Felder und Wellen

WS 2011/2012

Aufgaben zum 13. Tutorium

1. Aufgabe

Eine in x-Richtung polarisierte harmonische Welle breitet sich in einem dünnen Plasma mit N Elektronen pro Volumeneinheit aus.

a) Berechnen Sie die Dielektrizitätskonstante ε im Plasma mit Skript Kapitel 9.4.2.2.

b) Geben Sie die Wellengleichung für harmonische Wellen im Plasma an und berechnen Sie die Wellenzahl k.

c) Berechnen Sie die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit im Plasma.

d) Im Plasma breitet sich eine modulierte harmonische Welle aus zwei Einzelschwingungen

$$E_{1x}(z,t) = E_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z)$$
$$E_{2x}(z,t) = E_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z)$$

mit $\omega_1 = 11\omega_c$ und $\omega_2 = 10\omega_c$ aus. Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Hüllkurve wie im Skript Kapitel 9.5.1, sowie die Phasen und Gruppengeschwindigkeit bei ω_1 und ω_2.

2. Aufgabe

Eine ebene Welle mit dem $\vec{E}$-Feld $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \vec{e}_x$ breitet sich in einem dielektrischen Medium in positive z-Richtung aus.

a) Bei $z = 0$ trifft sie senkrecht auf die Grenzfläche zu einem 2. dielektrischen Medium. Berechnen Sie den Poynting-Vektor der einfallenden, reflektierten und transmittierten Welle, und zeigen Sie, daß an der Grenzfläche Energieerhaltung gilt.

b) Die Welle trifft bei $z = 0$ auf die Grenzfläche zu einem dünnen Plasma. Berechnen Sie die reflektierte und transmittierte Welle für $\omega \gg \omega_c$, $\omega = \omega_c$ und $\omega < \omega_c$. Bestätigen Sie die Energieerhaltung.

3. Aufgabe

Eine in y - Richtung polarisierte ebene Welle breitet sich in einem dünnen Plasma in x - Richtung aus und gehorcht folgender Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon \, \mu \, \frac{\partial^2 \vec{E}(x,t)}{\partial t^2}$$

ε in einem dünnen Plasma ist gegeben durch:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \qquad \varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \qquad \text{mit} \qquad \omega_c^2 = \frac{N_e^2}{\varepsilon_0 \, m_e}$$

a) Lösen Sie die Wellengleichung mit dem Ansatz

$$\vec{E} = E_0 \, e^{j(\omega t - kx)} \, \vec{e}_y$$

und geben Sie k als Funktion der Elektronendichte N_e an.

b) Das $\vec{H}$ - Feld der Welle hat folgende Form

$$\vec{H} = H_0 \, e^{j(\omega t - kx)} \, \vec{e}_z$$

Berechnen Sie H_0 als Funktion von E_0.

c) Berechnen Sie den komplexen Poynting - Vektor für kleines N_e $(\omega \gg \omega_c)$.

d) Was passiert wenn N_e sehr groß wird $(\omega_c > \omega)$?
Geben Sie den komplexen Poynting - Vektor an.
Wie groß ist die Energiestromdichte im Plasma?

e) Die Ionosphäre ist eine Plasmaschicht, die die Erde umgibt. Für Kurzwellen gilt $\omega < \omega_c$, in der Ionosphäre (siehe Abb.).
Warum haben Kurzwellen eine Reichweite über den Horizont hinaus?