

6) Energietransport durch die Welle

$$u(x, t) = u_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$\dot{u}(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = u_0 \omega \cdot \cos(\omega t - kx)$$

Massenelement, Masse dm , Volumen dV , Ort x

* kinet. Energie:

$$dE_{\text{kin}} = \frac{dm}{2} \dot{u}^2 = \frac{dm}{2} u_0^2 \omega^2 \underbrace{\cos^2(\omega t - kx)}_{\substack{\text{Zeitmittelwert} \\ \overline{\cos^2(\dots)} = \frac{1}{2}}}$$

$$\overline{dE_{\text{kin}}} = \frac{dm}{4} u_0^2 \omega^2 = \frac{\rho \cdot dV}{4} u_0^2 \omega^2 \stackrel{\text{EES}}{\downarrow} \overline{dE_{\text{pot}}}$$

* Gesamtenergie:

$$dE = \overline{dE_{\text{kin}}} + \overline{dE_{\text{pot}}} = \frac{\rho}{2} u_0^2 \omega^2 \cdot dV$$

* Gesamtenergiedichte (Energie pro Volumen):

$$w = \frac{dE}{dV} = \frac{\rho}{2} u_0^2 \omega^2$$

ρ : Dichte

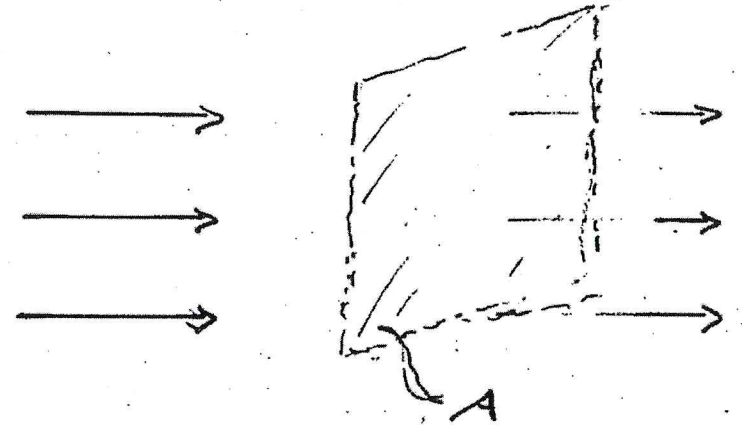
u_0 : Amplitude

ω : $2\pi \nu$

* Energietransport in der Zeit Δt

durch Querschnittsfläche A

senkrecht zur Ausbreitungsrichtung



$$\Delta E = w \cdot \Delta V = w \cdot A \cdot \Delta x = w \cdot A \cdot \underbrace{c \cdot \Delta t}_{\Delta x}$$

* Intensität I = Energietransport pro Zeit und Querschnittsfläche $\perp \vec{k}$ ("Energiedichte")

$$I = \frac{\Delta E(A, \Delta t)}{A \cdot \Delta t} = \underbrace{w \cdot c}_{\substack{\sim u_0^2 \\ \sim \omega^2 \\ \sim c}} = \underbrace{\frac{\rho}{2} u_0^2 \omega^2 c}_{\text{speziell für mechan. Wellen}}$$

ganz allg.
für alle Wellen

$\sim u_0^2$
 $\sim \omega^2$
 $\sim c$

speziell für
mechan. Wellen

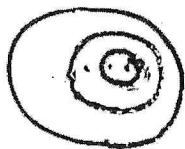
7) Der Doppler-Effekt

Beispiele: Maschinengere, Autobahn ...

Bewegt sich Sender oder Empfänger

$\Rightarrow$ Frequenzänderung (ν' statt ν_0).

Fall 1: bewegte Quelle (Geschw. u)



$u > 0$ für
Annäherung

Beob. B

λ ändert sich durch Bewegung der
Senders

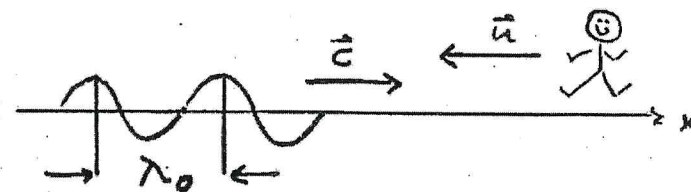
$$\lambda' = \lambda_0 - \underbrace{u T_0}$$

Strecke, um die sich
Quelle in Periode T_0
bewegt hat.

$$\lambda' = c \cdot T_0 - u T_0 = (c - u) T_0 = \frac{c - u}{\nu_0}$$

$$\boxed{\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c \nu_0}{c - u} = \frac{\nu_0}{1 - \frac{u}{c}}}$$

Fall 2: bewegter Beobachter (Geschw. u)
 $u > 0$ für Annäherung



rel. Geschw. Wellengebirge-Beobachter: $c + u$

T' : Zeit um λ_0 zu "überqueren"

$$T' = \frac{\lambda_0}{c + u}$$

$$\boxed{\nu' = \frac{1}{T'} = \frac{c + u}{\lambda_0} = \frac{\nu_0}{c} (c + u) = \nu_0 \left(1 + \frac{u}{c}\right)}$$