\ddot{\varphi}+\ell mg\varphi=0\ \Rightarrow\ \ddot{\varphi}+\dfrac{g}{\ell}\varphi=0\ \Rightarrow\ \omega_2=\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

c) $\dfrac{\omega_1-\omega_2}{2}=\dfrac{2\pi}{2T_S}$ und $\dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}=\dfrac{2\pi}{T}$

$$T_S=\frac{2\pi}{\omega_1-\omega_2}\overset{!}{=}10T=10\cdot\frac{4\pi}{\omega_1+\omega_2}\ \Rightarrow\ 20(\omega_1-\omega_2)=\omega_1+\omega_2\ \Rightarrow\ \omega_1=\frac{21}{19}\omega_2$$

$$\Rightarrow\ \frac{\omega_1}{\omega_2}=\sqrt{\frac{\frac{g}{\ell}+\frac{2Dd^2}{m\ell^2}}{\frac{g}{\ell}}}=\sqrt{1+\frac{2Dd^2}{mg\ell}}=\frac{21}{19}\ \Rightarrow\ d=\sqrt{\frac{mg\ell}{2D}\left(\left(\frac{21}{19}\right)^2-1\right)}=18{,}7\,\text{cm}$$

Aufgabe 6:

$$c=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu\ \Rightarrow\ c_{Hg}=1410\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

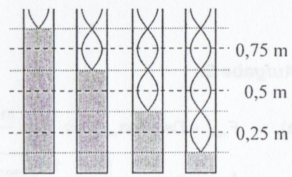
$$\lambda=\frac{c_{Luft}}{\nu}\ \Rightarrow\ \lambda_{Luft}=1{,}30\,\text{m}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\ \Rightarrow\ k_{Hg}=1{,}17\,\frac{1}{\text{m}}\ \text{bzw.}\ k_{Luft}=4{,}84\,\frac{1}{\text{m}}$$

Aufgabe 7:

a) $c=\lambda\nu\Rightarrow\lambda=\dfrac{c}{\nu}=0{,}5\,\text{m}$

b) Offenes Ende des halboffenen Glasrohrs: Bewegungsbauch; geschlossenes Ende: Bewegungsknoten (hinsichtlich der Druckschwankungen verhält es sich genau umgekehrt: max. Amplitude am geschlossenen Ende)



$$\ell-h=\frac{\lambda}{4}+n\frac{\lambda}{2}=(2n+1)\frac{\lambda}{4};\ n=1,2,3,\ldots$$

$$h=\ell-(2n+1)\frac{\lambda}{4}\qquad h=0{,}875\,\text{m};\ 0{,}625\,\text{m};\ 0{,}375\,\text{m};\ 0{,}125\,\text{m}.$$

Abbildung 0.36: Übungsblatt 14 - Seite 2

Abbildungsverzeichnis