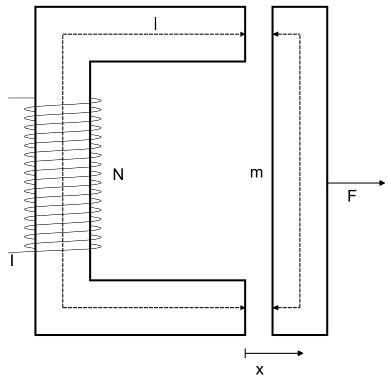
Felder und Wellen

WS 2010/2011

9. Übung

22. Aufgabe

Abgebildet ist ein Lasthebemagnet aus Eisen. Er übt auf die Masse m in Abhängigkeit vom Abstand x eine Kraft aus. Die Spule wird vom Strom I durchflossen und hat N Windungen und die Querschnittsfläche A. Die relative Permeabilität μ_r des Magneten und der Last ist groß genug, so daß sich das $\vec{B}$-Feld innerhalb des Eisens und des Luftspalts konzentriert. Der Integrationsweg im Eisen kann durch l angenähert werden.



a) Errechnen Sie zunächst das $\vec{B}$-Feld und die $\vec{H}$-Felder in Luft und in Eisen.

   Hinweis: Integrieren Sie $\vec{H}$ auf dem eingezeichnet Weg durch das Eisen und den Luftspalt. Sie können die Richtung von $\vec{H}$ als parallel zum Integrationsweg annehmen. Innerhalb des Eisens und innerhalb der Luft kann $\vec{H}$ als konstant angenommen werden.

b) Stellen Sie jeweils eine Formel für die magnetische Energie W_m auf. Einmal in Abhängigkeit vom Strom und dem Abstand ($W_m(I, x)$) und einmal in Abhängigkeit von dem Fluss und dem Abstand ($W_m(\phi, x)$). Wie hängt die Energie in beiden Fällen mit dem Abstand zusammen?

c) Errechnen Sie die Kraft in x-Richtung, die auf die Masse ausgeübt wird.
   Hinweis: Bei konstantem Strom ergibt sich die Kraft zu:

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial x}$$

   Bei konstantem Fluss errechnet sich die Kraft zu:

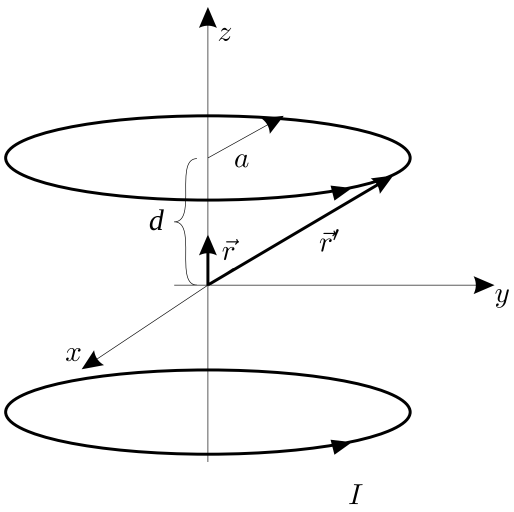
$$F = -\frac{\partial W_m}{\partial x}$$

   Warum kommt in beiden Fällen das gleiche heraus?

23. Aufgabe

Als Helmholtzspule wird eine Anordnung von zwei kurzen Spulen bezeichnet. Das Feld einer einzelnen kurzen Spule ist sehr inhomogen. Bei richtiger Dimensionierung des Spulenabstandes von zwei kurzen Spulen ist das Feld in der Mitte des Spulenpaares möglichst homogen (d.h. die Ableitungen verschwinden bis zu einer bestimmten Ordnung).

Gegeben seien zwei übereinander liegende Stromschliefen mit dem Radius a, die auf der z-Achse zentriert sind. Sie sind spiegelbildlich zur x-y-Ebene angeordnet und haben jeweils den Abstand d.



a) Betrachten Sie zunächst das Feld $\vec{B}_{z1}$ der Spule im Abstand $+d$ von der x-y-Ebene. Berechnen Sie das $\vec{B}$-Feld dieser einen Spule auf der z-Achse. (Rechnen Sie in Zylinderkoordinaten und beachten Sie, dass das Feld auf der z-Achse aufgrund der Symmetrie nur eine z-Komponente haben kann.)

   Egal, was Sie bei Aufgabenteil a) berechnet haben, rechnen Sie nun mit $\vec{B}_{z1} = \vec{B}_{z1}(z) = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 a^2 I}{(a^2+(z-d)^2)^{3/2}}$ weiter.

b) Geben Sie nun das Feld des Spulenpaars an.

c) Bestimmen sie den Wert der ersten Ableitung.

d) Der Abstand d soll nun variabel sein. Bestimmen Sie diesen Abstand so, dass die zweite Ableitungen $\partial^2 B_z/\partial z^2$ im Punkt $z = 0$ verschwindt.

Zusatzaufgabe

Ein dünner Leiter mit dem Strom I erstreckt sich auf der z-Achse von $z = -a$ bis $z = a$. Berechnen Sie

a) Das Vektorpotential $\vec{A}$ im ganzen Raum.

b) Das Magnetfeld $\vec{H}$ mit dem Gesetz von Biot-Savart und aus dem Vektorpotential.
Hinweis für Biot-Savart aus Bronstein:

$$\int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^{3/2}}\, dx = \frac{2(2ax + b)}{(4ac - b^2)\sqrt{ax^2 + bx + c}}$$

Um zu zeigen, dass das Resultat dieser beiden Lösungswege identisch ist, sind gewisse Umformungen unvermeidlich.

c) Berechnen Sie das Magnetfeld eines unendlich langen Leiters indem Sie im Ergebnis von b) a gegen unendlich gehen lassen und mit dem Durchflutungsgesetz (z.B. in Zylinderkoordinaten).

d) Das Vektorpotential soll in Zylinderkoordinaten aus dem $\vec{B}$-Feld (aus c)) berechnet werden und zusätzlich indem Sie im Ergebnis von a) a gegen unendlich gehen lassen.
Um zu zeigen, dass das Resultat dieser beiden Lösungswege identisch ist, ist eine trickreiche Grenzwertbetrachtung unvermeidlich