

Schriftliche Prfung im Fach

# Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

## Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	20	18	18	17
erzielte Punkte					

## Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	<b>Note:</b>
90		



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 33 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

## Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines

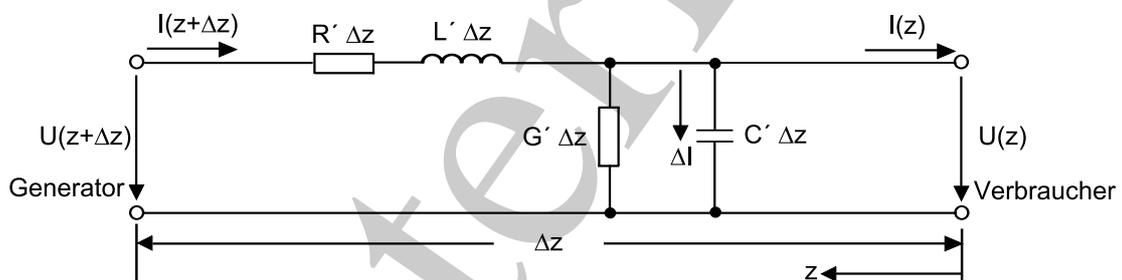
a) Nennen Sie 3 Ausbreitungsphänomene, die in einem Funkkanal auftreten können:

(3 P.)

- Streuung
- Reflexion
- Beugung
- Brechung

b) Leiten Sie anhand eines allgemeinen vollständigen Ersatzschaltbildes eines kurzen Leitungsstücks die Leitungsgleichungen her.

(6 P.)

Damit folgt aus der Maschenregel ( $\sum U = 0$ ):

$$\begin{aligned}
 U(z + \Delta z) - U(z) &= (j\omega L' + R')\Delta z \cdot I(z + \Delta z) \\
 \Leftrightarrow \frac{U(z + \Delta z) - U(z)}{\Delta z} &= (j\omega L' + R') \cdot I(z + \Delta z)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Aus der Knotenregel ( $\sum I = 0$ ) erhält man:

$$\begin{aligned}
 I(z + \Delta z) - I(z) &= (j\omega C' + G')\Delta z \cdot U(z) \\
 \Leftrightarrow \frac{I(z + \Delta z) - I(z)}{\Delta z} &= (j\omega C' + G') \cdot U(z)
 \end{aligned} \tag{2}$$

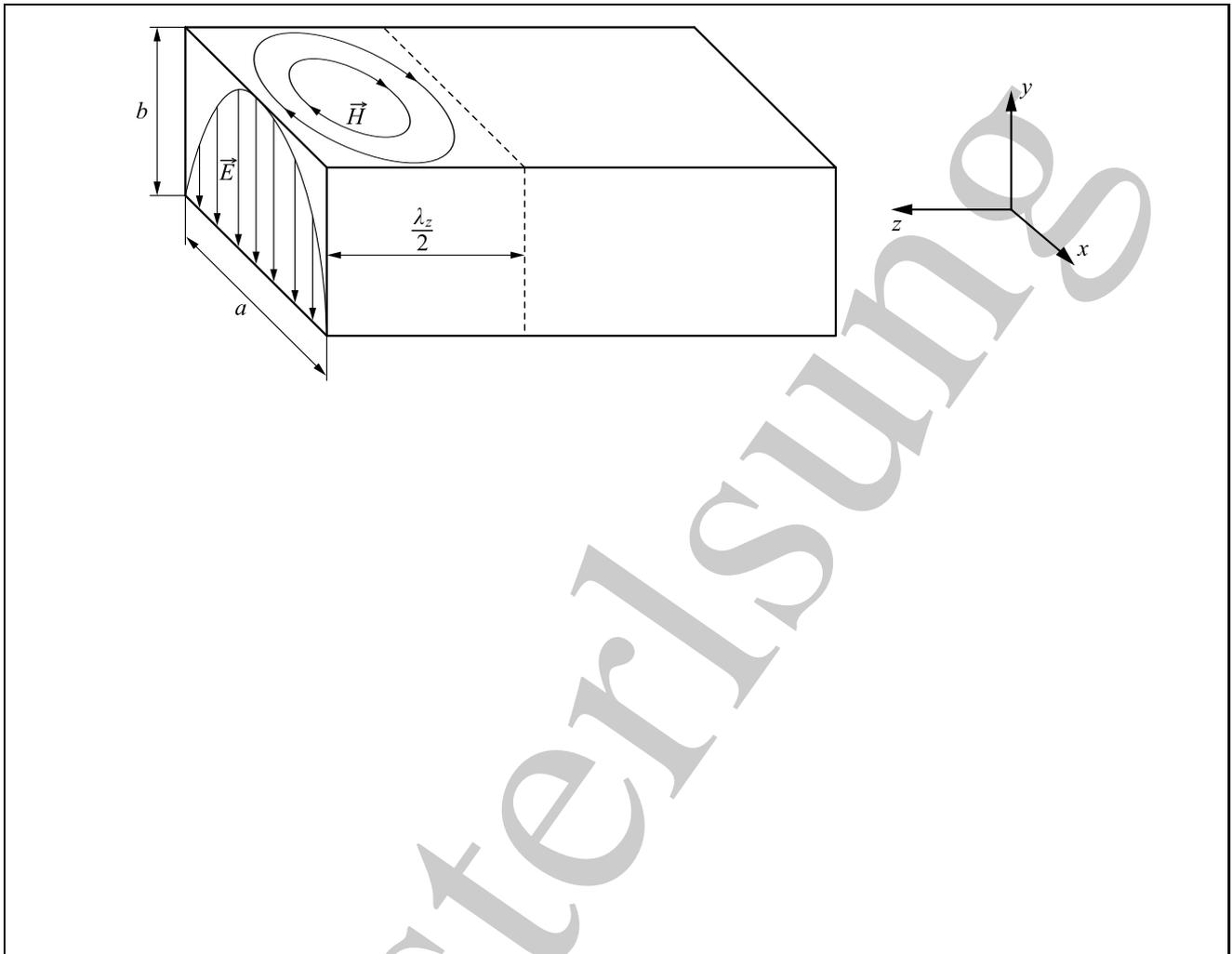
Bei dem Grenzübergang  $\Delta z \rightarrow 0$ , für eine infinitesimal kurze Länge des Leitungsabschnittes, gehen die Gleichungen (1) und (2) in ein System von gekoppelten Differentialgleichungen über, die als die *Leitungsgleichungen* oder *Telegraphengleichungen* bezeichnet werden:

$$\frac{\partial U(z)}{\partial z} = (j\omega L' + R') \cdot I(z) \quad (3)$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} = (j\omega C' + G') \cdot U(z) \quad (4)$$

Musterlösung

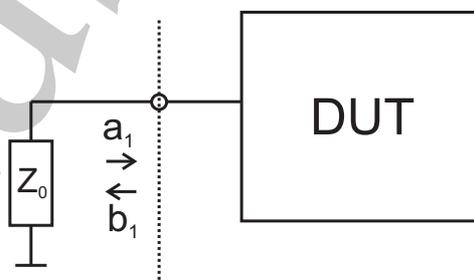
- c) Skizzieren Sie die E- und die H-Feldlinienbilder des Grundmodes in einem Rechteckhohlleiter in allen 3 Raumebenen. (3 P.)



- d) Was ist der Unterschied zwischen einer TM- (bzw. E-), TE- (bzw. H-) Welle und einer TEM-Welle? Nennen Sie jeweils eine Leitungsart, auf der diese Wellenart ausbreitungsfähig ist. (3 P.)



- TEM-Wellen: Koax.-Leiter, Mikrostreifenleitung
- TE(H) und TM(E)-Wellen: Hohlleiter
- TEM-Wellen besitzen keinerlei Feldkomponenten in Ausbreitungsrichtung, während eine TE-(bzw. H-)Welle magnetische Feldkomponenten in Ausbreitungsrichtung besitzt. TM-(bzw. E-)Wellen besitzen elektrische Feldkomponenten in Ausbreitungsrichtung.

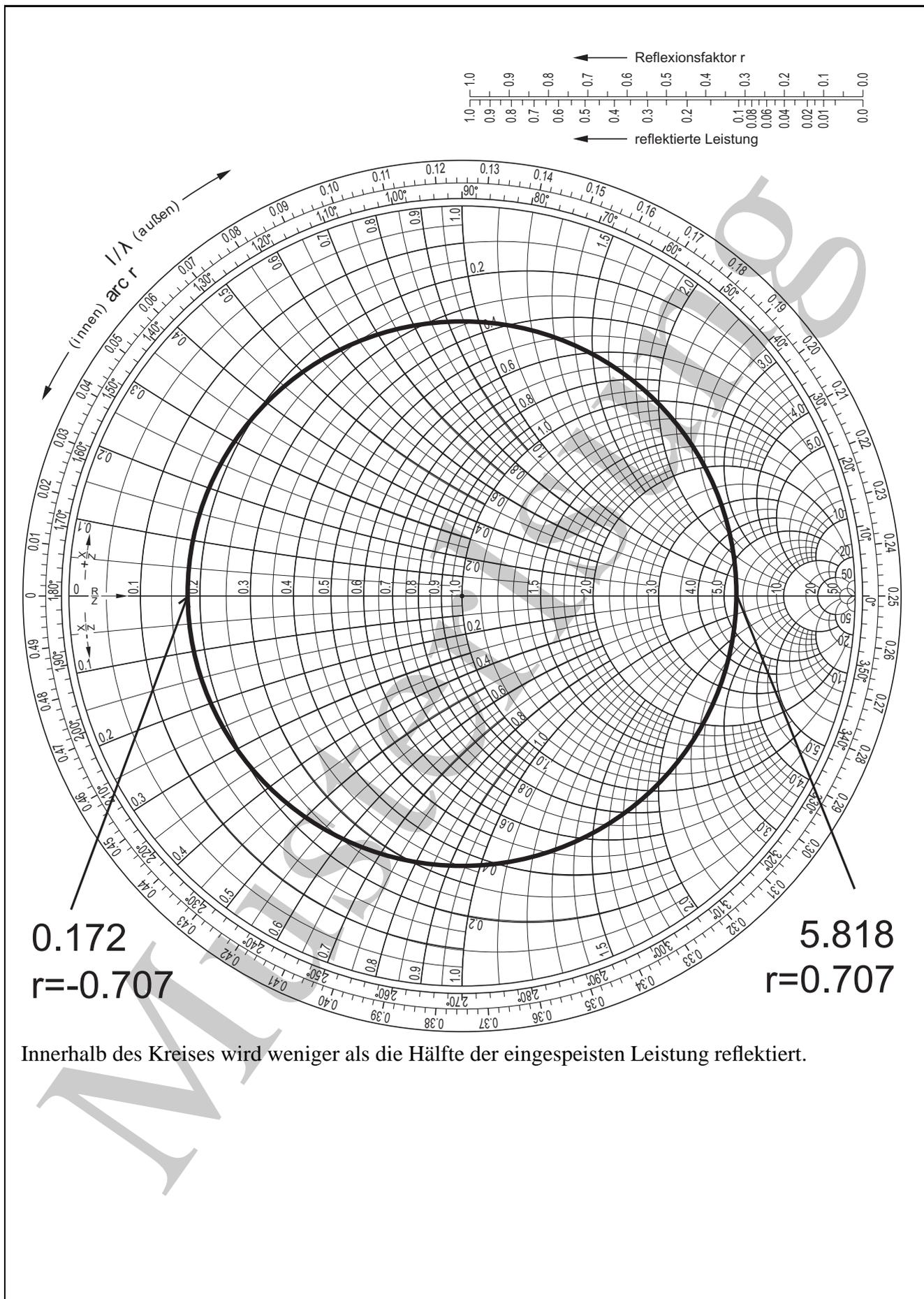


e)

Markieren Sie den Bereich im Smith-Diagramm, indem weniger als  $\frac{1}{2}$  der eingespeisten **Leistung** reflektiert wird. Der Bezugswellenwiderstand des Smith-Diagramm sei  $Z_0$ .

(2 P.)



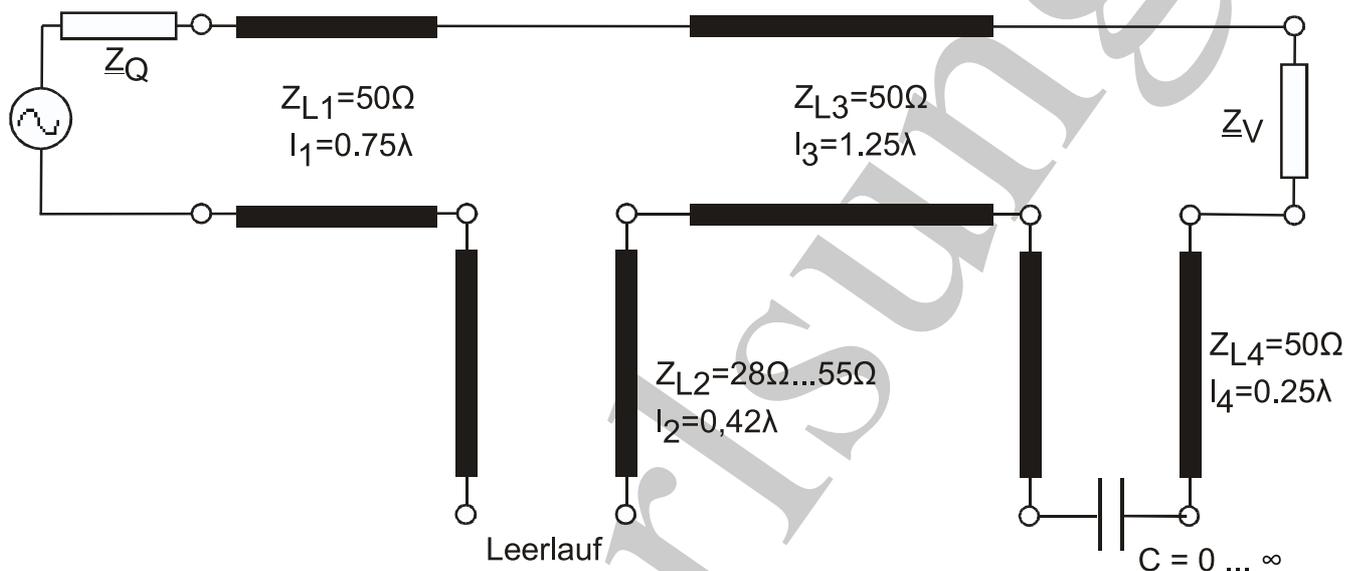


## Aufgabe 2

(gesamt 20 Punkte)

Smithdiagramm

Gegeben sei die skizzierte Transformationsschaltung mit veränderlicher Kapazität  $C$ . Der Wellenwiderstand  $Z_{L2}$  des Leitungsstücks  $l_2$  darf aus konstruktiven Gründen nur Werte zwischen  $28 \Omega$  und  $55 \Omega$  betragen. Alle anderen Leitungsstücke besitzen den reellen Wellenwiderstand  $50 \Omega$ . Der Wert der reellen Quellenimpedanz beträgt  $100 \Omega$ .



- a) Schraffieren Sie in einem Smith-Diagramm das Gebiet jener Lastimpedanz  $Z_V$ , die mit Hilfe der gegebenen Transformationsschaltung an die Quelle leistungsangepasst werden können. Begründen Sie welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen und begründen Sie ihr Vorgehen ausführlich. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muß klar erkennbar sein. (10 P.)



Serielle Stichleitungen  $\rightarrow$  Widerstandsform

$50 \Omega$  Leitungstransformation  $\rightarrow$  Bezugswiderstand  $Z_B = 50 \Omega$

Startpunkt ( $r_0$ ) einzeichnen:  $\frac{Z_Q}{Z_B} = 2$

Leitung 1 transformiert auf einem m-Kreis im UZS um  $540^\circ$  bzw.  $180^\circ$ .  $\rightarrow r_1 = 0,5$

Leitung 2 ist eine leerlaufende Stichleitung, die ein serielles Blindelement erzeugt.

$X_{S2} = -Z_{L2} \cot(\beta l_2)$

Mit  $Z_{L2} = 28 \dots 55 \Omega$  ergibt sich  $X_{S2} = 50 \dots 100 \Omega$

Bereich  $r_2$  befindet sich auf dem  $R\text{-const}=0,5$  Kreis im Bereich  $X_{S2}/50 \Omega = 1 \dots 2$

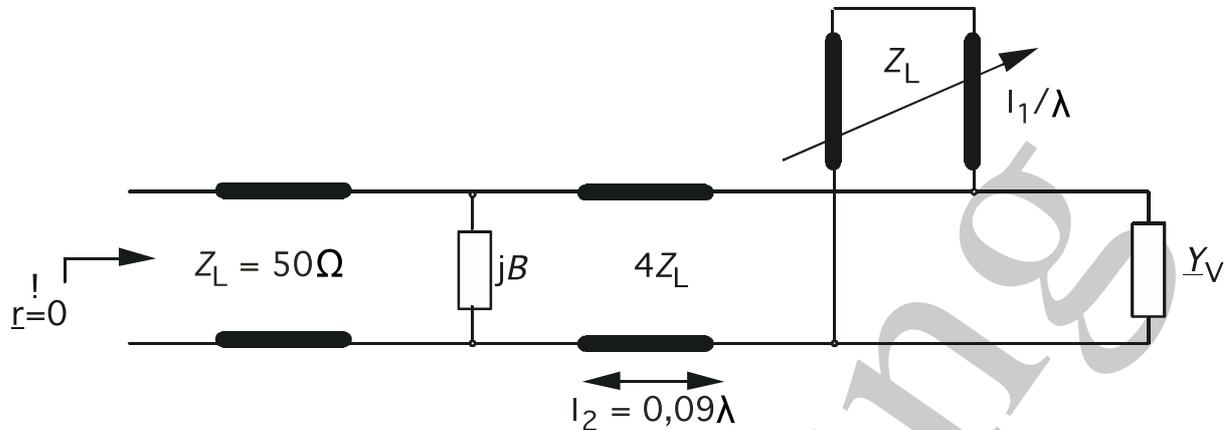
Leitung 3 ist wieder eine Leitungstrafo um  $90^\circ$  bzw.  $180^\circ \rightarrow r_3$  im S.D.

Leitung 4 transformiert eine beliebige Kapazität mit der Länge  $l = \lambda/4$ , wodurch sich eine beliebige Induktivität in Serie geschaltet ergibt.  $r_4$  liegt somit innerhalb dem Bereich, der von  $r_3$  aus mit  $R\text{-const}$ -Kreisen im UZS erreicht werden kann.

Für Leistungsanpassung ist eine konjugiert komplexe Anpassung notwendig, folglich liegt der gesuchte Bereich  $r_V$  gespiegelt zu  $r_4$ .

Musterlösung

Ein Verbraucher mit der Admittanz  $Y_V = (0,1 + j0,05)/Z_L$  soll mit einer Stichleitung und einem Blindleitwert gemäß folgendem Bild an einen Generator mit der Innenimpedanz  $Z_i = Z_L$  angepasst werden.



- b) Bestimmen Sie die Leitungslänge  $l_1/\lambda$  und den Blindleitwert  $jB$  für die breitbandigere Anpassung. Der Transformationsweg muss klar erkennbar sein. Begründen Sie, welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen. Die Transformationsschritte müssen beschrieben sein und die einzelnen Schritte müssen klar erkennbar sein. (10 P.)

Diagramm in Leitwertform wegen parallelen Elementen

Bezugswiderstand  $4Z_L = 200 \Omega$  wegen Leitungstransformation

Startpunkt einzeichnen:  $Y_V * 4Z_L = 0,4 + j0,2$

Leitung 1 kann jeden beliebigen parallelen Blindwert erzeugen  $\rightarrow$  G-const-Kreis durch  $Y_V$

Leitung 2 dreht diesen G-const-Kreis um  $0,09\lambda$

Zielpunkt eintragen:  $\frac{1}{Z_L} * 4Z_L = 4$

$jB$  ist wiederum ein beliebiges paralleles Blindelement  $\rightarrow$  G-const-Kreis mit  $G * 4Z_L = 4$

Schnittpunkt dieses Kreises mit dem gedrehten G-const-Kreis ergibt  $Y_2 \rightarrow Y_2 * 4Z_L = 4 + j2,76$

Zurückfahren auf m-Kreis um  $Y_1$  auf dem ursprünglichen G-const-Kreis zu bestimmen  $\rightarrow Y_1 * 4Z_L = 0,4 + j1,14$

Bestimmung der Bauteilwerte und Leitungslänge:

$$B = \frac{-2,76}{4Z_L} = -13,8mS$$

$$B_P = \frac{1,14-0,2}{4Z_L} = 4,7mS$$

$$\rightarrow \frac{l_1}{\lambda} = 0,287$$

Musterlösung

## Aufgabe 3

(gesamt 18 Punkte)

Stehende Wellen und Hohlleiter

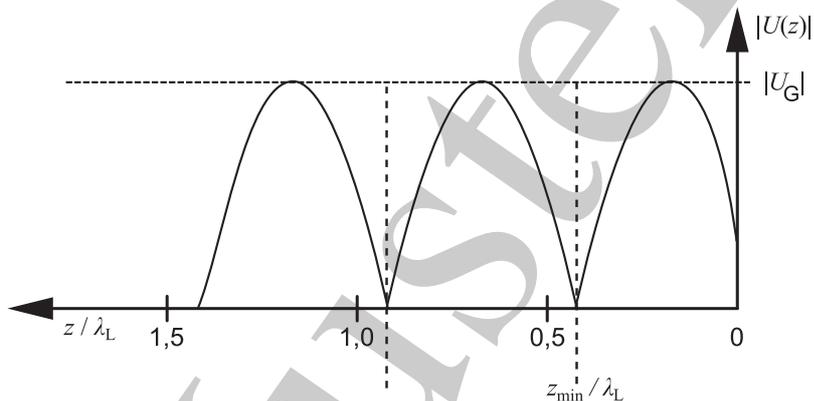
Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der skizzierten Meßleitung (Wellenwiderstand  $Z_L = \text{reell}$ ) für die Lastimpedanzen  $Z_V$  nach den Teilaufgaben a) und b) in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Die Generatorimpedanz sei  $Z_G = Z_L$ .

Benennen Sie die wesentlichen Punkte (Minima, Maxima) an den Achsen.



a) Lastfall  $Z_V = j\frac{Z_L}{2}$ :

(4P.)



Da  $Z_G = Z_L$  gilt allgemein:

$$|U_H(0)| = \frac{|U_G|}{2} \Rightarrow |U_R(0)| = |U_H(0)| (1 + |r|) = |U_G|$$

$$r = \frac{Z_V - Z_L}{Z_V + Z_L} = \frac{j\frac{1}{2} - 1}{j\frac{1}{2} + 1} = -0,6 + j0,8$$

$$\Rightarrow |r| = 1$$

$$\arg\{r\} = 0,7048\pi$$

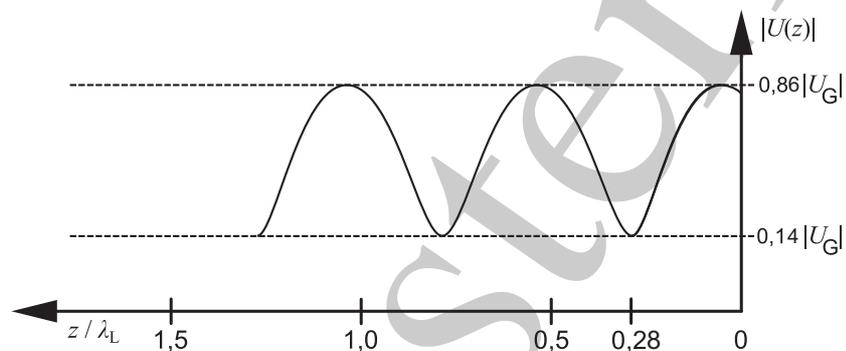
$$U(z) = \frac{|U_G|}{2} \left| 1 + e^{-j\left(\frac{4\pi}{\lambda}z - 0,7048\pi\right)} \right|$$

Minima:

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\lambda} z_{\min} - 0,7048\pi &\stackrel{!}{=} \pi + 2n\pi && \text{mit } (n \in \mathbb{Z}) \\ \frac{z_{\min}}{\lambda} &= 0,4262 \end{aligned}$$

b) Lastfall  $Z_V = (3 + j3)Z_L$ :

(4P.)



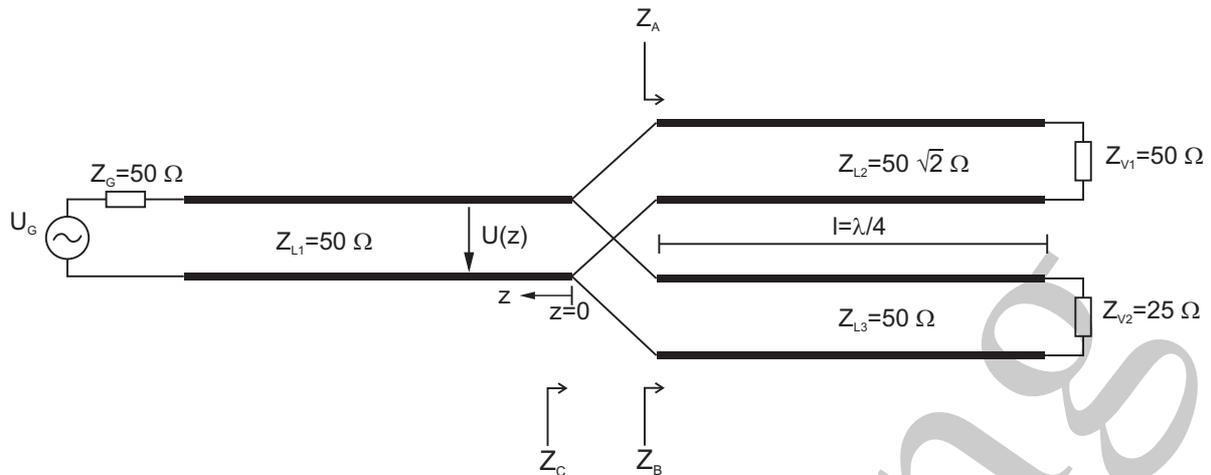
$$r(0) = \frac{3 + j3 - 1}{3 + j3 + 1} = \frac{2 + j3}{4 + j3}$$

$$|r(0)| = 0,72 \quad \arg r(0) = 0,11\pi$$

$$|U(z)| = \left| \frac{U_G}{2} \right| \cdot \left| 1 + 0,72e^{-j\left(\frac{4\pi}{\lambda}z - 0,11\pi\right)} \right|$$

Minima:

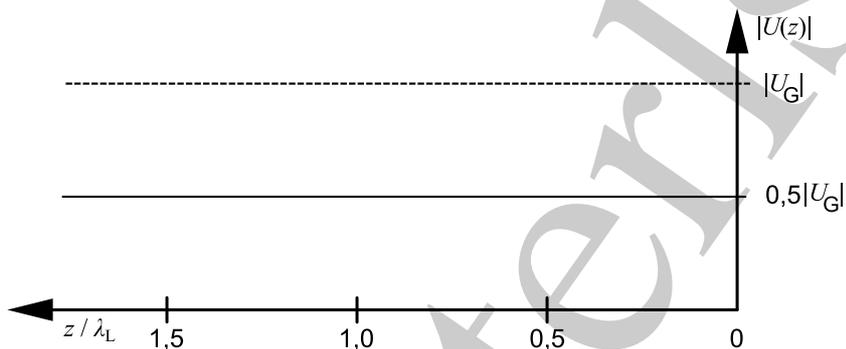
$$\begin{aligned} 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} - 0,11\pi &\stackrel{!}{=} \pi \\ \Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} &= 0,278 \end{aligned}$$



c)

(4P.)

Gegeben sei obige Schaltung. Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms! Die Generatorimpedanz sei  $Z_G = Z_{L_1}$ .



- Bestimmung der parallelen Impedanzen  $Z_A$  und  $Z_B$  an der Stelle  $z = 0$ :

$$Z_A = \frac{Z_{L_2}^2}{Z_{V_1}} = 100 \Omega$$

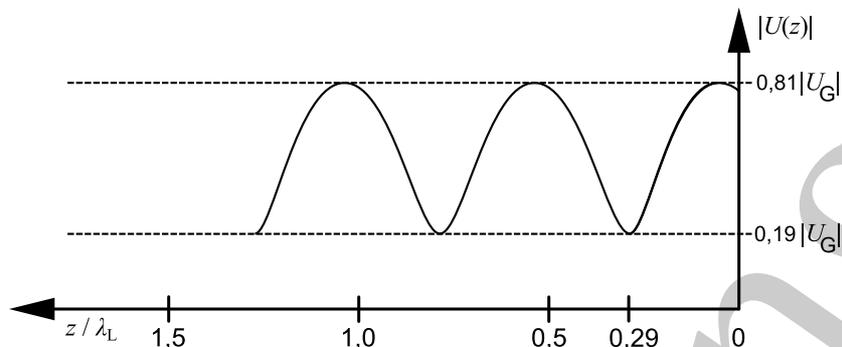
$$Z_B = \frac{Z_{L_3}^2}{Z_{V_2}} = 100 \Omega$$

$$Z_C = \frac{Z_A \cdot Z_B}{Z_A + Z_B} = 50 \Omega$$

$$Z_C = Z_{L_1} \Rightarrow \text{Es existiert keine stehende Welle auf Leitung 1 } (Z \geq 0).$$

- Die Einhüllende der Spannungsamplitude sieht wie folgt aus:

- d) Eine Mikrostreifenleitung wird mit einer Impedanz  $Z_V$  abgeschlossen. Es ergibt sich die folgende abgetastete Spannungamplitude entlang der Leitung. (6 P.)



Berechnen Sie  $Z_V$  und geben Sie an mit welchen Bauteilen (inkl. deren Werte) solch ein Abschluss realisiert werden kann. Die Wellenlänge auf der Leitung betrage  $\lambda_L = 0,3$  m und das  $\epsilon_{r,\text{eff}}$  der Leitung sei 2,3. Der Wellenwiderstand der Leitung ( $Z_L$ ) sei  $50 \Omega$ .

$$m = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{0,19 |U_G|}{0,81 |U_G|} = 0,2346$$

$$r = \frac{1 - m}{1 + m} = 0,62$$

$$\arg\{r\} = 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda_L} - n\pi$$

mit  $z_{\min} = 0,29\lambda_L$  und  $n = 1$  folgt:

$$\arg\{r\} = 0,16\pi$$

$$r = 0,62e^{j0,16\pi}$$

$$Z_2 = Z_L \frac{1 + r}{1 - r} \approx Z_L (2,0673 + j2,0061)$$

$$R = \text{Re}\{Z_2\} = 103,4 \Omega$$

$$j\omega L = j2,0061 Z_L$$

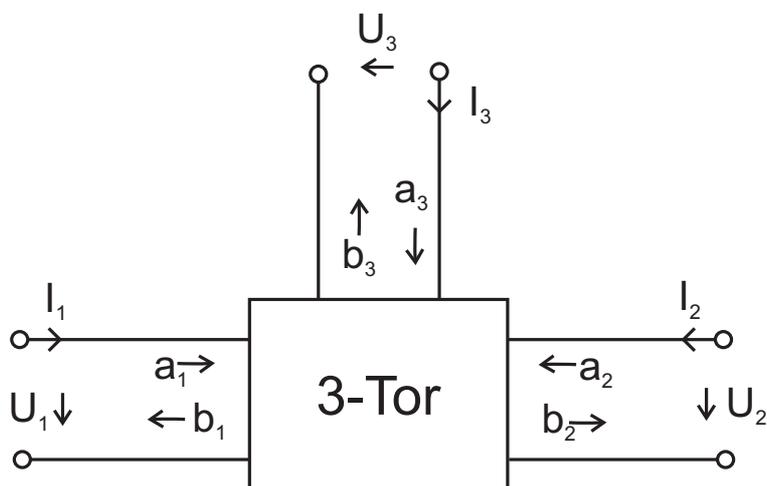
$$f = \frac{c_0}{\lambda_L \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}} = 659,4 \text{ MHz}$$

$$L = 29 \text{ nH}$$

Musterlösung

## Aufgabe 4

(gesamt 18 Punkte)

S-Parameter

a) Wie sind die folgenden Parameter eines 3-Tors definiert?

(3 P.)

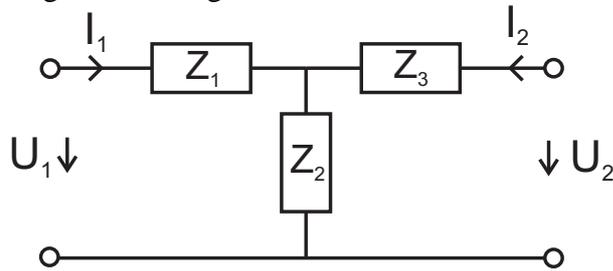


- $Z_{21}$
- $Y_{11}$
- $S_{32}$

- $Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0, I_3=0}$
- $Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{U_2=0, U_3=0}$
- $S_{32} = \frac{b_3}{a_2} \Big|_{a_1=0, a_3=0}$

Musterlösung

b) Gegeben sei folgendes 2-Tor:



(4P.)



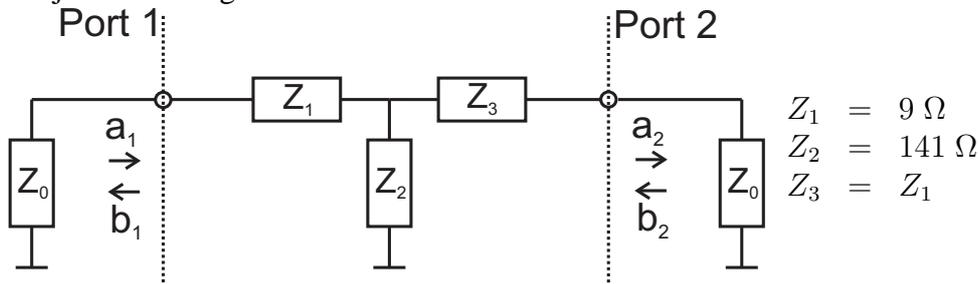
Bestimmen Sie die Z-Parameter des 2-Tors.

Ist das 2-Tor symmetrisch umkehrbar wenn folgendes gilt:  $Z_1 = Z_3$ ?

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow Z_{11} = \frac{I_1 \cdot (Z_1 + Z_2)}{I_1} = Z_1 + Z_2 \\
 Z_{12} &= \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow U_1 = I_2 \cdot Z_2 \Rightarrow Z_{12} = Z_2 \\
 Z_{21} &= \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot Z_2 \Rightarrow Z_{21} = Z_2 \\
 Z_{22} &= \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow Z_{22} = \frac{I_2 \cdot (Z_3 + Z_2)}{I_2} = Z_2 + Z_3
 \end{aligned}$$

- Unter der Voraussetzung, dass  $Z_1 = Z_3$ , ergibt sich das  $Z_{12} = Z_{21}$  und  $Z_{22} = Z_{11}$  ist.  $\Rightarrow$  Das 2-Tor ist symmetrisch umkehrbar.

Ab jetzt wird folgendes 2-Tor betrachtet:



Der Bezugswellenwiderstand von Port 1 und Port 2 ist als  $Z_0 = 50 \Omega$  definiert.

- c) Wird weniger als  $\frac{1}{100}$  der an Port 1 eingespeisten Leistung ( $a_1$ ) reflektiert? Geben Sie zusätzlich den Reflexionsfaktor in dB an. (3 P.)

Sollten Sie Aufgabenteil b nicht gelöst haben, können Sie mit folgenden Z-Parametern weiterrechnen:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \Omega & 141 \Omega \\ 141 \Omega & 150 \Omega \end{bmatrix}$$

- Berechnung von  $S_{11}$ :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}} \\ &= \frac{((Z_1 + Z_2) - Z_0)((Z_2 + Z_3) + Z_0) - Z_2^2}{((Z_1 + Z_2) + Z_0)((Z_2 + Z_3) + Z_0) - Z_2^2} \\ &= 5,9 \cdot 10^{-3} \Rightarrow S_{11}|_{dB} = 20 \log_{10}(5,9 \cdot 10^{-3}) = -44,6 \text{ dB} \end{aligned}$$

- Es wird weniger als  $\frac{1}{100}$  der an Port 1 eingespeisten Leistung reflektiert.

d) Ein Signal durchläuft das 2-Tor von Tor 1 nach Tor 2. Wie groß sind die Spannungs- und Leistungsdämpfung in dB?

(3 P.)

Wie oft muss man das 2-Tor mindestens hintereinander schalten, um ein Signal, welches das 2-Tor jeweils von Tor 2 nach Tor 1 durchläuft, um mindestens 6 dB zu dämpfen?



- Berechnung von  $S_{21}$ :

$$S_{21} = \frac{2 \cdot Z_{21} Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12} Z_{21}}$$

$$= \frac{2 Z_2 Z_0}{((Z_1 + Z_2) + Z_0)((Z_2 + Z_3) + Z_0) - Z_2^2}$$

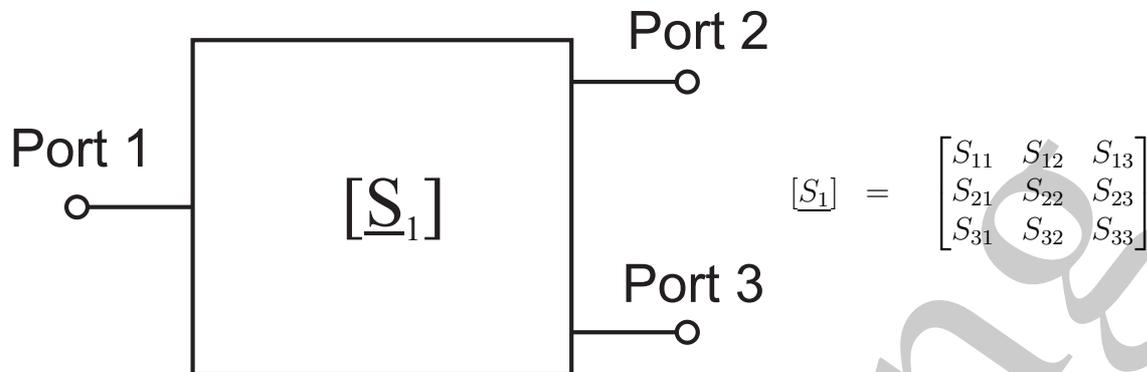
$$= 0,701 \Rightarrow S_{21}|_{dB} = 20 \log_{10}(0,701) = -3,09 \text{ dB}$$

- Beim Durchlauf durch das 2-Tor verliert ein Signal 3 dB bzw. die Hälfte seiner Leistung.
- Wenn man das 2-Tor zweimal hintereinander hängt, ergibt sich eine Dämpfung von  $\geq 6$  dB für ein das 2-Tor durchlaufendes Signal.

Musterlösung

e) Gegeben sei folgende S-Parameter Matrix eines 3-Tors:

(5 P.)



Bestimmen Sie die S-Parameter mit Hilfe der folgenden Angaben:

- Port 1 bis Port 3 haben eine Anpassung (Reflexionsfaktor) von -20 dB.
- Die an Port 1 bis Port 3 reflektierten Signale werden an den Ports um  $180^\circ$  gedreht.
- Die Leistung eines an Port 1 eingespeisten Signals teilt sich gleichmäßig auf Port 2 und Port 3 auf.
- Das 3-Tor ist passiv und verlustlos.
- Ein Signal, das von einem Port zu einem anderen Port transmittiert wird, unterliegt einer Verzögerung von einer  $\frac{1}{4}$  Periodendauer.
- Port 2 und Port 3 sind ideal entkoppelt. (Es findet keine Transmission zwischen beiden Ports statt.)

MUSTERLSUNG

- Punkt 1:

$$|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}| = 10^{-\frac{20}{20}} = \frac{1}{10}$$

- Punkt 2:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = \frac{1}{10} \cdot e^{-j180^\circ}$$

- Punkt 3 und Punkt 4:

Leistungserhaltung:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 = 1$$

$$|S_{21}|^2 = |S_{31}|^2 \Rightarrow |S_{21}|^2 = \frac{1 - |S_{11}|^2}{2}$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{1 - \frac{1}{100}}{2} = 0.495 \Rightarrow |S_{21}| = |S_{31}| = 0.704$$

- Punkt 5:

$$S_{21} = 0.704 \cdot e^{-j90^\circ}$$

- Punkt 6:

$$S_{31} = 0.704 \cdot e^{-j90^\circ}$$

- Punkt 7, Punkt 4, Punkt 5 und Punkt 6:

$$S_{12} = 0,99 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ und } S_{13} = 0,99 \cdot e^{-j90^\circ}$$

- Punkt 7:

$$S_{32} = S_{23} = 0$$

$$[|S_{1}|] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{10} & 0,99 \cdot e^{-j90^\circ} & 0,99 \cdot e^{-j90^\circ} \\ 0,704 \cdot e^{-j90^\circ} & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0,704 \cdot e^{-j90^\circ} & 0 & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

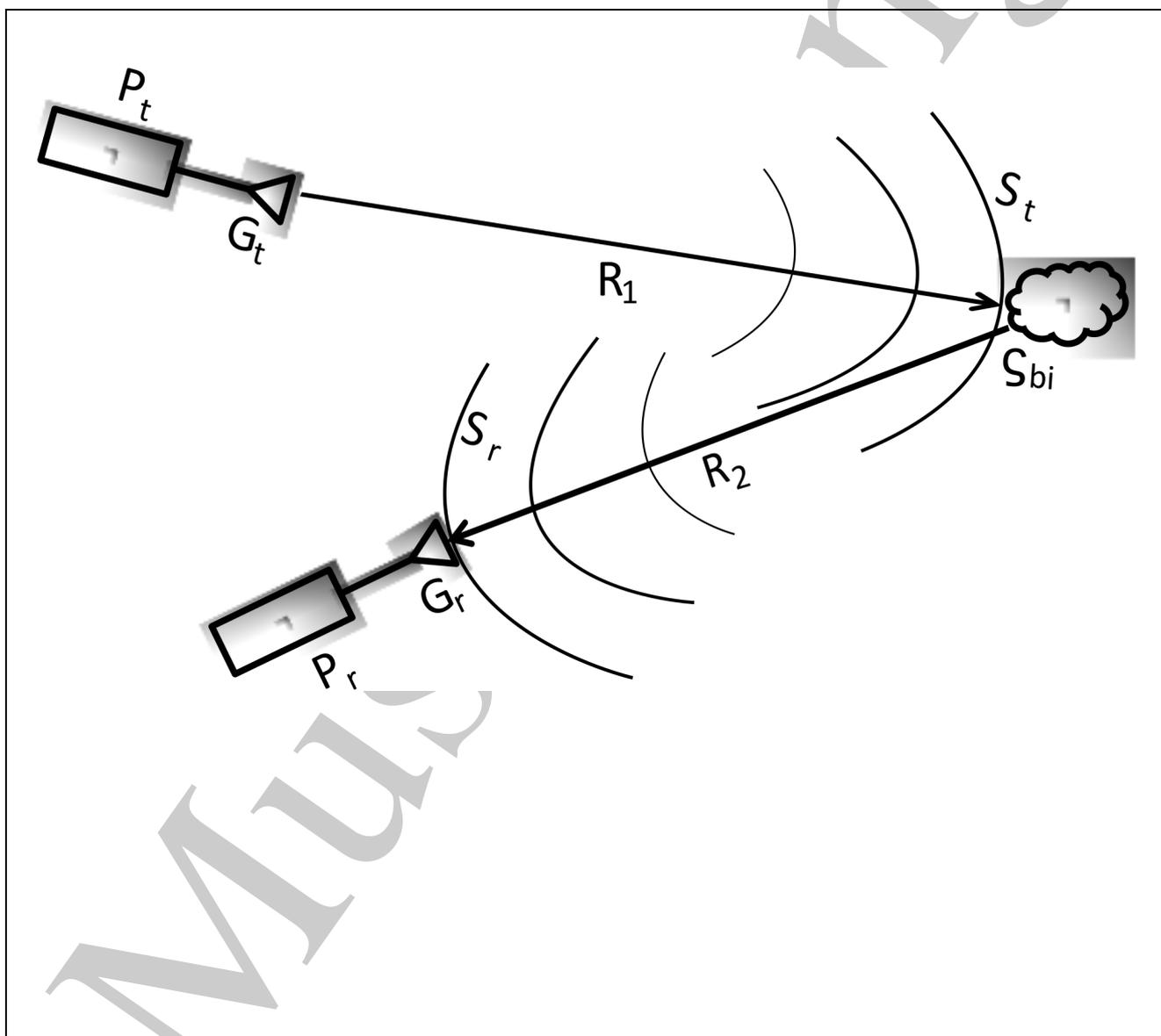
**Aufgabe 5**

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellensysteme

- a) Leiten Sie an Hand der unten stehenden Skizze die bistatische Radargleichung her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung  $P_t$  und dem Antennengewinn  $G_t$  im Abstand  $R_1$  vom Ziel, sowie dem Empfänger mit dem Antennengewinn  $G_r$  im Abstand  $R_2$  vom Ziel. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und ergänzen Sie die Skizze sinngemäß.

(5 P.)



Strahlt der Sender eine Leistung  $P_t$  durch die Antenne mit dem Gewinn  $G_t$  ab, so beträgt die Leistungsdichte  $S_t$  an einem Ziel in der Entfernung  $R_1$

$$S_t = \frac{P_t G_t}{4\pi R_1^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Empfänger zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma_{bi}}{4\pi R_2^2} = \frac{P_t G_t \sigma_{bi}}{(4\pi R_1 R_2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_W = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma_{bi}}{(4\pi)^3 R_1^2 R_2^2}.$$

Gegeben ist ein bistatisches Radar-System, dessen Sender bei einer Frequenz von 10 GHz eine Sendeleistung von 30 dBm aufweist. Die Sende-Antenne hat einen Gewinn von 20 dBi. Die Empfangs-Antenne hat einen Gewinn von 16 dBi. Die Hauptkeulen beider Antennen zeigen jeweils zum Ziel, das  $R_1 = 5$  km bzw.  $R_2 = 3$  km entfernt liegt.

- b) Die Nebenkeulen der Sende- und Empfangsantennen, die jeweils zum Empfänger bzw. Sender zeigen sind jeweils 30 dB gegenüber der Hauptstrahlrichtung unterdrückt. Der Abstand zwischen Sender und Empfänger beträgt  $R_3 = 4$  km. Wie groß muss der Radarrückstreuquerschnitt des Ziels mindestens sein um im Empfänger eine höhere Empfangsleistung zu erzeugen, als das vom Sender direkt empfangene Signal?

(5 P.)



Umrechnen in lineare Gren:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 0,03 \text{ m}$$

$$G_t = 100$$

$$G_{t,\text{neben}} = 0,1$$

$$G_r = 40$$

$$G_{r,\text{neben}} = 0,04$$

$$P_t = 1 \text{ W}$$

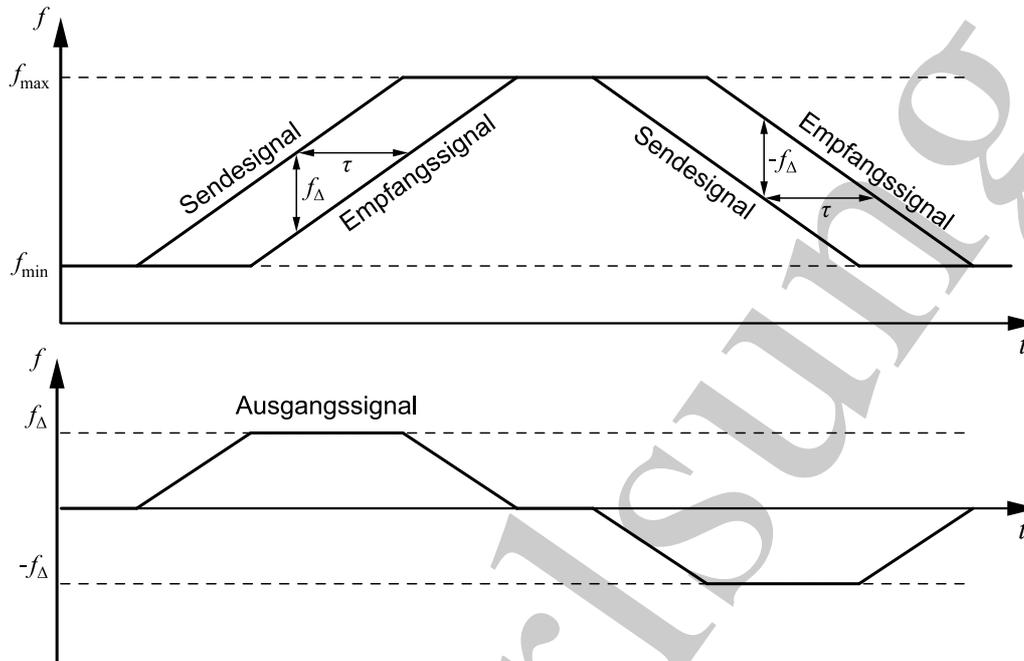
Berechnen der direkt vom Sender empfangenen Leistung:

$$P_{r,\text{direkt}} = \frac{P_t G_{t,\text{neben}} G_{r,\text{neben}} \lambda^2}{(4\pi R_3)^2} = 1,42 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

Umstellen der bistatischen Radargleichung nach  $\sigma$ :

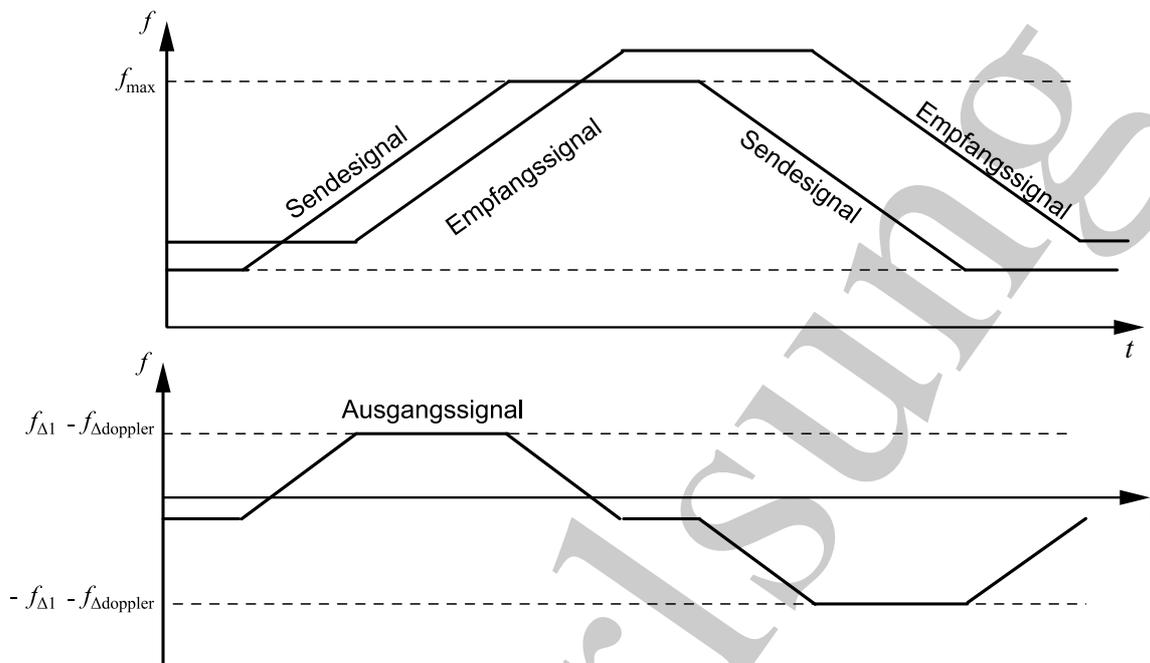
$$\sigma \geq \frac{P_{r,\text{direkt}} (4\pi)^3 R_1^2 R_2^2}{P_t G_t G_r \lambda^2} = 176,7 \text{ m}^2$$

- c) Ein FMCW-Radar sendet ein frequenzmoduliertes Signal wie in untenstehender Skizze. Ergänzen Sie die Skizze mit einem Empfangssignal, das durch ein unbewegliches Ziel im Abstand  $R$  erzeugt wird. Tragen Sie in das Diagramm unterhalb die Frequenzdifferenz aus Sende- und Empfangssignal ein und beschreiben Sie in Stichpunkten wie der Abstand  $R$  des Zielobjekts aus diesem Differenzsignal bestimmt werden kann. (3 P.)



Das Empfangssignal entspricht dem um  $\tau$  verzögerten Sendesignal, wobei sich  $\tau$  aus der Signallaufzeit des Radarsignals ergibt mit  $\tau = \frac{2R}{c_0}$ . Bei bekanntem Frequenzsweep kann aus der Frequenzdifferenz  $f_\Delta$  am Mischerausgang die Signallaufzeit und dadurch die Entfernung des Ziels bestimmt werden.

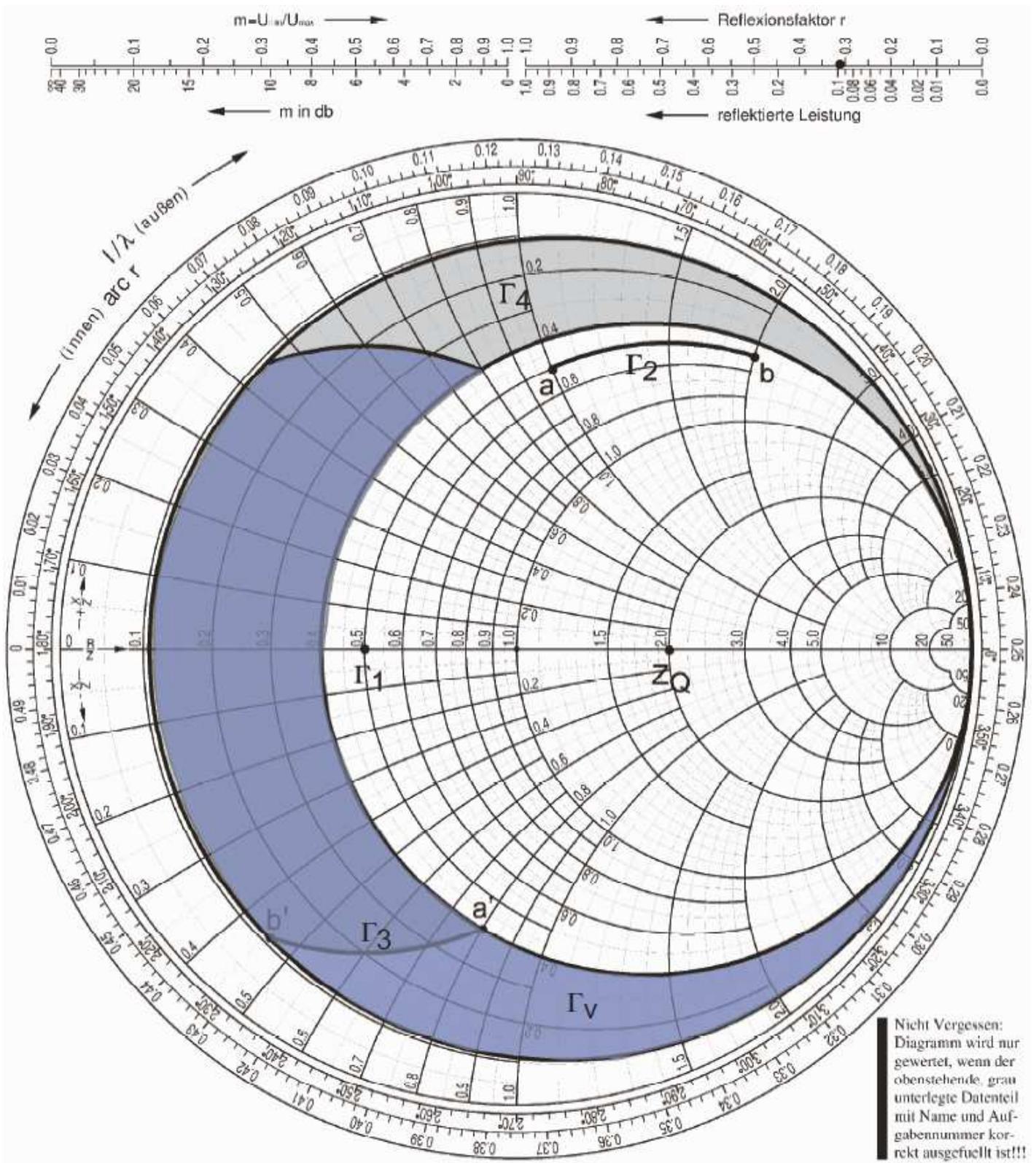
- d) Nun bewegt sich das Ziel im Abstand  $R$  zusätzlich auf das Radarsystem zu. Ergänzen Sie die Skizze nun mit dem Empfangssignal, dass durch das bewegte Ziel erzeugt wird. Tragen Sie ebenfalls in das Diagramm unterhalb die Frequenzdifferenz aus Sende- und Empfangssignal ein und beschreiben Sie in Stichpunkten wie der Abstand  $R$  sowie die Geschwindigkeit  $v$  des Zielobjekts aus diesem Differenzsignal bestimmt werden können. (4P.)



Für das bewegte Ziel ergibt sich wie im vorherigen Aufgabenteil ein Empfangssignal als verzerrtes Sendesignal. Zusätzlich ist das Empfangssignal durch die Bewegung um einen positiven Dopplerranteil in der Frequenz nach oben verschoben. Während des Up- und des Down-Sweeps ergeben sich deshalb zwei unterschiedliche Differenzfrequenzen. Der Abstand des Objekts kann nun durch  $(f_{\Delta 1} - f_{\Delta \text{doppler}}) - (-f_{\Delta 1} - f_{\Delta \text{doppler}}) = 2f_{\Delta 1}$  bestimmt werden und die Geschwindigkeit aus  $(f_{\Delta 1} - f_{\Delta \text{doppler}}) + (-f_{\Delta 1} - f_{\Delta \text{doppler}}) = -2f_{\Delta \text{doppler}}$ .

zugehörige  
Aufgabennummer: 2a

Widerstandsform  
Bezugswiderstand  $Z_B = 50 \Omega$



**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!



MUSTERLSUNG

**Impedanz**  $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$  **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

**Kompensation mit dualen Elementen**

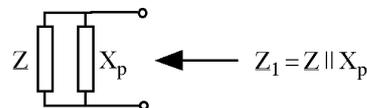
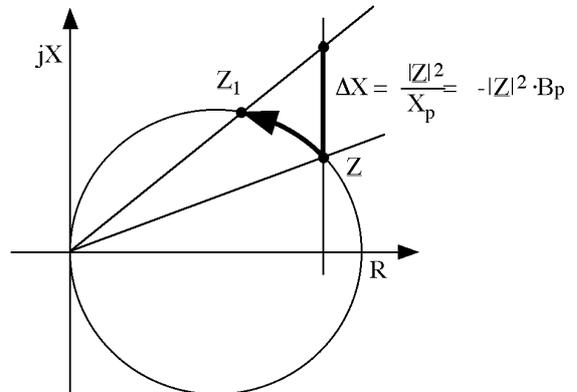


Bedingungen für Kompensation:  $X_s = R^2 \cdot B_p$

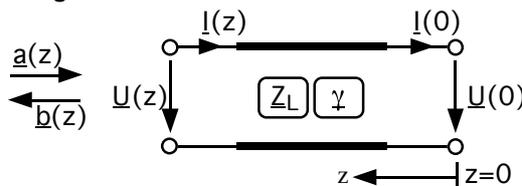
Frequenzfaktor:  $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz:  $|F(f_k)| = 1$

**Hilfskonstruktion zur Transformation**



**Leitungen**



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

**Koaxialleitung**

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

**ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)**

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

**schwach gedämpfte Leitungen ( $R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$ )**

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left( \frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

**Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)**

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

**Eindringtiefe s**

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

**Reflexionsfaktor r**

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

**Reflexionsfaktor  $\rightarrow$  Impedanz**

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

**Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis**

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

**Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung  $P_w$**

mit:  $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

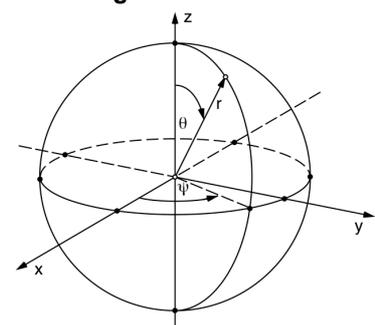
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

**Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung**

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Big|_{\alpha=0}$$

**Kugelkoordinaten**



Azimuth:  $\psi$       Elevation:  $\theta$

Volumen:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$       Oberfläche:  $F = 4 \pi r^2$

**Konstanten**

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
$S_{11}$	$S_{11}$	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
$S_{12}$	$S_{12}$	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
$S_{21}$	$S_{21}$	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
$S_{22}$	$S_{22}$	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
$Z_{11}$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{11}$	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
$Z_{12}$	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{12}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
$Z_{21}$	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{21}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
$Z_{22}$	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{22}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
$Y_{11}$	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{11}$	$\frac{D}{B}$	
$Y_{12}$	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{12}$	$\frac{BC - AD}{B}$	
$Y_{21}$	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{21}$	$\frac{-1}{B}$	
$Y_{22}$	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{22}$	$\frac{A}{B}$	
$A$	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$A$	
$B$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$B$	
$C$	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	$C$	
$D$	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$D$	
$T_{11}$	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				$T_{11}$
$T_{12}$	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				$T_{12}$
$T_{21}$	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				$T_{21}$
$T_{22}$	$\frac{1}{S_{21}}$				$T_{22}$