

Felder und Wellen

WS 2010/2011

11. Übung

27. Aufgabe

Eine ebene Welle breitet sich im Vakuum in z -Richtung aus ($\frac{\partial}{\partial x} = 0, \frac{\partial}{\partial y} = 0$).

- a) Leiten Sie für diesen Fall die Wellengleichung aus den Maxwellgleichungen her.

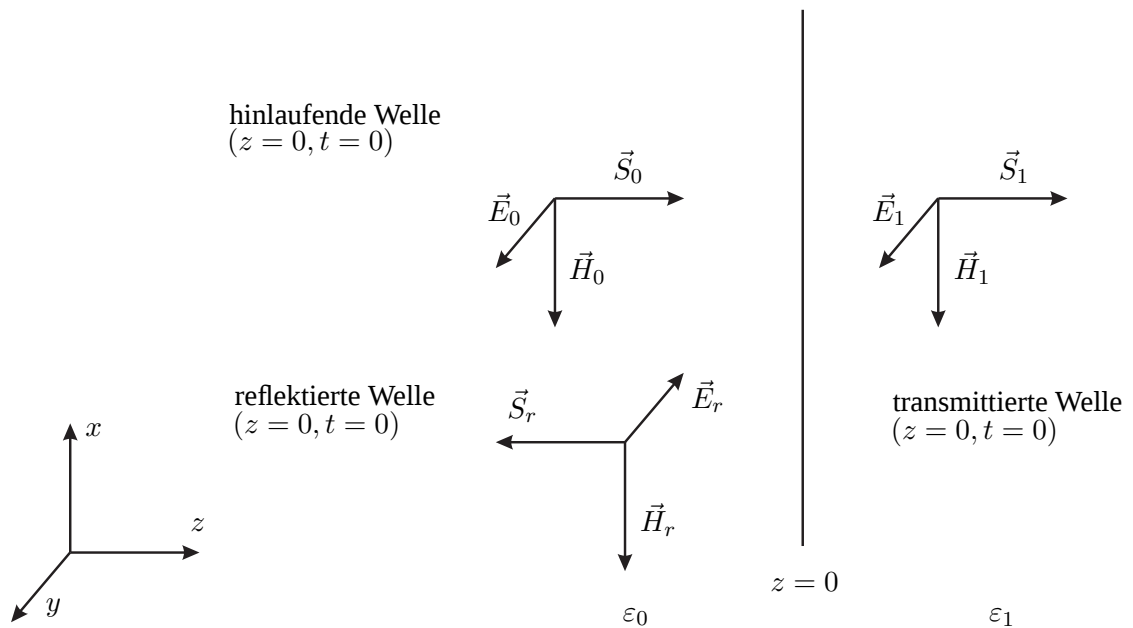
Hinweis: Die Aufgabe ist natürlich nur ein Spezialfall der Herleitung im Skript.

Gehen sie von den Maxwellgleichungen $\text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ und $\text{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ aus und formulieren Sie diese komponentenweise aus. Man erhält vier gekoppelte, partielle Differenzialgleichungen. Formen Sie das Gleichungssystem so um, dass Sie vier entkoppelte PDGL (das sind die Wellengleichungen) erhalten.

- b) Zeigen Sie dass jede Funktion $f(z \pm ct)$ die Wellengleichung für diesen Fall erfüllt.
- c) Können sich longitudinale Wellen ausbreiten? (Gehen Sie von $\text{div} \vec{B} = 0$ und $\text{div} \vec{E} = \varrho = 0$ aus.)

28. Aufgabe

Eine ebene, linear polarisierte elektromagnetische Welle der Amplitude E_0 breitet sich in einem ladungsfreien, nicht magnetischen Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstante ε_0 und der Leitfähigkeit $\kappa = 0$ in z -Richtung aus. An der Stelle $z = 0$ trifft die Welle senkrecht auf eine Grenzfläche zu einem weiteren ladungsfreien, nicht magnetischen, nicht leitenden Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten ε_1 und wird dort teilweise zurückreflektiert und teilweise durch die Grenzfläche hindurchgelassen.



- Berechnen Sie aus dem elektrischen Feld, sowohl für den Fall einer hinlaufenden ($\vec{E}_0 = E_0 e^{j(\omega t - k_0 z)} \vec{e}_y$) als auch einer zurücklaufenden ($\vec{E}_r = E_r e^{j(\omega t + k_0 z)} \vec{e}_y$) Welle, das Magnetfeld $\vec{H}_0$ und $\vec{H}_r$.
- Berechnen Sie die Amplituden der Felder in Abhängigkeit von E_0 . Verwenden Sie für die $\vec{E}$ - und $\vec{H}$ -Felder der einfallenden, reflektierten und durchgelassenen Welle einen Ansatz in Form einer ebenen Welle mit den unbekannten Amplituden E_0, E_r, E_1 und H_0, H_r, H_1 . An der Grenze müssen die Stetigkeitsbedingungen für beide Felder erfüllt sein.
- Berechnen Sie die Energiestromdichte der Wellen für den Fall $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$. Ist die Energieerhaltung erfüllt?