Übungen zur Experimentalphysik A — WS 2017/2018

Prof. Dr. Th. Schimmel
Dr. F. Wertz

8. Übungsblatt

Rotation, Drehimpuls und Trägheitsmoment

Es empfiehlt sich, zuerst allgemein zu rechnen und erst in die Endformeln Zahlenwerte einzusetzen.
In den Übungen für (Chem.) Biologen werden vorwiegend mit „●" markierte Aufgaben besprochen.

1. Ein homogener Vollzylinder habe den Radius $r = 2{,}50$ m und die Masse $m = 1000$ kg und sei um seine Symmetrieachse drehbar gelagert. ●

   a) Wie groß ist sein Trägheitsmoment?

   b) Der Vollzylinder werde nun durch ein konstantes Drehmoment beschleunigt. Wie groß müssen die Winkelbeschleunigung und das auf den Vollzylinder wirkende Drehmoment sein, damit er innerhalb von 10 Minuten eine Winkelgeschwindigkeit von $10{,}0\ \mathrm{s}^{-1}$ erreicht?

   c) Welchen Winkel hat der Vollzylinder dabei überstrichen und wie viele Umdrehungen hat er bis dahin durchgeführt?

   d) Wie groß ist dann sein Drehimpuls bezüglich der Drehachse und seine kinetische Energie der Rotation?

   Ergebnisse: a) $\Theta = 3125\ \mathrm{kg\,m^2}$; b) $d\omega/dt = 0{,}0167\ 1/\mathrm{s}^2$; $M = 52{,}1$ Nm;
   c) $\varphi = 3000$ (rad); $U = 477$; d) $L = 31250$ Nm s; $E_{\mathrm{kin}} = 156$ kJ.

2. Eine Vogelscheuche ist um eine senkrechte Achse reibungsfrei drehbar gelagert. Ein Kind trifft den ausgestreckten Arm der Vogelscheuche im Abstand $r = 0{,}50$ m von der Drehachse mit einem Schneeball der Masse $m = 250$ g, der am Arm kleben bleibt. Wie schnell dreht sich die Vogelscheuche, wenn der Schneeball vor dem Auftreffen mit $v = 15{,}0$ m/s horizontal und senkrecht zum Arm flog und das Trägheitsmoment der Vogelscheuche um die Drehachse $\Theta = 0{,}50\ \mathrm{kg\ m^2}$ ist?

   Ergebnis: $\omega = 3{,}33$ 1/s.

3. Eine massive Walze mit homogener Dichte, der Masse m und dem Radius R, sowie eine Hohlwalze mit gleichem Radius und gleicher Masse rollen eine schiefe Ebene mit Neigungswinkel α hinab. ●

   a) Wie groß sind ihre Winkelbeschleunigungen $d\omega/dt$?

   b) Wie groß sind die jeweiligen Schwerpunktsbeschleunigungen?

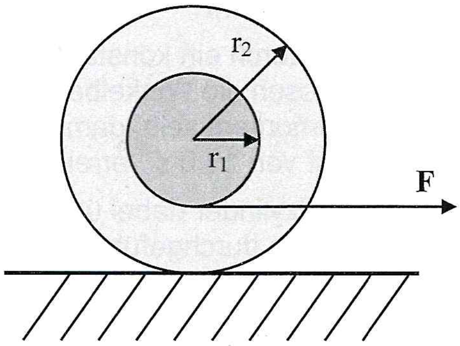
   c) Welche Endgeschwindigkeiten haben die beiden Walzen nach einer Rollstrecke s?

   Zahlenbeispiel: $R = 10{,}0$ cm; $m = 400$ g; $s = 50{,}0$ cm; $\alpha = 15{,}0°$;
   Ergebnisse: a) $d\omega_v/dt = 16{,}9\ 1/\mathrm{s}^2$; $d\omega_h/dt = 12{,}7\ 1/\mathrm{s}^2$;
   b) $a_v = 1{,}69\ \mathrm{m/s^2}$; $a_h = 1{,}27\ \mathrm{m/s^2}$; c) $v_v = 1{,}30$ m/s; $v_h = 1{,}13$ m/s.

4. Auf einem Tisch liegt eine Garnrolle, die sich aus drei zylinderförmigen Holzteilen der Dichte ρ zusammensetzt. Die beiden Außenteile haben jeweils die Dicke d und den Radius r_2, das Mittelstück die Länge d_m und den Radius r_1. Das Garn von vernachlässigbarer Dicke und Masse ist um den Mittelteil gewickelt.

a) Wie groß sind die Trägheitsmomente der Garnrolle bezüglich der Symmetrieachse und der Drehachse (Berührungslinie mit dem Tisch)?

b) Welche Beschleunigung erfährt der Schwerpunkt der Garnrolle, wenn in horizontaler Richtung mit der Kraft F an dem Garnfaden gezogen wird und die Haftreibungskraft an der Berührlinie ausreichend groß ist, so dass die Garnrolle nicht über die Unterlage gleitet? Wie groß ist dabei die Winkelbeschleunigung um die Drehachse?



c) Was ergibt sich für diese Größen, wenn die Kraft F vertikal nach oben zeigt?

d) In welche Richtung (Winkel gegenüber der Horizontalen) muss man an dem Faden ziehen, damit sich die Garnrolle gar nicht dreht?

Zahlenbeispiel: $d = 5{,}0$ mm; $d_m = 5{,}0$ cm; $r_1 = 3{,}0$ cm; $r_2 = 4{,}0$ cm; $\rho = 0{,}50$ g/cm^3; $F = 0{,}10$ N;

Ergebnisse: a) $\Theta_s = 5{,}1\cdot 10^{-5}$ kg m^2; $\Theta_d = 2{,}1\cdot 10^{-4}$ kg m^2; b) $a = 0{,}195$ m/s^2; $d\omega/dt = 4{,}88$ 1/s^2; c) $a = 0{,}585$ m/s^2; $d\omega/dt = 14{,}6$ 1/s^2; d) $\alpha = 41{,}1°$.

5. Berechnen Sie das Trägheitsmoment eines dünnen, homogenen Stabes der Länge L um eine senkrecht zum Stab verlaufende Drehachse •

a) für den Fall, dass die Drehachse durch den Schwerpunkt des Stabes geht;
b) für den Fall, dass der Stab um eines seiner Enden rotiert. Führen Sie die Rechnung zunächst ohne Verwendung des Satzes von Steiner durch.
c) Berechnen Sie Fall b) unter Verwendung des Satzes von Steiner und des Ergebnisses von a).