

## 14. Übungsblatt

### Schwingungen und Wellen

Es empfiehlt sich, zuerst allgemein zu rechnen und erst in die Endformeln Zahlenwerte einzusetzen

1. Eine Kugel mit dem Radius  $R$  und der Masse  $m$  bewegt sich im Wasser unter dem Einfluss einer Feder mit der Federkonstanten  $D$  und der Stokesschen Reibungskraft.
  - a) Nach welcher Zeit hat die Schwingungsamplitude auf die Hälfte abgenommen?
  - b) Wie groß ist das Verhältnis der Amplituden zweier aufeinander folgender Schwingungen?

Zahlenwerte:  $R = 0,3 \text{ cm}$ ;  $m = 0,5 \text{ g}$ ;  $D = 0,05 \text{ N/m}$ ;  $\eta_{\text{Wasser}} = 0,001 \text{ Ns/m}^2$ .

Ergebnis: a)  $t = 12,3 \text{ s}$ ; b)  $A_{n+1}/A_n = 0,97$ .

2. Ein Gegenstand der Masse  $m$  schwinde an der horizontalen Feder mit der Amplitude  $s$ . Die größte Beschleunigung betrage  $a$ .
  - a) Wie groß ist die Schwingungsfrequenz und Schwingungsdauer?
  - b) Wie groß ist der zeitliche Mittelwert der kinetischen Energie?
  - c) Durch den Einfluss der Dämpfung verringert sich die Schwingungsfrequenz um 10 %. Um welchen Faktor verringern sich die Amplitude und Energie pro Periode beim jetzt gedämpften System?

Zahlenbeispiel:  $m = 5 \text{ kg}$ ;  $s = 4 \text{ cm}$ ;  $a = 24 \text{ m/s}^2$ .

Ergebnisse: a)  $f = 3,9 \text{ Hz}$ ;  $T = 0,26 \text{ s}$ ; b)  $\langle E_{\text{kin}} \rangle = 1,2 \text{ J}$ ; c)  $A_{n+1}/A_n = 0,048$ ;  $E_{n+1}/E_n = 2,3 \cdot 10^{-3}$ .

3. Erzwungene Schwingung  
Ein Gegenstand der Masse  $m$  schwinde an einer Feder der Federkonstanten  $D$ . Die Dämpfungskonstante sei  $\beta$ . Auf das System wirke eine sinusförmige antreibende Kraft, deren höchster Wert  $F_{\text{max}}$  betrage und deren Kreisfrequenz  $\omega$  sei.
  - a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für das System auf.
  - b) Skizzieren Sie die Schwingungsamplitude als Funktion der Anregungsfrequenz für verschiedene Dämpfungen.
  - c) Welche Resonanzfrequenz hat das System? Leiten Sie einen Ausdruck für die Resonanzfrequenz aus der Lösung der in a) gefundenen Differentialgleichung ab.

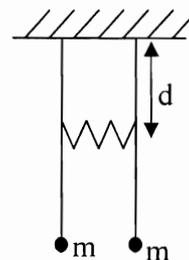
Zahlenbeispiel:  $m = 2 \text{ kg}$ ;  $D = 400 \text{ N/m}$ ;  $\beta = 2 \text{ kg/s}$ .

Ergebnis: c)  $\omega = 14,1 \text{ s}^{-1}$ .

4. Durch Überlagerung von Einzelschwingungen gleicher Amplitude soll eine Frequenz von 500 Hz mit einer Schwebung erzeugt werden. Welche Frequenz müssen die Einzelschwingungen haben, damit die Schwebungsdauer  $T_s = 5$  s beträgt?

Ergebnis:  $v_1 = 499,9$  Hz;  $v_2 = 500,1$  Hz.

5. Betrachtet werden sollen zwei mathematische Pendel, bestehend aus jeweils einer an einer masselosen Stange der Länge  $l$  aufgehängten Masse  $m$ . Die Pendel seien im Abstand  $d$  von ihren Aufhängungspunkten durch eine Feder der Federkonstante  $D$  gekoppelt. Die entspannte Feder habe die Länge des Abstandes der Aufhängungspunkte der beiden Pendel.



- Welche Normalschwingungen (=Eigenschwingungen) zeigt das System?
- Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und bestimmen Sie daraus die Eigenfrequenzen der Normalschwingungen als Funktion von  $d$ . Die Auslenkungen der Pendel aus Ihrer Gleichgewichtslage können dabei als klein angenommen werden.
- Für schwache Kopplungen unterscheiden sich die Eigenfrequenzen nur gering und man beobachtet eine Schwebung. Auf welcher Höhe ist die Kopplungsfeder zu befestigen, wenn jedes der Pendel innerhalb der Periode der Schwebung genau zehn Oszillationen ausführen soll?

Zahlenbeispiel:  $m=400$  g,  $l=40$  cm,  $D=5$  N/m.

Ergebnis: c)  $d = 18,7$  cm.

6. Berechnen Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schall in Quecksilber, wenn in Quecksilber der Ton  $c'$  die Wellenlänge  $\lambda$  besitzt. Welche Wellenlänge hat die Schallwelle dieses Tones an Luft? Wie groß ist die Wellenzahl  $k$  in den beiden Medien?

Zahlenwerte:  $v = 262$  Hz;  $\lambda = 5,38$  m;  $c_{\text{Schall,Luft}} = 340$  m/s.

Ergebnisse:  $c_{\text{Schall,Hg}} = 1410$  m/s;  $\lambda_{\text{Luft}} = 1,30$  m;  $k_{\text{Luft}} = 4,84$  m<sup>-1</sup>;  $k_{\text{Hg}} = 1,17$  m<sup>-1</sup>.

7. Ein halbseitig offenes Glasrohr der Länge  $l = 1$  m lässt sich auf beliebige Höhe  $h$  mit Wasser füllen. Eine Stimmgabel der Frequenz  $v = 680$  Hz werde über das offene Rohrende gehalten.

- Wie groß ist die Wellenlänge der von der Stimmgabel erzeugten Schallwelle?
- Bei welchen Füllhöhen tritt Resonanz auf? Zeichnen Sie zunächst maßstabsgetreu die Knoten und Bäuche der Schwingungsamplituden für diese Fälle.

Zahlenwerte:  $c_{\text{Schall,Luft}} = 340$  m/s.

Ergebnis: a)  $\lambda = 0,5$  m; b)  $h = 0,875$  m;  $0,625$  m;  $0,375$  m;  $0,125$  m.