

1

### b) Umwandlung flüssig $\leftrightarrow$ gasförmig

Um eine Flüssigkeit zu verdampfen, ist Einfuhr von therm. Energie erforderlich (sog. Verdampfungswärme):

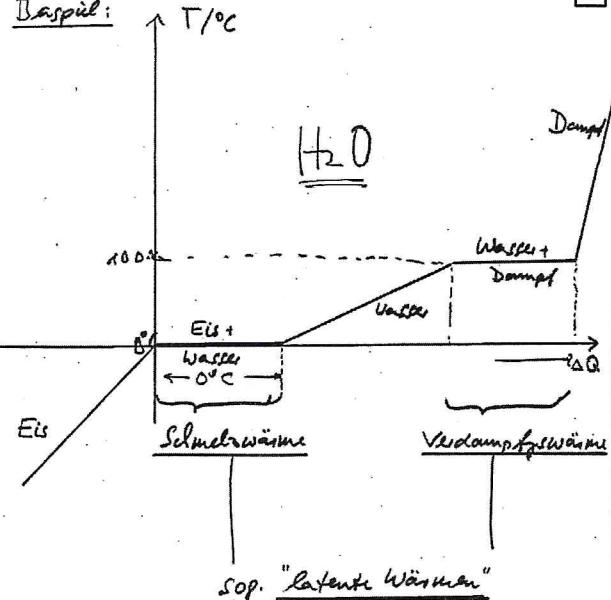
$$\Delta Q_{\text{verd.}} = m \cdot c_{\text{verd}}$$

$c_{\text{verd}}$ : spezifische Verdampfungswärme

Bei exoerter Kondensation wird  $\Delta Q_{\text{verd.}}$  wieder frei (Kondensationswärme).

- Beispiele:
- Tom      } Kond.
  - Nebelbildung      } Wärme
  - Schmelzen
  - Wärmeform von Kraftwerken

Bspiel:



Temperaturen der Phasenübergänge

abhängig von:

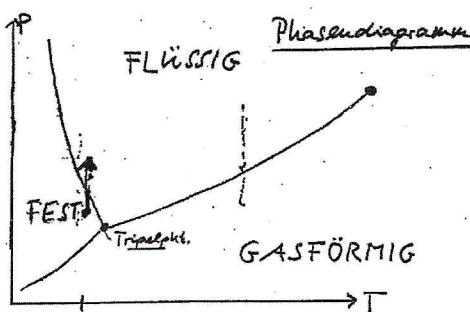
- Druck
- gelöste Stoffe (z.B. Salz in H2O sinkt den Gefrierpunkt)
- Nukleationskeimen (sonst z.B. Sloeoverzug)

3

### 7.) Phasendiagramme

a) Temperatur der Phasenübergänge ist dimensionslos.

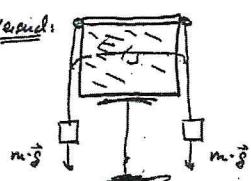
Bsp. H2O:



$\Rightarrow$  unter Druck wird Eis flüssig:

- Schallwellen
- Wandern von Elektronen
- Draht wandert durch das Eis:

Vorarl:



Vorarl: Drahtwandern erstellt bei  $\approx -8^\circ\text{C}$

4

### b) Temp. der Phasenübergänge von gelösten Stoffen abh.

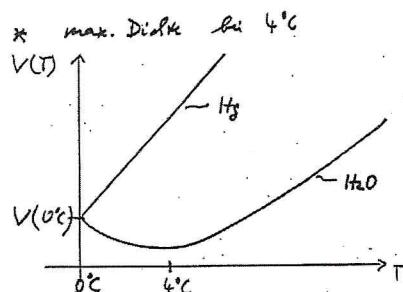
Bsp.: Gefriermöglichkeit von H2O und Kalsalz bis  $-21^\circ\text{C}$   
je nach Konzentration des NaCl.

c) Ohne Keine Verengung der Phasenübergänge

- unterkühlte Flüssigkeiten (reines H2O bis ca.  $-10^\circ\text{C}$ )
- überkühlte Flüssigkeiten (zur Verengung: Siedestückchen als Keime)

### 8) Die Dichte-Anomalie des Wassers

- \* Wasser dehnt sich beim Gefrieren aus  
 $\rightarrow$  alte Sprungtechnik  
 $\rightarrow$  Verbissung von Gesteinen



## 18. Ideale und reale Gase

### 1) Die Stoffmenge und das Gesetz von Avogadro

Gase enthalten sehr viele Moleküle.

anstatt die Moleküle einzeln zu zählen, wählt man legt man eine größere Einheit: das sog. "mol"

Ein mol ist die Menge eines Stoffes, die  $6,022 \cdot 10^{23}$  Teilchen enthält.

Die Stoffmenge ist also lediglich die Anzahl an Teilchen in Einheiten von mol ( $\equiv 6,022 \cdot 10^{23}$  Stück).

Teilchen wurde im SI-System die Stoffmenge zur Basisgröße, das und zur Basisheit gemacht. (sehr gut...).

$$[n] = 1 \text{ mol}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{mol}}$$

heißt Avogadro-Konstante (früher: Ladungszahl)

6,022 · 10<sup>23</sup>: Wieviel gerade diese Zahl?

Antwort: 12 g des Kohlenstoffisotops <sup>12</sup>C enthalten  $6,022 \cdot 10^{23}$  Atome

Massenzahl = Zahl der Protonen und Neutronen zusammen ("relative Atommasse")

= Zahl der sog.

Nukleonen von Kern  
Proton + Neutron

Kernladungszahl = Zahl der Protonen im Kern

Die Molmasse  $m_{\text{molar}}$  ist die Masse von  $6,022 \cdot 10^{23}$  Teilchen (= 1 mol) eines Stoffes.



Die Molmasse beträgt (naherungsweise) genauso viel Gramm, wie die Massenzahl (bei Atomen) bzw. die relative Atommasse (bei Molekülen) angibt.

$$\begin{aligned} &\rightarrow \text{Vorausannahme von } 6,022 \cdot 10^{23} \\ &= 602\,200\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ (!)} \end{aligned}$$

### 2) Die Zustandsgleichung für ideale Gase

Experimentell findet man bei idealen Gasen:

$$1) p \cdot V = \text{const} \quad \text{bei } T = \text{const}$$

$$\Rightarrow p \sim \frac{1}{V} \quad \text{"Gesetz von Boyle-Mariotte"}$$

$$2) p \cdot V \sim T \quad \text{"Gesetz von Gay-Lussac"}$$

$$\Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{const}$$

$$3) V \sim n \quad (\text{Stoffmenge})$$

$$\frac{pV}{T} = n R \quad \uparrow \text{Konstante}$$

$$\Leftrightarrow p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{ideale Gasgesetz}$$

Berechnung von R nach dem Gesetz von Avogadro:

$$p = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$T = 273,15 \text{ K}$$

$$n = 1 \text{ mol}$$

$$V_{\text{molar}} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

⇒ universelle Gaskonstante

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

für alle idealen Gase gleich!

Teilchenzahl N:

$$N = n \cdot N_A$$

$$= n \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{\text{mol}} \Rightarrow n = \frac{N}{N_A}$$

Folglich:

$$pV = nRT = N \underbrace{\left(\frac{R}{N_A}\right)}_{\text{"Molzall"}} T = NkT \quad \uparrow \text{Anzahl der Teilchen}$$

$$p \cdot V = N k T$$

$$\text{mit: } k = \frac{R}{N_A} = 1,3807 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = k_B$$

sog. Boltzmann-Konstante

Das Molvolumen  $V_{\text{molar}}$  (Volumen von 1 mol unter Normalbedingungen (1 atm, 273,15 K)) ist für alle idealen Gase gleich und beträgt:

$$V_{\text{molar}} = 22,414 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 22,414 \text{ L}$$

(Gesetz von Avogadro)

### 9) 3) Mikroskopische Definition des idealen Gases

Drei Bedingungen:

- 1) Gas besteht aus einer großen Zahl von Teilchen, die unbestimmt und mit den Wänden unelastische Stöße machen.
- 2) Großer Teilchenabstand, d.h. Gefäßvolumen  $\gg$  Eigenvolumen aller darin enthaltenen Teilchen
- 3) Zwischen den Stößen bewegen sich die Teilchen willkürliche frei.

$$\text{Bsp.: Molekülradius } 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

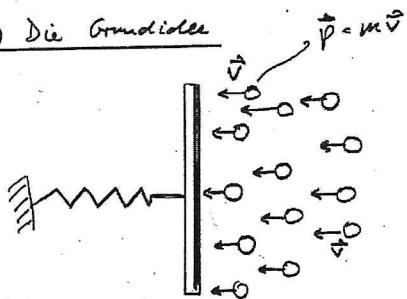
$$1 \text{ mol hat Eigenräume} \\ V_m \approx 20 \text{ cm}^3$$

$$\text{aber Volumen des Gases ist} \\ 22400 \text{ cm}^3$$

$$\text{Eigenraum } \ll \text{Gefäßvol. bei Normal} \\ \text{temp.}$$

### 10) 4) Die kinetische Gastheorie

#### a) Die Grundidee



Stoßangeln passen in  
dichte Folge auf die rote  
Stellwand und werden an ihr elasti-  
reflektiert.

Folge: Wegen  $\vec{F} = \frac{\vec{p}}{\Delta t}$  (2. Newton-  
gesetz)  
über alle Stoßangeln  
ein Mittel eine Kraft  
auf die Wand aus.

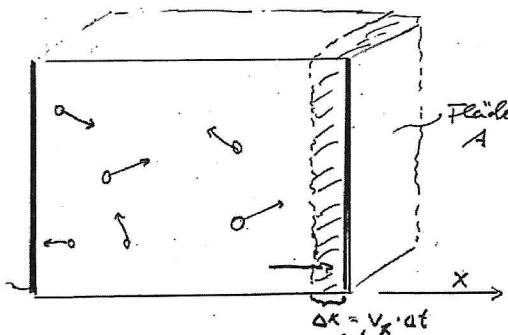
Näherung großes Teilchenzahl:  
gleichmäßige Kraft auf Wand.

### 11)

#### b) Mikroskopische Darstellung des Gaskindes und der Druckes

Moleküle des idealen Gases  
prasseln auf Gefäßwände

wieder elastically reflektiert  
übertragen Impuls  $(2mv_x)$  auf Wand  
 $\rightarrow F = \frac{\partial p}{\partial t} \Leftrightarrow$  Kraft auf Wand



$$N: \text{Zahl der Moleküle in } V$$

$$V: \text{Volumen}$$

$$V(\Delta t) = A \cdot \Delta t$$

$$= A \cdot v_x \cdot \Delta t$$

$$\left( \frac{N}{V} \right): \text{Anzahldichte, Zahl der Moleküle pro Vol}$$

elast. Stoß mit roter Wand (s.o.):

$$v_x \rightarrow -v_x; v_y, v_z bleibun gleich.$$

### 12)

Anzahldichte der Moleküle, die auf  
die rot Wand auflaufen, d.h.  $v_x > 0$   $\left( \frac{N}{2V} \right)$

Anm:  $|v_x|$  für alle Moleküle gleich.

Zahl der Moleküle, die in  $\Delta t$  auf rote Wand  
treffen:

$$\rightarrow \Delta N_{\text{rob}}(\Delta t) = \frac{N}{2V} \cdot (A \cdot \Delta t)$$

Impulsübergang  $\frac{\partial p}{\partial t}$  in  $\Delta t$ :

$$\Delta p = \Delta N_{\text{rob}}(\Delta t) \cdot (2mv_x) = \frac{N}{2V} \cdot A \cdot v_x \cdot \Delta t \cdot 2mv_x \\ = \frac{N}{V} \cdot A \cdot m v_x^2 \cdot \Delta t$$

Kraft  $F$ :

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{N}{V} A m v_x^2$$

Druck  $p$ :

$$p = \frac{F}{A} = \frac{N}{V} m v_x^2 \quad \text{mikroskopische Darstellung des Drucks (1)}$$

$$\Rightarrow p \cdot V = \left( \frac{N}{V} m v_x^2 \right) V$$

$$\text{vgl.: } p \cdot V = \left( \frac{N}{V} kT \right) V \quad (\text{id. Gesetz})$$

$$\Rightarrow ! \quad \frac{1}{2} kT = \frac{m v_x^2}{2}$$

- In Wirklichkeit:

$$\frac{1}{2} kT = \frac{m}{2} \overline{v^2}$$

mit  $\overline{v^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2$  mit ~~Haus~~  
Gesetz quadrat

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = 3 \overline{v_x^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{m}{2} \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT} \Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

root mean square

$\frac{3}{2} kT$  ist also die mittlere Energie.

Energie eines Teilchens bei seiner statistischen Wärmebewegung.

"mikroskopische Darstellung der Temperatur"

Ferner:

$$(*) \Rightarrow P = \frac{N}{V} m \overline{v^2} = \underbrace{\frac{Nm}{V}}_{\text{Dichte}} \cdot \frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{P}{3} \overline{v^2}$$

$$P = \frac{P}{3} \overline{v^2} \Leftrightarrow v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{S}}$$

(Berechnung der quad. mittleren Geschwindigkeitsquadrate)

Bsp.:  $N_2$ -Molekül bei  $0^\circ\text{C}$ :  $v_{rms} = \sqrt[3]{\frac{493 \text{ Pa}}{s}} \approx 1800 \text{ km/h}$

## 5) Gleichverteilungssatz (Equipartitionstheorem)

Die thermische Energie eines Teilchens verteilt sich um zeitlichen Mittel gleichmäßig auf seine Freiheitsgrade.

Jeder Freiheitsgrad hat die mittlere kinetische Energie

$$E_{kin,i} = \frac{1}{2} kT$$

mögliche Freiheitsgrade:

- Translation in  $x$ ,  $y$ - und  $z$ -Richtung  $\rightarrow \frac{3}{2} kT$
- Rotation (z.B. um  $x$ ;  $y$ ;  $z$ -Achse)  $\rightarrow \frac{5}{2} kT$
- Schwingung  $\rightarrow \frac{3}{2} kT$  (!)  
Schwingungsfreiheitsgrade zählen doppelt:  
pro Freiheitsgrad  $\frac{1}{2} kT$  als rot. Energie  
und  $\frac{1}{2} kT$  in Kinet. Energie.

## 6) Brownsche Bewegung kleiner Teilchen

Moleküle stoßen an ein kleines Teilchen

→ führt unter dem Mikroskop eine zufällige Röhrchenbewegung nach.

## 7) Reale Gase: van der Waalsche Zustandsgleichung

ideale Gass:

$$p \cdot V = n RT$$

ideale Gasgesetz

reale Gass:

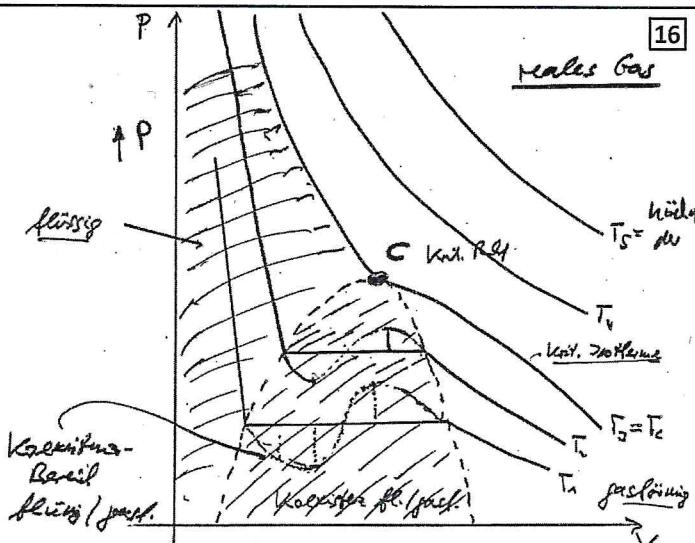
$$(p + \frac{a \cdot n}{V^2}) (V - bn) = n RT$$

van der Waalsche Zustandsgleichung

an: Dimensional:  $b \cdot n$ : Eigenwerte  
unmöglich zum äußeren Druck  $p$  der Aufstellfläche und das Gas würden auf das Gas noch innere anziehende Kräfte.

bn: von der Waalsche Kovalenzen = Eigenwerte  
das für die Gaswirkung verfügbare Volumen wird durch das Eigenwertvolumen verhindert.

» Realität:  $p$  wird erhöht,  $V$  wird verkleinert  $\ll$  kein reales Gas !!



— Isothermen (Kurve konstante Temp.) im p-V-Diagramm;  $T_1 < \dots < T_5$

— Kofistenz von flüssiger und gasförmiger Phase

— C Kritischer Punkt  
absetzt von  $T_c$  keine Verflüssigung mehr möglich  
( $T_c$ : hängt vom Gas ab).

halb-feste Beschreibung durch volw.-Gesetz im  $\beta\beta$ -Gebiet