

19. Zustandsänderungen und Kreisprozesse idealer Gase

1) Der erste Hauptsatz der Thermodynamik

innere Energie: die in einem System gespeicherte Energie.
(mech. + therm. Energie)

Die Summe aus einem System von außen zugeführter Wärmeenergie ΔQ und der zugeführten (mechanischen) Arbeit ΔW ist gleich der Zunahme ΔU seiner inneren Energie:

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

Erster Hauptsatz der Thermodynamik

(entspricht dem Energieerhaltungssatz:
"Es ist unmöglich, Energie aus dem Nichts zu gewinnen".)

andere Formulierung:

Ein perpetuum mobile erster Art ist unmöglich.

Speziell für das ideale Gas:

2 Möglichkeiten des Energieaustausch (Zufuhr)

① mechan. Kompression (Expansion):

$$\Delta W = F \cdot dx = p \cdot (A \cdot dx) = -p \cdot (\Delta V)$$

sehr (!) wichtig:

Vorzeichenkonvention:

$\Delta W > 0$: dem System wird Energie zugeführt, d.h. an dem System wird Arbeit verrichtet (d.h. Kompression)
 $\Delta V < 0$

$\Delta W < 0$: System verrichtet Arbeit an seiner Umgebung, d.h. Energie des Systems nimmt ab (d.h. Expansion)
 $\Leftrightarrow \Delta V > 0$

② Zufuhr (-Abfuhr) von Wärmeenergie ΔQ
 $\Delta Q > 0$ $\Delta Q < 0$

1. HS

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W = \Delta Q - p \cdot \Delta V$$

1. HS beim idealen Gas

2) Die spezifischen Molwärmen c_p und c_v idealer Gase

a) Bezieht man die spezif. Wärmen nicht auf 1 kg (Masse) sondern auf 1 mol (Stoffmenge), spricht man von den spezifischen Molwärmen c_{molar} :

$$\Delta Q = n \cdot c_{molar} \cdot \Delta T$$

n : Stoffmenge

$$[c_{molar}] = 1 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

Bei Gasen muss man dabei 2 Fälle unterscheiden: konstanter Druck oder konst. Volume
 $\downarrow$ $\downarrow$
 c_p c_v

b) innere Energie eines Gases aus N einatomigen Teilchen:

$$\begin{aligned} U &= N \cdot \overline{E_{kin}} = \left(\sum_{i=1}^N \right) \frac{3}{2} kT \\ &= \left(n \cdot N_A \right) \frac{3}{2} kT \\ &= n \cdot \frac{3}{2} RT \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta U = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot \Delta T$$

oder allg. für Teilchen mit f Freiheitsgraden:

$$\Delta U = n \cdot \frac{f}{2} R \cdot \Delta T \quad (*)$$

c) spezifische Molwärme bei konstantem Volumen $=: c_v$

$$1. \text{ HS: } \Delta U = \Delta Q - p \cdot \Delta V$$

$\Delta V = 0$, da $V = \text{const.}$

$$\Rightarrow \Delta Q = n \cdot \left(\frac{f}{2} R \right) \Delta T \quad \left. \vphantom{\Delta Q = n \cdot \left(\frac{f}{2} R \right) \Delta T} \right\} c_v = \frac{f}{2} R$$

$$\text{vgl.: } \Delta Q = n \cdot (c_v) \cdot \Delta T$$

$$\text{für } f=3: c_v = \frac{3}{2} R$$

d) spezifische Molwärme bei konstantem Druck $=: c_p$

Gas wird erwärmt durch ΔQ
 $\downarrow$

Gas dehnt sich aus
 $\downarrow$

Gas verrichtet Arbeit nach außen ($\Delta W < 0$)
 $\downarrow$

Gas gibt einen Teil der zugeführten ΔQ in Form von mech. Arbeit ΔW wieder nach außen ab
 $\downarrow$

mehr Wärme ΔQ als in d) erforderlich, um ΔT zu erzielen.

5

Volumenänderung ΔV bei $p = \text{const.}$

vor Erwärmung: $p \cdot V = n R T$
 nach Erwärmung: $p \cdot (V + \Delta V) = n R (T + \Delta T)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{vor Erwärmung: } p \cdot V = n R T \\ \text{nach Erwärmung: } p \cdot (V + \Delta V) = n R (T + \Delta T) \end{array} \right\} p \cdot \Delta V = n R \cdot \Delta T \quad (10.1)$$

1. HS: $\Delta U = \Delta Q - p \cdot \Delta V$

$$\Leftrightarrow \Delta Q = \Delta U + p \cdot \Delta V$$

$$\stackrel{(10.1)}{\Rightarrow} \Delta Q = n \cdot \frac{f}{2} R \cdot \Delta T + n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\Delta Q = n \cdot \underbrace{\left(\frac{f}{2} + 1\right) R}_{c_p} \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow c_p = \left(\frac{f}{2} + 1\right) R = c_v + R$$

$$\text{für } f=3: c_p = \frac{5}{2} R \quad \left[c_v = \frac{3}{2} R \right]$$

Def.: $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f} = \frac{c_v + R}{c_v}$
 κ : sog. Adiabata Koeff.

! $\circ \quad f=3 \quad (\text{Frei. } x, y, z)$
 $\circ \circ \quad f=5 \quad (\text{Frei. } x, y, z, \text{ u. Rot.})$

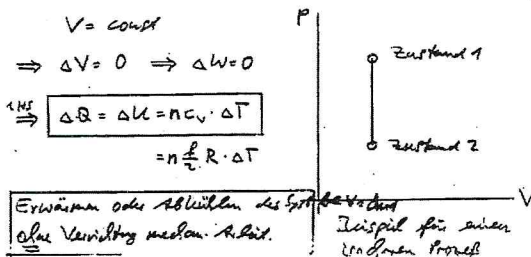
6

3) Zustandsänderungen idealen Gase

a) Vorbemerkung

- Unser "System" ist eine abgeschlossene Stoffmenge eines idealen Gases;
- Der "Zustand" = Gesamtheit der makroskop. Eigenschaften des Systems
- Zustandsgrößen: durch den Zustand eindeutig festgelegt.

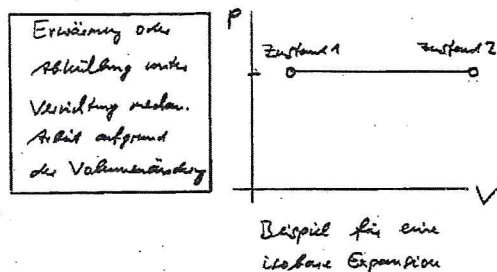
Der Zustand unseres Systems wird durch die Zustandsgrößen p, V, T eindeutig festgelegt.

b) Isobare Prozesse (d.h. $V = \text{const.}$)

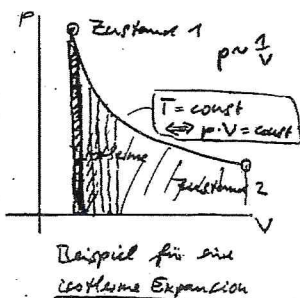
7

c) Isobare Prozesse ($p = \text{const.}$)

1. HS: $\Delta Q = \Delta U + p \cdot \Delta V$
 $= \underbrace{n \frac{f}{2} R \Delta T}_{\Delta U} + \underbrace{n R \Delta T}_{-\Delta W}$

d) Isotherme Prozesse ($T = \text{const.}$)

$T = \text{const.}$
 $\Leftrightarrow \Delta U = 0$,
 d.h. keine Änderung der inneren Energie
 $\Leftrightarrow$ 1. HS
 $\Delta Q = -\Delta W$



8

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$$

$$dW = -p \cdot dV = -\frac{nRT}{V} dV = -nRT \cdot \frac{1}{V} dV$$

$$\Delta W = \int_{V_1}^{V_2} dW = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$= -nRT \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= -nRT (\ln V_2 - \ln V_1)$$

$$= -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Delta W = nRT \ln \frac{V_1}{V_2} = -\Delta Q$$

e) Adiabatische Prozesse ($\Delta Q = 0$)

Kompression oder Expansion ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung.
 $\Delta Q = 0$
 $\Leftrightarrow$ 1. HS
 $\Delta W = \Delta U$
 $= n c_v \Delta T$
 $= n \frac{f}{2} R \cdot \Delta T$

