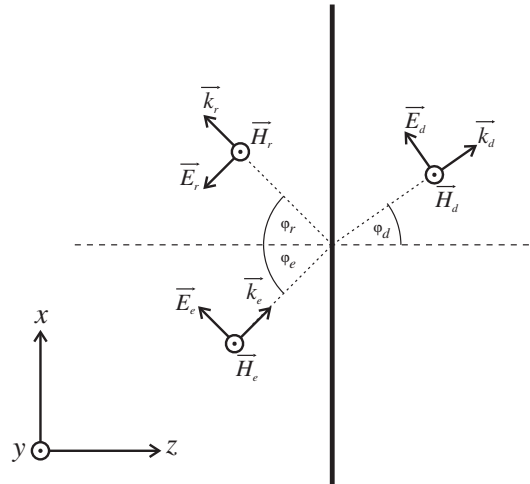


Felder und Wellen

WS 2013/2014

14. Übung

33. Aufgabe



Eine ebene, linear polarisierte Welle trifft unter dem Winkel φ_e bei $z = 0$ auf ein optisch dichteres Medium (s. Skizze). Im Gegensatz zur Aufgabe 31 liegt diesmal das E-Feld in der Einfallsebene und das H-Feld steht orthogonal auf der Einfallsebene. Ein Teil der Welle wird reflektiert, ein Teil wird durchgelassen. Im linken Medium gilt $\varepsilon = \varepsilon_1$ und im rechten $\varepsilon = \varepsilon_2$. Ansonsten gilt überall $\mu = \mu_0$ und $\kappa = 0$. Die H-Felder der schräg laufenden Welle lassen sich mit Hilfe des Wellenvektors $\vec{k}$ und des Ortsvektors $\vec{r}$ wie folgt beschreiben. (Der Ortsvektor ist hier als Vektor in kartesischen Koordinaten aufzufassen: $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$)

Hinlaufende Welle:

$$\vec{H}_e = H_e e^{j(\omega t - \vec{k}_e \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_e = k_1 (\cos \phi_e \vec{e}_z + \sin \phi_e \vec{e}_x)$$

Reflektierte Welle:

$$\vec{H}_r = H_r e^{j(\omega t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_r = k_1 (-\cos \phi_r \vec{e}_z + \sin \phi_r \vec{e}_x)$$

Durchgelassene Welle:

$$\vec{H}_d = H_d e^{j(\omega t - \vec{k}_d \cdot \vec{r})} \vec{e}_y$$

$$\vec{k}_d = k_2 (\cos \phi_d \vec{e}_z + \sin \phi_d \vec{e}_x)$$

Hinweis: $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$ und $\Gamma = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$.

- a) Verwenden Sie für den Fall $t = 0$ und $\vec{r} = x\vec{e}_x$ die Stetigkeitsbedingung der Tangentialkomponente des H-Feldes, um die Reflexions- und Transmissionswinkel zu berechnen (Hinweis: Die Gleichung muss für alle x eine Lösung haben).
- b) Berechnen Sie für den Fall $t = 0$ und $\vec{r} = \vec{0}$ mit folgendem Zusammenhang das E-Feld:

$$\vec{E} = \Gamma \vec{H} \times \vec{e}_k$$

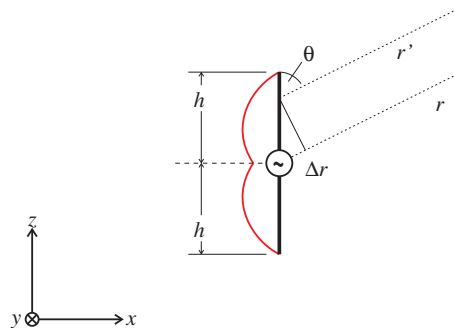
Hinweis: Da $\sin^2 + \cos^2 = 1$ ist, gilt z.B. $\vec{e}_{k_e} = \cos \phi_e \vec{e}_z + \sin \phi_e \vec{e}_x$.

- c) Stellen Sie nun die Stetigkeitsbedingungen für alle Felder auf ($t = 0$ und $\vec{r} = \vec{0}$) und berechnen Sie so H_d und H_r .
- d) Berechnen Sie für den Fall $\varepsilon_{r2} = 4$ und $\varepsilon_{r1} = 1$ den Reflexionskoeffizient $r = \frac{S_r}{S_e} = \frac{E_r^2}{E_e^2} = \frac{H_r^2}{H_e^2}$ für diese Aufgabe und für das Ergebnis aus Aufgabe 31. Zeichnen Sie $r(\phi_e)$ für beide Fälle in ein Diagramm. Anmerkung: Die relative Dielektrizität von Glas liegt im Bereich von 3,5 - 12. Was passiert also, mit an Fensterglas reflektiertem Licht?

34. Aufgabe

Gegeben ist eine lineare Dipolantenne der Höhe $2h$, mit folgender von z abhängiger Stromverteilung:

$$I = I_0 \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (h - |z|) \right)$$



- a) Das Fernfeld eines infinitesimal kleinen Dipols ist:

$$dE_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon} I \sin \theta \frac{\omega}{c_0^2 r} e^{j(\omega t - kr)} dl$$

Berechnen Sie das Fernfeld für große r , indem Sie die einzelnen Dipolbeläge über die Höhe aufintegrieren. Beachten Sie, dass die Amplitude des Stroms von z abhängt und dass mit zunehmenden z ein Wegunterschied Δr zu berücksichtigen ist. Hinweis: $\int_{z=0}^h \sin(k(h-z)) \cos(kz \cos \theta) dz = \frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos kh}{\sin^2 \theta}$

- b) Für den Pointingvektor gilt: $S \sim E^2$. Skizzieren Sie die Richtcharakteristik ($S(\theta)$) der Dipolantenne für $h = \lambda/4$, $h = \lambda/2$, $h = \lambda 3/4$, $h = \lambda$ in einem Polardiagramm (z.B. mit Maple). Hinweis: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$