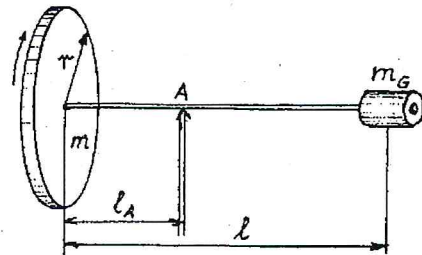


## 9. Übungsblatt

### Kreisel, Drehschwingungen und Gravitation

Es empfiehlt sich, zuerst allgemein zu rechnen und erst in die Endformeln Zahlenwerte einzusetzen. In den Übungen für (Chem.) Biologen werden vorwiegend mit „●“ markierte Aufgaben besprochen.

1. An dem Ende einer masselosen Achse der Länge  $\ell$  rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ein Schwungrad der Masse  $m$  und vom Radius  $r$ . Am anderen Ende ist ein Gegengewicht  $m_G$  befestigt. Die Achse ist um den Auflagepunkt A frei beweglich und bei stillstehendem Schwungrad ausbalanciert. ●



- Wie groß ist der Abstand  $\ell_A$  des Schwungrades vom Auflagepunkt?
- Wie groß ist der Drehimpuls des Schwungrades?
- Wird das Gegengewicht um  $\Delta m$  erhöht, präzediert der Kreisel. Man gebe die Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  für eine horizontal ausgerichtete Achse an. Wie ändert sich die Präzessionsfrequenz, wenn die Achse einen Winkel  $\alpha$  mit der Horizontalen einschließt?

Zahlenwerte:  $\ell = 0,40 \text{ m}$ ;  $r = 20 \text{ cm}$ ;  $\omega = 100 \text{ s}^{-1}$ ;  $m = 3,0 \text{ kg}$ ;  $m_G = 1,0 \text{ kg}$ ;  
 $\Delta m = 0,50 \text{ kg}$ .

Ergebnisse:  $\ell_A = 0,10 \text{ m}$ ;  $L = 6,0 \text{ kg m}^2/\text{s}$ ;  $\omega_p = 0,25 \text{ s}^{-1}$ .

2. An einem vertikal von der Decke hängendem Draht mit der Torsionsfederkonstante  $D_\alpha$  sei ein dünner Stab der Masse  $m$  und der Länge  $\ell$  in seinem Schwerpunkt horizontal aufgehängt. Der Stab werde um einen Winkel  $\alpha$  aus seiner Ruhelage ausgelenkt und führe sodann Drehschwingungen aus. ●
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes.
  - Wie groß ist der maximale Drehimpuls des Stabes?
  - Wie groß ist die Schwingungsdauer  $T$ ?

Zahlenwerte:  $\ell = 1,0 \text{ m}$ ;  $m = 0,30 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $D_\alpha = 0,10 \text{ Nm/rad}$ .

Ergebnisse:  $\Theta = 0,025 \text{ kg m}^2$ ;  $L_{\max} = 0,026 \text{ kg m}^2/\text{s}$ ;  $T = 3,1 \text{ s}$ .

3. a) Berechnen Sie die Masse der Sonne mit Hilfe der Umlaufdauer der Erde, ihrem mittleren Umlaufradius  $R_E$  und einer bekannten Gravitationskonstante  $\gamma$ . Betrachten Sie die Umlaufbahnen der Planeten um die Sonne näherungsweise als Kreisbahnen. •
- b) Der mittlere Umlaufradius des Uranus ist  $R_U$ . Welche Umlaufdauer hat der Uranus?

Zahlenwerte:  $R_E = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ;  $R_U = 2,87 \cdot 10^{12} \text{ m}$ ;  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .

Ergebnisse:  $M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ;  $T = 84 \text{ a}$ .

4. a) Geostationäre Satelliten befinden sich immer über dem gleichen Ort des Äquators. Berechnen Sie den Abstand eines solchen Satelliten zum Erdmittelpunkt mit Hilfe der Erdbeschleunigung  $g$ , des Erdradius  $r_E$  und der Periode  $T$  der Erdrotation um ihre eigene Achse. •
- b) Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit  $v_F$ , mit der ein Körper der Masse  $m$  von der Erdoberfläche mindestens abgeschossen werden muss, um das Schwerefeld der Erde verlassen zu können (sog. Fluchtgeschwindigkeit). Luftreibung und Erdrotation bleibe unberücksichtigt.

Zahlenwert:  $r_E = 6378 \text{ km}$ .

Ergebnisse:  $r = 42257 \text{ km}$ ;  $v_F = 11,2 \text{ km/s}$ .

5. Ein Spediteur möchte seinen Geburtstag verlängern. Dazu lässt er eine Autobahn rund um den Äquator bauen. Er verteilt an seinem Geburtstag möglichst viele LKWs auf dieser Autobahn und lässt sie in östlicher Richtung synchron starten. Die Geschwindigkeit von 80 km/h soll 24h eingehalten werden.

(Die Autobahn werde gefüllt, so dass sich ein Abstand von Vorderachse zu Vorderachse von 100 m ergibt, ein LKW wiege 40 Tonnen, die Erde  $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . Die Erde soll als homogene Kugel mit einem Umfang von 42.000 km angenommen werden)

- a) Um wie viele Sekunden verlängert sich dieser Tag?
- b) Zeigen Sie, dass bereits die Verlagerung all dieser LKWs vom fünfundvierzigsten Breitengrad zum Äquator wesentlich mehr zur Verlängerung des Geburtstages beiträgt.

(Zum Vergleich: Die Erdatmosphäre dreht sich im Nordwinter im Mittel schneller als im Nordsommer, wodurch in unserem Winter der Tag etwa eine Millisekunde länger als im Sommer ist.)

**Frohe Weihnachten**

**wünschen Ihnen**

**Thomas Schimmel, Herr Schubert und das Übungsteam!**