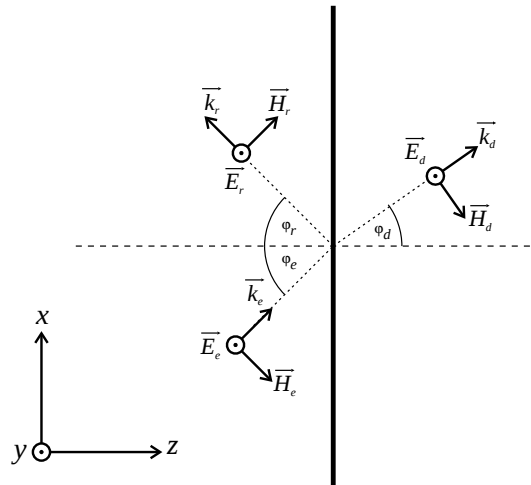


Felder und Wellen

WS 2010/2011

13. Übung

31. Aufgabe



Eine ebene, linear polarisierte Welle trifft unter dem Winkel φ_e bei $z = 0$ auf ein optisch dichteres Medium (s. Skizze). Das H-Feld liegt in der Einfallsebene und das E-Feld steht orthogonal auf der Einfallsebene. Ein Teil der Welle wird reflektiert, ein Teil wird durchgelassen. Im linken Medium gilt $\varepsilon = \varepsilon_1$ und im rechten $\varepsilon = \varepsilon_2$. Ansonsten gilt überall $\mu = \mu_0$ und $\kappa = 0$. Die E-Felder der schräg laufenden Welle lassen sich mit Hilfe des Wellenvektors $\vec{k}$ und des Ortsvektors $\vec{r}$ wie folgt beschreiben. (Der Ortsvektor ist hier als Vektor in kartesischen Koordinaten aufzufassen: $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$)

Hinlaufende Welle:

$$\vec{E}_e = E_e e^{j(\omega t - \vec{k}_e \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$
$$\vec{k}_e = k_1 (\cos \phi_e \vec{e}_z + \sin \phi_e \vec{e}_x)$$

Reflektierte Welle:

$$\vec{E}_r = E_r e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$
$$\vec{k}_r = k_1 (-\cos \phi_r \vec{e}_z + \sin \phi_r \vec{e}_x)$$

Durchgelassene Welle:

$$\vec{E}_d = E_d e^{j(\omega t - \vec{k}_d \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_d = k_2 (\cos \phi_d \vec{e}_z + \sin \phi_d \vec{e}_x)$$

Hinweis: $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$ und $\Gamma = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$.

- Verwenden Sie für den Fall $t = 0$ und $\vec{r} = x \vec{e}_x$ die Stetigkeitsbedingung der Tangentialkomponente des E-Feldes, um die Reflexions- und Transmissionswinkel zu berechnen (Hinweis: Die Gleichung muss für alle x eine Lösung haben).
- Berechnen Sie für den Fall $t = 0$ und $\vec{r} = \vec{0}$ mit folgendem Zusammenhang das H-Feld:

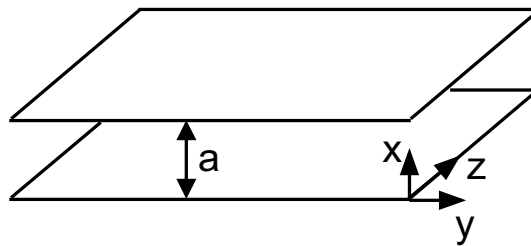
$$\vec{H} = \frac{1}{\Gamma} \vec{e}_k \times \vec{E}$$

Hinweis: Da $\sin^2 + \cos^2 = 1$ ist, gilt z.B. $\vec{e}_{k_e} = \cos \phi_e \vec{e}_z + \sin \phi_e \vec{e}_x$.

- Stellen Sie nun die Stetigkeitsbedingungen für alle Felder auf ($t = 0$ und $\vec{r} = \vec{0}$) und berechnen Sie so E_d und E_r .
- Ab welchem Einfallswinkel ϕ_e kann kein reelles ϕ_d die Gleichung aus a) erfüllen?

32. Aufgabe

Ein Wellenleiter besteht aus zwei in y - und z -Richtung unendlich ausgedehnten, leitenden Platten im Abstand a . Zwischen den Platten befindet sich ein Vakuum.



- Zwischen den Platten breitet sich eine TM-Welle in z -Richtung aus. Berechnen Sie $\vec{E}$ - und $\vec{H}$ -Feld dieser Welle.
- Berechnen Sie die Phasenkonstante in Ausbreitungsrichtung k_z . Ab welcher Frequenz kann sich eine Welle im Wellenleiter ausbreiten?
- Berechnen Sie Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der Welle.
- Berechnen Sie die Leistungsdichte der Moden.