Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
erreichbare Punkte	18	17	14	14	18
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	**Note:**
81		

Musterlösung

Institut für Hochfrequenztechnik und Elektronik

1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.

2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.

3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.

4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden**. In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.

5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.

6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.

7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.

8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.

9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 35 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.

10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Musterlösung

Aufgabe 1

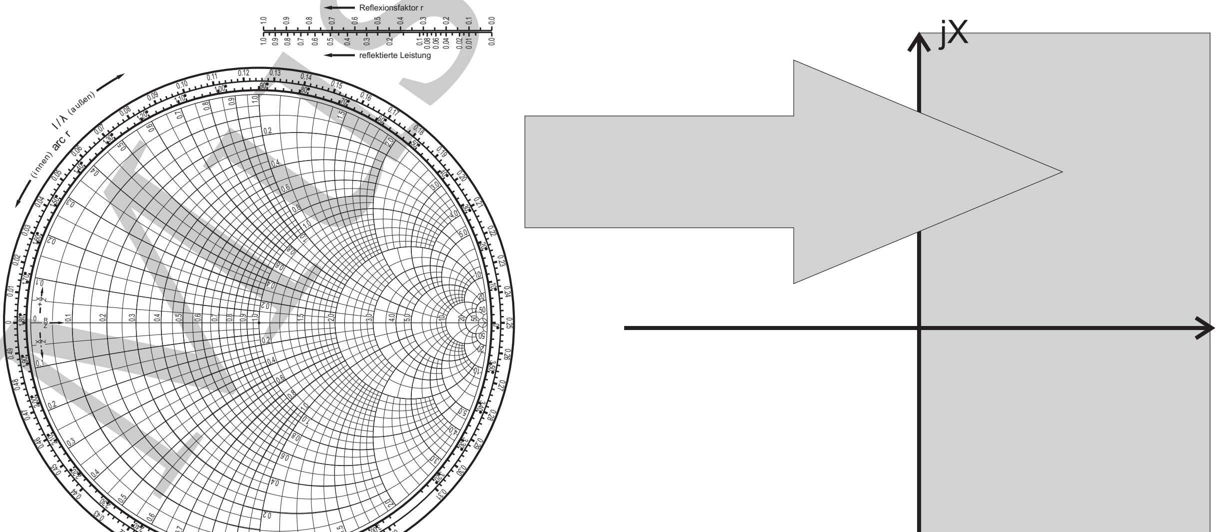
*(gesamt **18** Punkte)*

Allgemeines

a) Mikroprozessoren erreichen heute Taktraten von mehr als 3 GHz. Sie bestehen aus einfachen Reihen- und Parallelschaltungen von Transistoren. Der niederohmige Ausgang (Drain) eines Transistors wird in den Prozessoren direkt mit dem hochohmigen Eingang (Gate) des nachfolgenden Transistors verbunden. Wieso ist es trotz der hohen Schaltfrequenzen nicht zwingend notwendig, eine Anpassung zwischen den Transistoren zu realisieren? *(1 P.)*

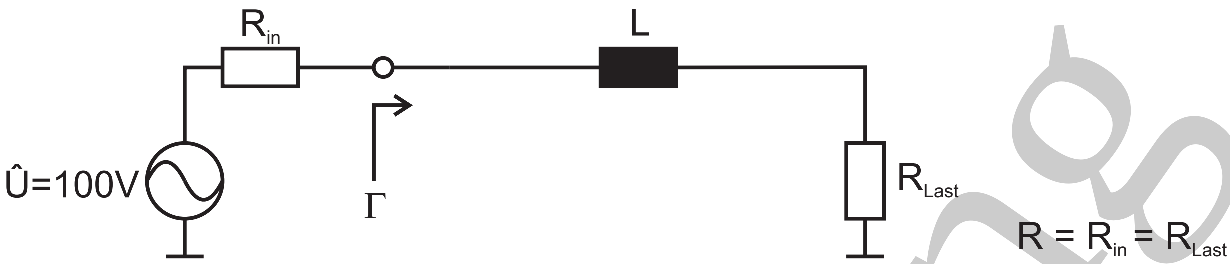
Ob eine Schaltung als Hochfrequenzschaltung ausgelegt werden muss oder nicht, hängt maßgeblich von deren geometrischer Ausdehnung im Vergleich zur Wellenlänge ab. Die geometrische Entfernung einzelner Transistoren auf den Prozessoren ist deutlich kleiner als die geführte Wellenlänge eines 3 GHz Signals auf Silizium.

b) Markieren Sie im Diagramm der Widerstandsebene den Bereich der innerhalb des Smith-Charts liegt. *(1 P.)*



Musterlösung

c) Ein Generator mit $U = 100$ V Spannungsamplitude und $R_{in} = 50\ \Omega$ Innenwiderstand, speist einen Verbraucher bestehend aus $R_{Last} = 50\ \Omega$ Last und L = 1 nH parasitärer Induktivität. ***(2 P.)***



Bestimmen Sie die vom Generator an die Last abgegebene Leistung, unter der Annahme, dass die Induktivität vernachlässigt werden kann.

$$P_{in} = \frac{(\frac{(\hat{U})}{2\cdot\sqrt{2}})^2}{2\cdot R} = \frac{\hat{U}^2}{8\cdot R} = \frac{10000}{400} = \underline{25\ \mathrm{W}}$$

d) Wie groß darf der Betrag des Reflexionsfaktor $|\Gamma|$ maximal sein, falls mindestens 20 W an den Verbraucher abgegeben werden sollen? ***(2 P.)***
(Sollten Sie Aufgabenteil c nicht gelöst haben, gehen Sie davon aus, dass im Fall von Leistungsanpassung 25 W an die Last abgegeben werden.)

$$P_{out} = P_{in}\cdot(1-|\Gamma|^2) \Rightarrow |\Gamma| = \sqrt{1-\frac{P_{out}}{P_{in}}} = \sqrt{1-\frac{20\ \mathrm{W}}{25\ \mathrm{W}}} = \underline{\sqrt{\frac{1}{5}}}$$

Musterlösung

e) Bis zu welcher Grenzfrequenz werden mindestens $20\ \mathrm{W}$ an den Verbraucher abgegeben, falls die Induktivität nicht vernachlässigt wird? *(4 P.)*

$\Gamma = \frac{R+j\omega L-R}{R+j\omega L+R} \Rightarrow |\Gamma|^2 = \frac{|\omega L|^2}{|2R|^2+|\omega L|^2} \Rightarrow |\omega L|^2 = \frac{|2R|^2 \cdot |\Gamma|^2}{1-|\Gamma|^2} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi L} \frac{|2R| \cdot |\Gamma|}{\sqrt{1-|\Gamma|^2}}$

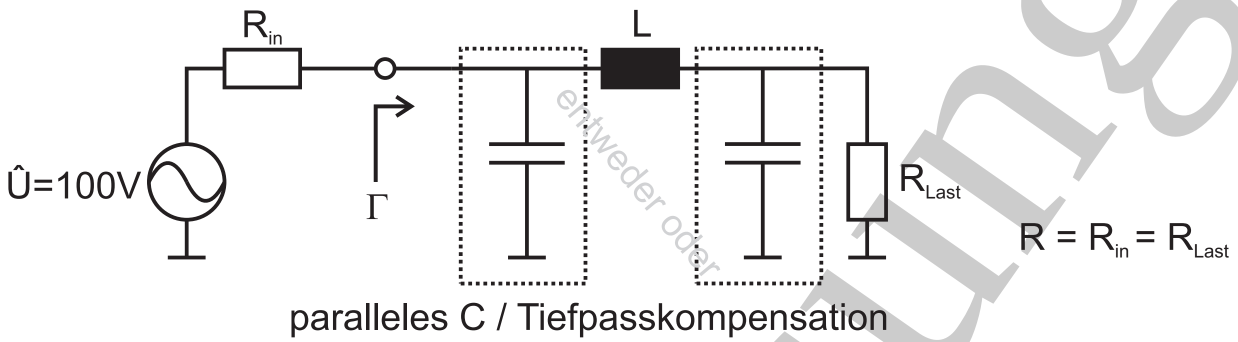
nun Ergebnis aus d.) einsetzen:

$f = \frac{1}{2\pi L} \frac{|2R| \cdot \sqrt{1-\frac{P_{out}}{P_{in}}}}{\sqrt{\frac{P_{out}}{P_{in}}}} = \underline{7{,}957\ \mathrm{GHz}}$

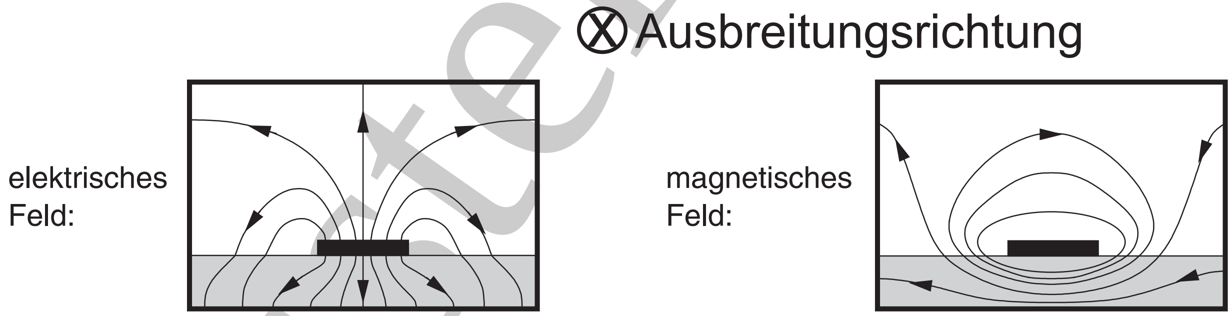
Musterlösung

f) Durch welches Bauelement kann man die parasitäre Induktivität kompensieren, um die Grenzfrequenz zu höheren Frequenzen zu verschieben? Zeichnen Sie das Bauteil in das Diagramm der Aufgabenstellung ein. Wie nennt sich diese Art von Kompensation? *(2 P.)*

Durch ein paralleles C vor oder nach der seriellen Induktivität lässt sich eine Tiefpasskompensation aufbauen:



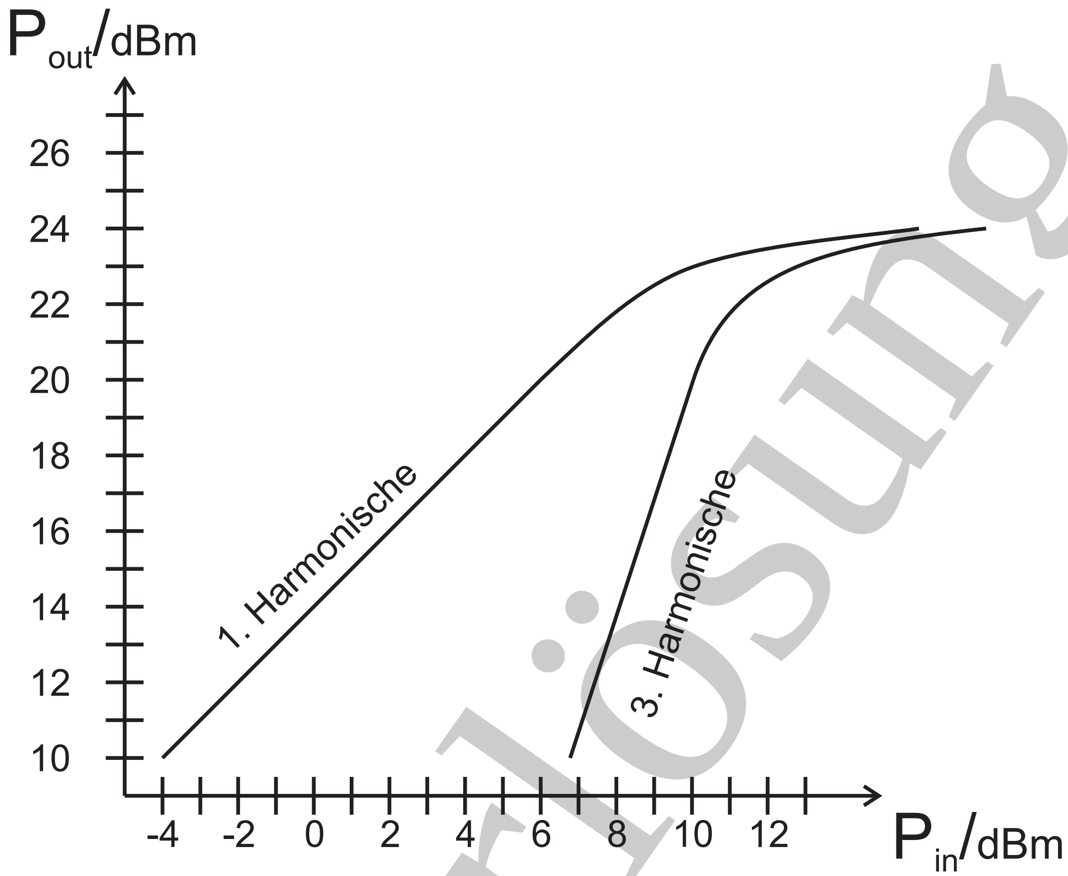
g) Zeichnen Sie einen Querschnitt durch eine Mikrostreifenleitung inklusive der E- und H-Felder. Achten Sie darauf das alle wichtigen Eigenschaften zu erkennen sind. Markieren Sie auch die Ausbreitungsrichtung der Welle. *(3 P.)*



Die Welle breitet sich in die Blattebene aus.

Musterlösung

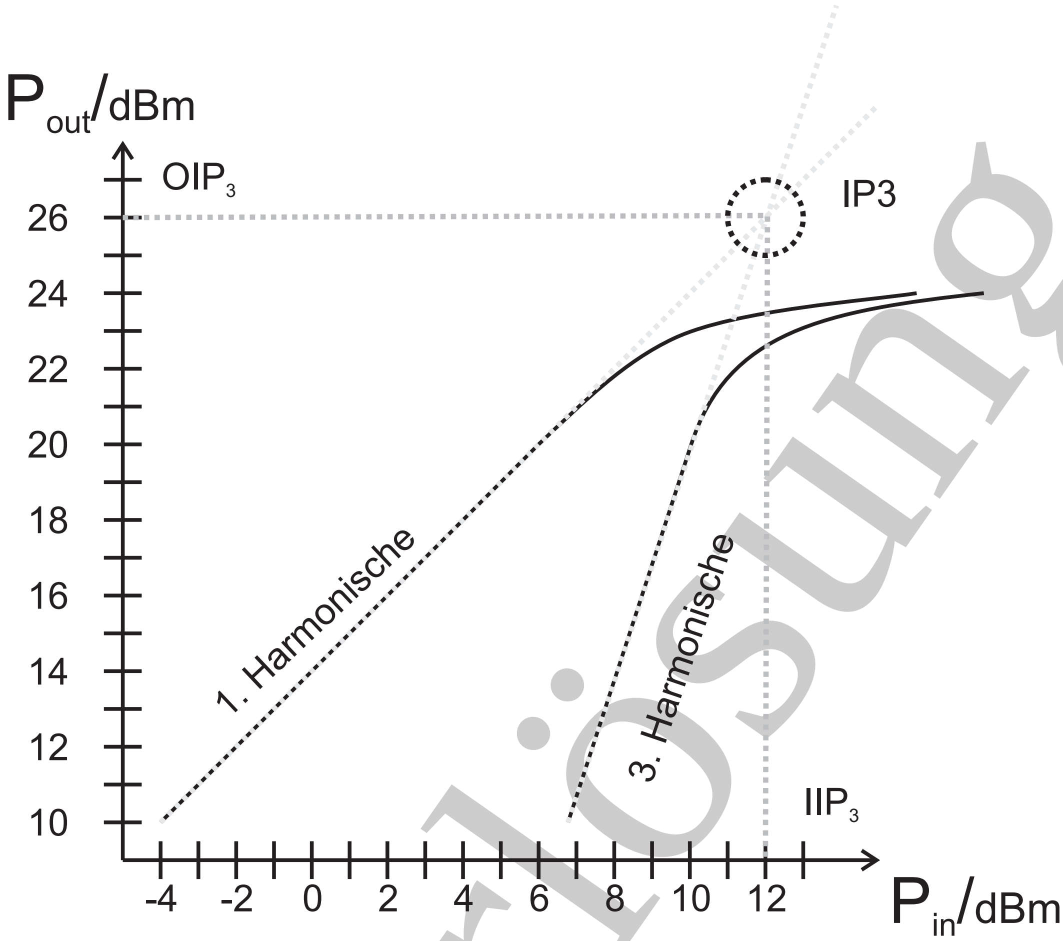
h) Bei einem Verstärker wurden die Ausgangsleistung der 1. und 3. Harmonischen über der Eingangsleistung vermessen. *(3 P.)*



- Wie groß ist die lineare Verstärkung des Verstärkers?
- Zeichnen Sie den „Third Intercept Point (IP3)“ in das in der Aufgabenstellung gegebene Diagramm ein.
- Wie groß ist der „Third Input Intecept Point (IIP3)“?

Zeichnen Sie alle notwendigen Informationen in das Diagramm ein. Es muss erkenntlich sein, wie Sie an Ihre Ergebnisse kommen.

Musterlösung



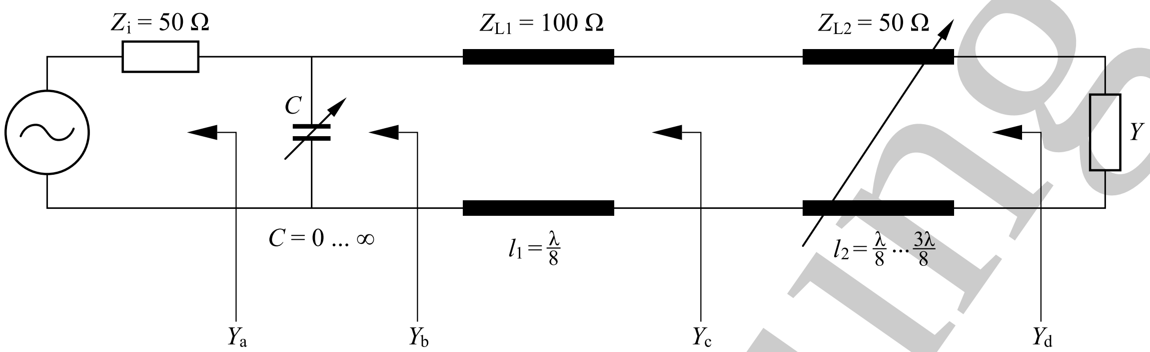
Verstärkergewinn: G = 14 dB
IIP3 = 12 dbm

Musterlösung

Aufgabe 2

*(gesamt **17** Punkte)*

Smithdiagramm



Die Admittanz Y soll an eine Quelle mit dem Innenwiderstand $Z_i = 50\ \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Dazu dienen zwei Leitungen mit den Leitungslägen l_1 und l_2 sowie die Kapazität C. Gesucht werden alle Werte Y, für die mit dieser Schaltung Anpassung erzielt werden kann.

a) Zeichnen Sie den anpaßbaren Bereich in ein Smith-Diagramm in Leitwertform mit der Normierung $50\ \Omega$ ein. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen. Verwenden Sie die Bezeichnungen, die in dem obigen Bild an den einzelnen Ebenen eingezeichnet sind. ***(9 P.)***

Smithdiagramm bezogen auf $Z_{B1} = Z_{L1} = 100\ \Omega$

$Y_a Z_{B1} = \frac{1}{50\ \Omega} 100\ \Omega = 2$ (Startpunkt)

Kapazität C parallel $\Rightarrow$ Transformation auf kapazitiver (unterer) Hälfte des Kreises $GZ_{B1} = 2$ bis in Kurzschlußpunkt $\Rightarrow Y_b$

Drehung um Ursprung durch Leitung 1 um $l_1 = \frac{\lambda}{8} \mathrel{\hat{=}} 90°$ im Uhrzeigersinn $\Rightarrow Y_c$

Halbkreis Y_c übertragen in Smithdiagramm bezogen auf $Z_{B2} = Z_{L2} = 50\ \Omega$
Endpunkte:
$Y_c' Z_{B1} = -j \Rightarrow Y_c' Z_{B2} = -0{,}5j$
$Y_c'' Z_{B1} = 0{,}8 - 0{,}6j \Rightarrow Y_c'' Z_{B2} = 0{,}4 - 0{,}3j$
Kreis bleibt tangential zum Einheitskreis (Winkeltreue), daher liegt der neue Kreismittelpunkt auf der Strecke Ursprung zum Punkt $-0{,}5j$. Konstruktion mittels Satz von Thales.

Drehung des Kreisbogens Y_c durch Leitung 2 um variable Länge von $l_2 = \frac{\lambda}{8} \mathrel{\hat{=}} 90°$ bis $l_2 = \frac{3\lambda}{8} \mathrel{\hat{=}} 270°$ ergibt den möglichen Bereich für Y_d

Anpassung möglich für alle Admittanzen $Y = Y_d^*$. Konstruktion durch Spiegelung des Bereiches für Y_d an der reellen Achse

Musterlösung

b) Aufgabenteile b) und c) können unabhängig von a) gelöst werden! *(4 P.)*

Zeichnen Sie in ein weiteres Smith-Diagramm in Leitwertform den anpaßbaren Bereich für den Fall, daß bei der Leitung l_1 der Wellenwiderstand auf $Z_{\mathrm{L1}} = 50\ \Omega$ geändert wird. Begründen Sie die Zwischenschritte.

Smithdiagramm bezogen auf $Z_{\mathrm{B1}} = Z_{\mathrm{L1}} = Z_{\mathrm{L2}} = 50\ \Omega$

$Y_{\mathrm{a}} Z_{\mathrm{B1}} = \dfrac{1}{50\ \Omega} 50\ \Omega = 1$ (Startpunkt)

Kapazität C parallel $\Rightarrow$ Transformation auf kapazitiver (unterer) Hälfte des Kreises $GZ_{\mathrm{B1}} = 1$ bis in Kurzschlußpunkt $\Rightarrow Y_{\mathrm{b}}$

Leitung 1 und Leitung 2 können zu einer Leitung zusammengefaßt werden mit $Z_{\mathrm{L}} = 50\ \Omega$ und der variablen Länge $l = l_{\min} \dots l_{\max}$ mit

$l_{\min} = \frac{\lambda}{8} + \frac{\lambda}{8} = \frac{\lambda}{4}$

$l_{\max} = \frac{\lambda}{8} + \frac{3\lambda}{8} = \frac{\lambda}{2}$

Drehung des Halbkreises Y_{b} durch Leitung 1+2 um variable Länge von $l_{\min} = \frac{\lambda}{4} \mathrel{\hat{=}} 180°$ bis $l_{\max} = \frac{\lambda}{2} \mathrel{\hat{=}} 360°$ ergibt den möglichen Bereich für Y_{d}

Anpassung möglich für alle Admittanzen $Y = Y_{\mathrm{d}}^*$. Konstruktion durch Spiegelung des Bereiches für Y_{d} an der reellen Achse

Musterlösung

c) Der Wellenwiderstand der Leitung l_1 soll weiterhin $Z_{\mathrm{L1}} = 50\ \Omega$ betragen. Die Admittanz Y wird nun festgelegt auf den Wert $Y = (8 - \mathrm{j}12)\ \mathrm{mS}$. Bestimmen Sie die Werte C, sowie l_2, für die bei einer Betriebsfrequenz von $300\ \mathrm{MHz}$ Anpassung herrscht. Zeichnen Sie hierfür auch den vollständigen Transformationsweg in das Smith-Diagramm aus Aufgabenteil b) ein. ***(4 P.)***

Das Diagramm aus Aufgabenteil b kann in diesem Fall wieder verwendet werden.
Für Anpassung muss Y_d konjugiert komplex an Y angepasst sein:

$$Y_d = (8 + \mathrm{j}12)\ \mathrm{mS}$$

$$Y_d \cdot 50\ \Omega = 0{,}4 + j0{,}6$$

Diesen Wert ins Smith-Diagramm eintragen. Ein m-Kreis um den Ursprung muss nun von Y_b nach Y_d gezogen werden. Mit dem Schnittpunkt dieses Kreises mit der Y_b-Kurve kann Y_b eindeutig bestimmt werden.

$$Y_b \cdot 50\ \Omega = 1 + j1{,}35$$

$$Y_b = 20 + \mathrm{j}27\ \mathrm{mS}$$

Um die Länge l_2 zu bestimmen zeichnet man sich Strahlen durch vom Ursprung durch Y_b und Y_d zur äußeren Skala.

Die Gesamtlänge beträgt $\frac{(l_2+l_1)}{\lambda} = (0{,}3445 + 0{,}5) - 0{,}422 = 0{,}4225$. Somit beträgt $\frac{l_2}{\lambda} = 0{,}4225 - 0{,}125 = 0{,}2975$.

Bei einer Wellenlänge von $1\ \mathrm{m}$ ergibt das eine physikalische Länge von $l_2 = 0{,}2975\ \mathrm{m} \simeq 0{,}3\ \mathrm{m}$.

Zur Bestimmung von C muss zuerst der realisierte Blindleitwert bestimmt werden:

$$B_C = Y_b - Y_a = \frac{1{,}35}{50\ \Omega} = 27\ \mathrm{mS}$$

$$C = \frac{B_C}{\omega} = \frac{27\ \mathrm{mS}}{2\pi 300\ \mathrm{MHz}} = 14{,}3\ \mathrm{pF}$$

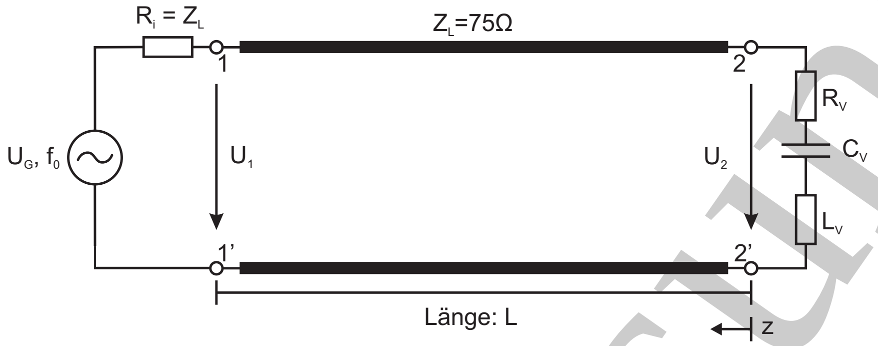
Musterlösung

Aufgabe 3

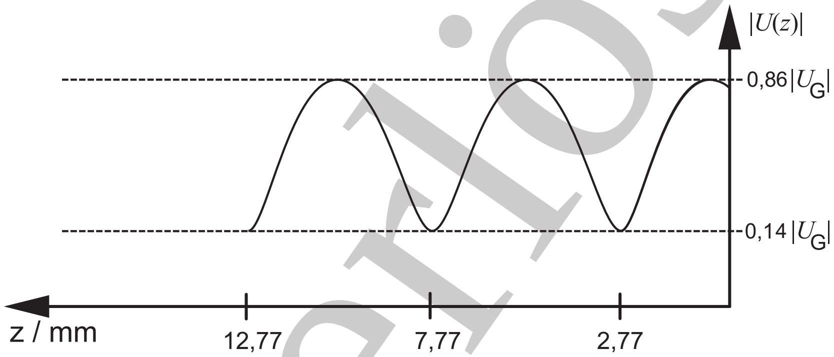
*(gesamt **14** Punkte)*

Stehende Wellen und Hohlleiter

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$ und der Leerlaufspannung U_G einen seriellen Schwingkreis über eine verlustlose Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) mit dem Wellenwiderstand Z_L speist. Die Induktivität des Schwingkreises habe den Wert $L_v = 4$ nH.



Der Verlauf der Spannung auf der Leitung sei wie folgt:



a) Wie groß ist die Frequenz f_0 des vom Generator erzeugten Signals? ***(1 P.)***

Da es sich um die Einhüllende der stehenden Welle handelt gilt:
$\frac{\lambda}{2} = 0{,}5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ cm} \Rightarrow f_0 = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0.01} = \underline{30 \text{ GHz}}$

Musterlösung

b) Bestimmen Sie den Widerstand R_v sowie die Kapazität C_v. ***(4 P.)***

- Amplitudenmaxima und Minima ablesen und daraus $|\Gamma|$ bestimmen:
  $m = \frac{U_{min}}{U_{max}} = \frac{0{,}14}{0{,}86} = 0{,}16$
  $|r| = \frac{1-m}{m+1} = \underline{0{,}724}$

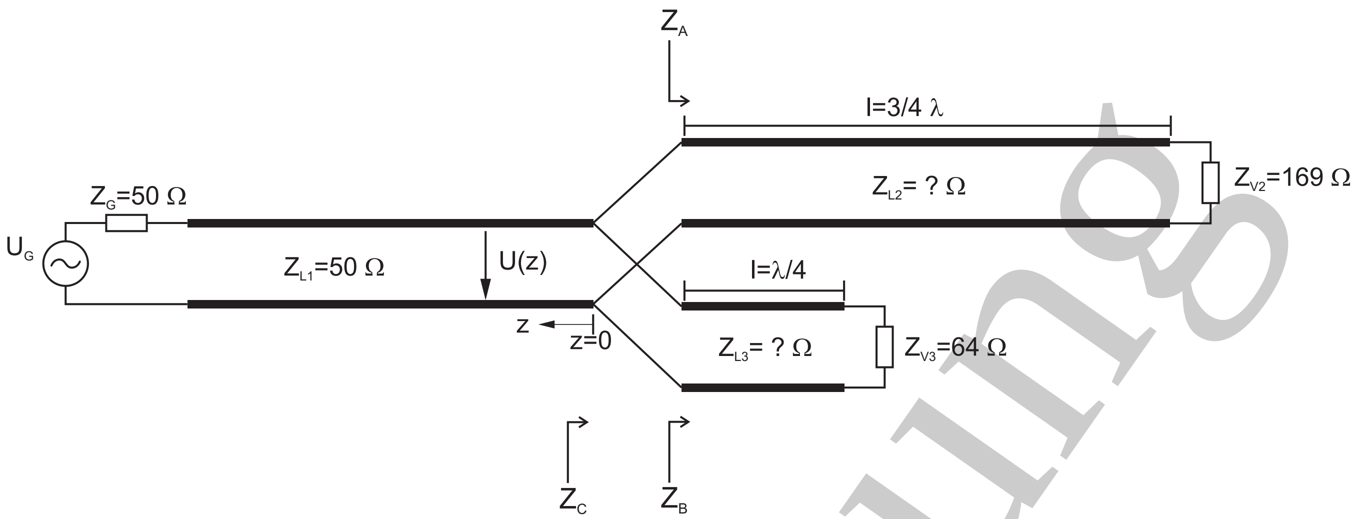
- Phasenlage des Reflexionsfaktors über die Position der Minima bestimmen:
  $\phi_r = \pi + n \cdot 2\pi + 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z_{min} = \underline{0{,}339}$
  $\Rightarrow \gamma = \underline{0{,}724 \exp^{j0{,}339}}$

  $Z_r = Z_o \frac{1+\gamma}{1-\gamma} = \underline{225 + \mathrm{j}225\ \Omega}$
  $Z_r = R_v + j\omega L_v + \frac{1}{j\omega C_v} = R_v + j(\omega L_v - \frac{1}{\omega C_v})$

- Aus Koeffizientenvergleich folgt:
  $R_v = \mathrm{Re}(Z_r) = \underline{225\ \Omega}$
  $\omega L_v - \frac{1}{\omega C_v} = \mathrm{Im}(Z_r) = 225\ \Omega \Rightarrow C_v = \frac{1}{2\pi f} \frac{1}{\mathrm{Im}(Z_r) - \omega L} = \underline{10\ \mathrm{fF}}$

Musterlösung

Im Folgenden wird nun das unten abgebildete Netzwerk betrachtet:



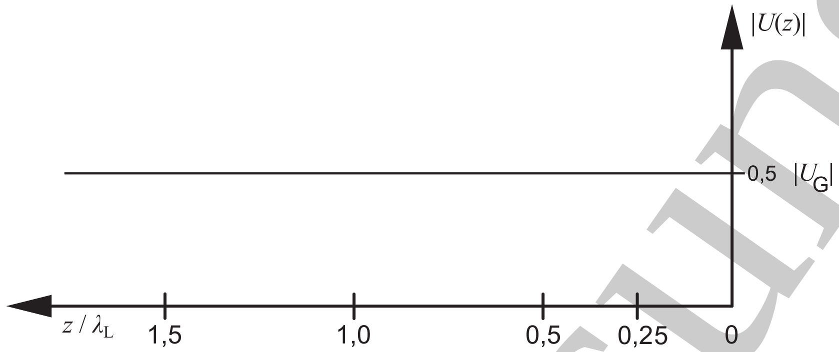
c) Wie groß müssen Z_{L2} und Z_{L3} sein, dass die Leitung L_1 an die Parallelschaltung von L_2 und L_3 angepasst ist und sich die komplette Leistung gleichmäßig auf Z_{v2} und Z_{v3} verteilt? ***(3 P.)***

- Da sich die Leistung gleichmäßig aufteilen soll, muss $Z_B = Z_A$ sein.
- Um Anpassung zu realisieren muss gelten:
  $Z_C = Z_A || Z_B = Z_{L1} \Rightarrow Z_A = Z_B = 2Z_{L1}$
- Die Leitung L_2 hat eine Länge von $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$.
  Um den Abschlusswiderstand von $169\ \Omega$ nach $100\ \Omega$ zu transformieren, kann wie folgt vorgegangen werden:
  $Z_{L2} = \sqrt{Z_{v2} \cdot 100\ \Omega} = \underline{130\ \Omega}$
  Für die Berechnung von Z_{L3} wird ebenso vorgegangen:
  $Z_{L3} = \sqrt{Z_{v3} \cdot 100\ \Omega} = \underline{80\ \Omega}$

Musterlösung

d) Zeichnen Sie für den in Aufgabenteil c.) beschriebenen Fall die Einhüllende der Spannungsamplitude auf der Leitung L_1 in das vorgegebenen Feld ein. Beschriften Sie die Achsen! *(1 P.)*

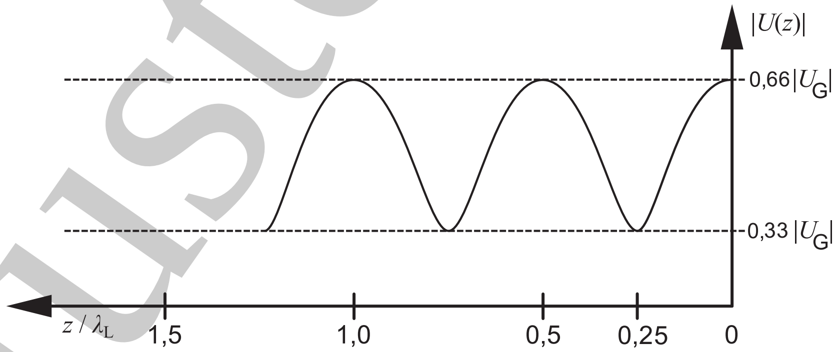
L_1:



e) Nun wird aufgrund eines Fehlers anstelle der $64\ \Omega$ ein $0\ \Omega$ Widerstand für Z_{v3} eingesetzt. Zeichnen Sie den resultierenden Verlauf der Einhüllenden der Spannungsamplitude auf der Leitung L_1. *(2 P.)*

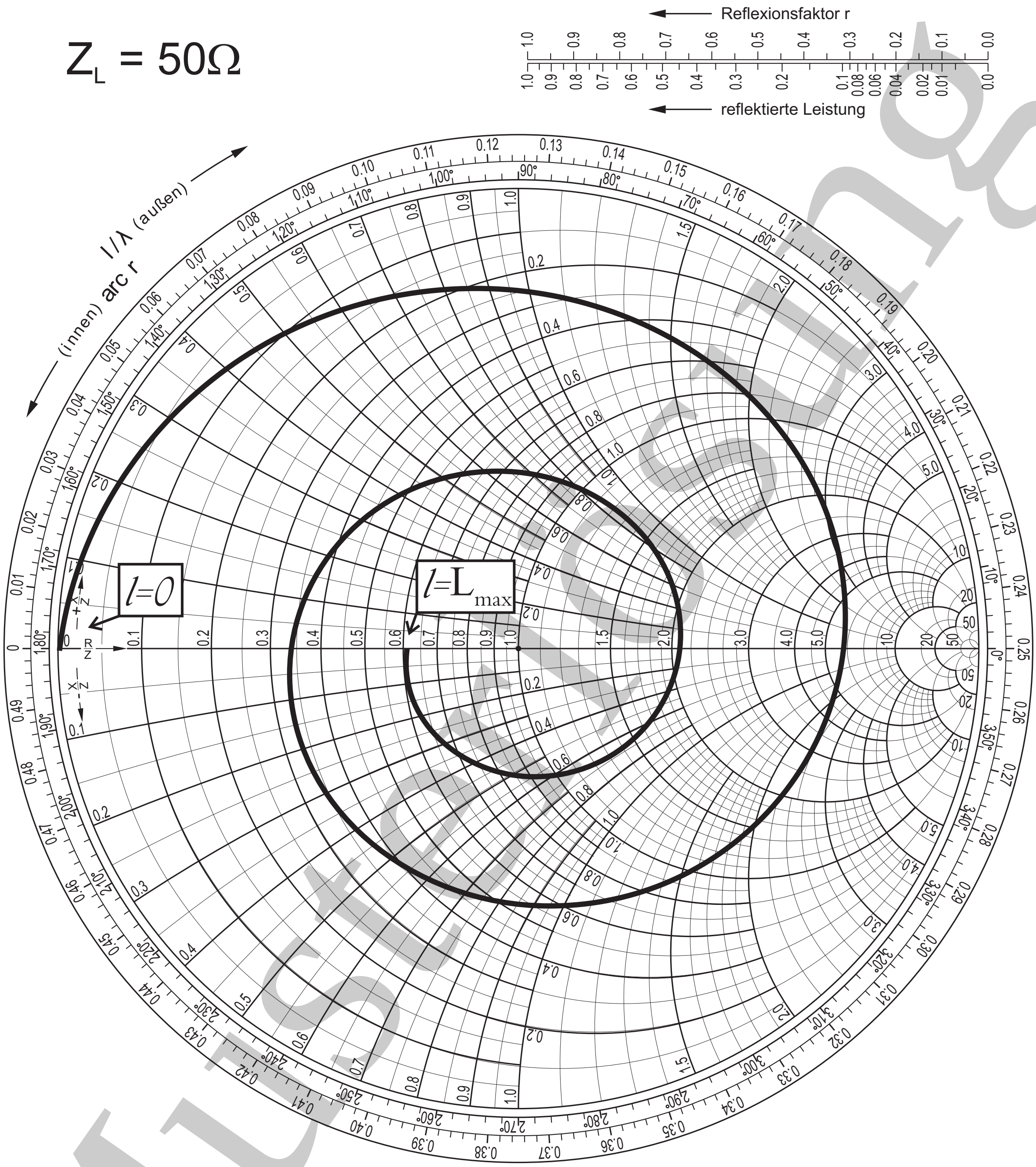
In diesem Fall ergibt sich der Abschlusswiderstand der Leitung L_1 zu $Z_c = 100\ \Omega$.
Der Reflexionsfaktor ist also:
$\gamma_c = \frac{Z_c - Z_{l1}}{Z_c + Z_{l1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow U_{max} = \frac{U_G}{2} \cdot (1 + \frac{1}{3})$ und $U_{min} = \frac{U_G}{2} \cdot (1 - \frac{1}{3})$

Hieraus ergibt sich folgender Verlauf für die Einhüllende der Spannungsamplitude:



Musterlösung

f) Im Nachfolgenden Smith-Chart wurde der Reflexionsfaktor einer verlustbehafteten Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) für unterschiedliche Leitungslängen ($l = 0..L_{max}$) und konstante Frequenz (f = 150 MHz) aufgetragen. *(3 P.)*



1. Wurde die Leitung mit einem Leerlauf oder einem Kurzschluss abgeschlossen?
2. Bestimmen Sie die maximale Leitungslänge L_{max} bei der gemessen wurde.
3. Wie groß ist die Leitungsdämpfung in dB/m?

Musterlösung

1. Kurzschluss, da $\gamma(l = 0) = -1$

2. Da das S.D. insgesamt zweimal vollständig umlaufen wird, ist die maximale, vermessene Leitungslänge:
   $l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda = c_0/f = \underline{2\ \mathrm{m}}$.

3. Durch Ablesen des Betrags des Reflexionsfaktors lässt sich bestimmen, dass dieser nach einem vollen Umlauf auf die Hälfte abgefallen ist. Dies bedeutet, dass die in eine Richtung durch die Leitung transmittierte Leistung um $\frac{1}{4}$ pro Meter abnimmt:
   $\frac{G}{dB/m} = 20 \cdot log(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\lambda}{2}}) = -6\ \mathrm{dB}$
   $\Rightarrow \frac{A}{dB/m} = -\frac{G}{dB/m} = \underline{6\ \mathrm{dB}}$

Musterlösung

Aufgabe 4

*(gesamt **14** Punkte)*

S-Parameter

a) Wie lauten die Definition von ABCD- und T-Matrix eines 2-Tors in Matrixschreibweise? ***(2 P.)***

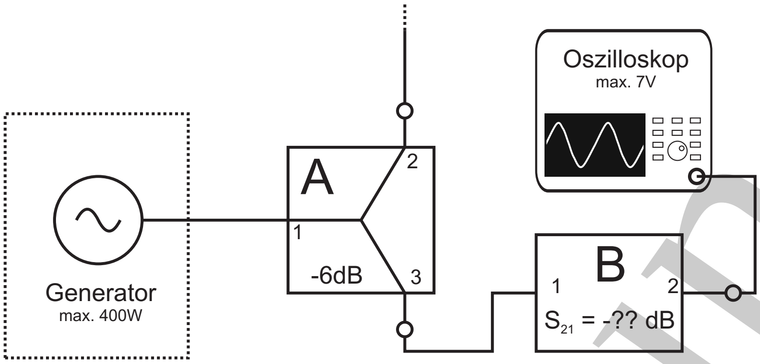
$$\begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ? \\ ? \end{bmatrix}$$

- $$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$
- $$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Musterlösung

Achtung: Die nachfolgenden Aufgabenteile können alle einzeln gelöst werden!

Nun wird ein Messaufbau gemäß nachfolgender Abbildung untersucht bzw. entworfen:



Die Aufgabe des Messsystems ist die ständige Überwachung einer im Einsatz befindlichen Hochleistungssignalquelle, die einen nicht näher bekannten Verbraucher speist.

Komponente A hat dabei folgende Eigenschaften:

1. Alle Tore des 3-Tors sind ideal angepasst.
2. Tor 2 und Tor 3 sind ideal voneinander isoliert/entkoppelt.
3. -6 dB der an Tor 1 eingespeisten Leistung verlässt das 3-Tor an Tor 3.
4. An Tor 2 verlässt der Rest der an Tor 1 eingespeisten Leistung das 3-Tor.
5. Die elektrische Länge des 3-Tors entspricht von jedem Tor zu jedem anderen jeweils einer halben Wellenlänge.
6. Leistung die in die Tore 2 oder 3 eingespeist wird, verlässt das 3-Tor nicht mehr.

b) Geben Sie als erstes die S-Parameter-Matrix der Komponente A an. Handelt es sich um ein verlustloses 3-Tor? Begründen Sie Ihre Aussage. ***(3 P.)***

Musterlösung

- Punkt 1:
  $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$

- Punkt 2:
  $S_{23} = S_{32} = 0$

- Punkt 3:
  $|S_{31}| = 10^{\frac{-6}{20}} = 0.5$

- Punkt 4:
  Energieerhaltung: $|S_{21}|^2 = 1 - |S_{31}|^2 - |S_{11}|^2 = 1 - 0.25 - 0 = 0.75 \Rightarrow |S_{21}| = 0.866$

- Punkt 5:
  $S_{21} = 0.866 \cdot e^{-j180}$und $S_{31} = 0.5 \cdot e^{-j180}$

- Punkt 6:
  $|S_{13}| = |S_{12}| = 0$

$$[|\underline{S_1}|] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.866 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Das 3-Tor ist nicht verlustlos. Da die an Tor 2 und Tor 3 ins System eingespeiste Leistung nicht reflektiert bzw. transmitiert wird, muss das 3-Tor Verlustbehaftet sein.
(z.B.: $|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 \neq 1$)

Musterlösung

Komponente B sei ein Dämpfungsglied, das die durch Komponente A abgezweigte Leistung weiter reduziert. Dies ist notwendig, da das hinter dem Dämpfungsglied angeschlossene Oszilloskop für maximal $7\ \mathrm{V}$ (über einem Eingangswiederstand von $50\ \Omega$) ausgelegt ist.
Ihre Aufgabe ist es die Komponente B so zu entwerfen, dass beim Einsatz von Signalquellen mit einer maximalen Ausgangsleistung von $400\ \mathrm{W}$, die $7\ \mathrm{V}$ Spannungsgrenze am Oszilloskop nicht überschritten wird.

c) Wie groß muss die Dämpfung von Komponente B hierfür sein? Bitte geben Sie die Dämpfung linear und in dB an. ***(3 P.)***

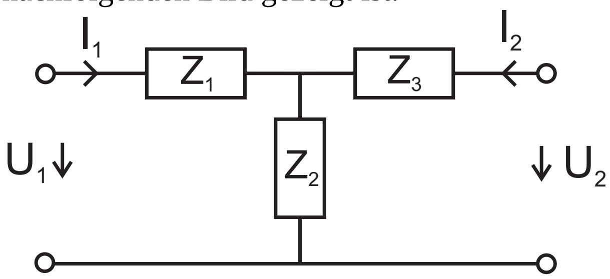
- Bestimmung der Maximalen Eingangsleistung am Oszilloskop bzw. maximalen Ausgangsleistung (Port 2) des Dämpfungsglieds:
  $P_{out} = \frac{U_{max}^2}{\sqrt{2} \cdot R} = \frac{(7\ \mathrm{V})^2}{2 \cdot 50\ \Omega} = 0.49\ \mathrm{W} \approx 0{,}5\ \mathrm{W}$

- Bestimmung der maximalen Eingangsleistung an Port 1 des Dämpfungsglieds:
  $S_{31} = -6\ \mathrm{dB} \mathrel{\hat{=}} \frac{1}{4} \Rightarrow P_{in} = 100\ \mathrm{W}$

- Bestimmung der notwendigen Dämpfung:
  $A_{Dmpfung} = \frac{P_{in}}{P_{out}} = \underline{200} \mathrel{\hat{=}} \underline{23\ \mathrm{dB}}$

Musterlösung

d) Sie entscheiden sich beim Aufbau des Dämpfungsglieds für ein T-Glied, wie es in dem nachfolgenden Bild gezeigt ist. *(3 P.)*



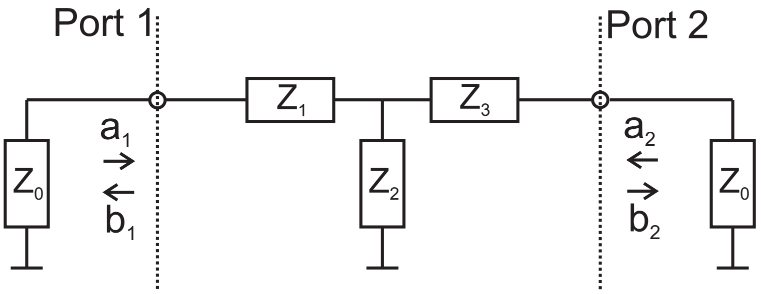
Geben Sie die Z-Parameter des 2-Tors in Abhängigkeit von Z_1, Z_2 und Z_3 an. Ist das 2-Tor symmetrisch umkehrbar wenn folgendes gilt: $Z_1 = Z_3$? Begründen Sie Ihre Aussage.

$$\begin{aligned}
Z_{11} &= \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} &&\Rightarrow \quad Z_{11} = \frac{I_1 \cdot (Z_1+Z_2)}{I_1} = Z_1 + Z_2 \\
Z_{12} &= \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} &&\Rightarrow \quad U_1 = I_2 \cdot Z_2 \Rightarrow Z_{12} = Z_2 \\
Z_{21} &= \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} &&\Rightarrow \quad U_2 = I_1 \cdot Z_2 \Rightarrow Z_{21} = Z_2 \\
Z_{22} &= \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} &&\Rightarrow \quad Z_{22} = \frac{I_2 \cdot (Z_3+Z_2)}{I_2} = Z_2 + Z_3
\end{aligned}$$

Unter der Voraussetzung, dass $Z_1 = Z_3$, ergibt sich das $Z_{12} = Z_{21}$ und $Z_{22} = Z_{11}$ ist. $\Rightarrow$ Das 2-Tor ist symmetrisch umkehrbar.

Musterlösung

e) Um ganz sicher zu gehen, dass Sie die maximale Spannung von $7\ \mathrm{V}$ nicht überschreiten, entscheiden Sie sich für ein $21\ \mathrm{dB}$ Dämpfungsglied, das Sie in Ihrer Sammlung gefunden haben. ***(3 P.)***



$$\begin{aligned} Z_0 &= 50\ \Omega \\ Z_1 &= 42\ \Omega \\ Z_2 &= 9\ \Omega \\ Z_3 &= Z_1 \end{aligned}$$

Da Sie der Beschriftung nicht zu 100% vertrauen, rechnen Sie kurzerhand die Dämpfung in Abhängigkeit der eingesetzten Widerstände selbst nach. Handelt es sich wirklich um ein $21\ \mathrm{dB}$ Dämpfungsglied?

Sollten Sie den Aufgabenteil d) nicht gelöst haben, können Sie folgende Z-Parameter annehmen:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61\ \Omega & 35\ \Omega \\ 35\ \Omega & 61\ \Omega \end{bmatrix}$$

(Achtung: Falls Sie die Z-Matrix selbst bestimmen, erhalten Sie andere Werte!)

- Bestimmung der Z-Patemeter:

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51\ \Omega & 9\ \Omega \\ 9\ \Omega & 51\ \Omega \end{bmatrix}$$

- Bestimmung von $|S_{21}|$ über Z-Parameter:

$$\begin{aligned} S_{21} &= \frac{2 \cdot Z_{21} Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}} = \frac{2 \cdot 9\ \Omega 50\ \Omega}{(51\ \Omega+50\ \Omega)(51\ \Omega+50\ \Omega)-2 \cdot 9\ \Omega} \text{(Tabelle: Zweitorparameter)} \\ &= \underline{0.089} \mathrel{\hat{=}} -21\ \mathrm{dB} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Es handelt sich tatsächlich um ein $21\ \mathrm{dB}$ Dämpfungsglied.

- Alternativlösung: Bestimmung von $|S_{21}|$ über vorgegebene Z-Parameter:

$$\begin{aligned} S_{21} &= \frac{2 \cdot Z_{21} Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}} = \frac{2 \cdot 35\ \Omega 50\ \Omega}{(61\ \Omega+50\ \Omega)(61\ \Omega+50\ \Omega)-2 \cdot 35\ \Omega} \text{(Tabelle: Zweitorparameter)} \\ &= \underline{0{,}316} \mathrel{\hat{=}} -10\ \mathrm{dB} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Es handelt sich nicht um ein $21\ \mathrm{dB}$ sondern $10\ \mathrm{dB}$ Dämpfungsglied.

Musterlösung

Musterlösung

Aufgabe 5

*(gesamt **18** Punkte)*

Mikrowellensysteme

a) Ein Datensignal, dass auf der Trägerfrequenz 28 GHz moduliert ist, soll von einer Mobilfunk-Basisstation zu der 5 km entfernten Telefon-Zentralstelle gesendet werden. Zwei verschiedene Varianten werden für den Datenaustausch evaluiert: ***(4 P.)***

- Eine Funkverbindung mit Sende- sowie Empfangs-Antennengewinn von 25 dBi
- Eine Drahtverbindung durch eine Koaxialleitung mit einer Dämpfung von $0{,}05 dB/m$ und insgesamt vier Zwischenverstärkern mit einer Verstärkung von je 30 dB

In beiden Fällen wird die selbe minimale Empfangsleistung benötigt. Welches System erfordert eine höhere Sendeleistung?

Funkverbindung:
Die Dämpfung der Funkverbindung lässt sich als das Verhältnis von Empfangs- zu Sendeleistung berechnen:

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{\lambda^2 G_r G_t}{(4\pi R)^2}$$

Mit einer Wellenlänge von $10{,}7$ mm und dem Gewinn als lineare Größe von $316{,}2$ ergibt sich:

$$\frac{P_r}{P_t} = 2{,}89 \cdot 10^{-09} = -85{,}4 dB$$

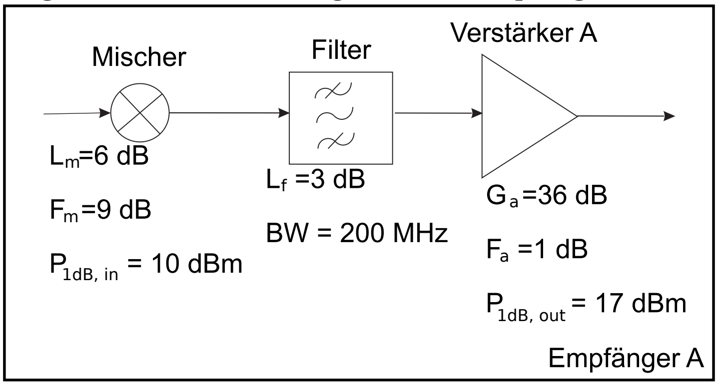
Das Signal wird folglich um 85,4 dB gedämpft.

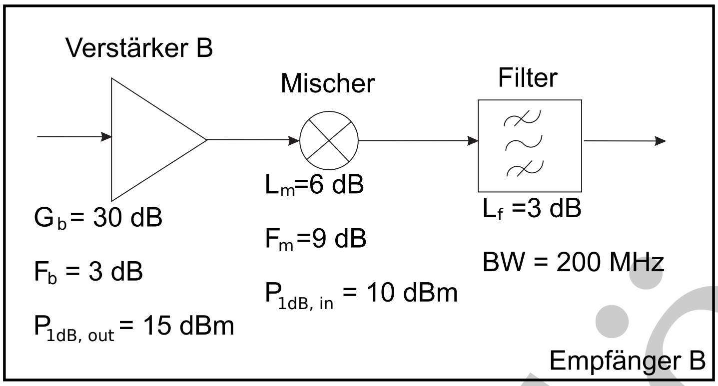
Drahtverbindung:
Die Gesamtdämpfung auf der Strecke beträgt $5000\ \mathrm{m} \cdot 0{,}05 dB/m = 250 dB$. Das Signal wird jedoch um insgesamt 120 dB verstärkt, wodurch sich insgesamt eine Dämpfung von 130 dB ergibt.

Wird die Funkverbindung verwendet muss also eine deutlich geringere Sendeleistung verwendet werden im Vergleich zur Drahtverbindung.

Musterlösung

b) Gegeben sind die zwei abgebildeten Empfängerketten. ***(6 P.)***





Berechnen Sie für beide Empfänger die Gesamtrauschzahl, sowie die Gesamtverstärkung, jeweils in dB.
Berechnen Sie darauf aufbauend die minimale Empfangsleistung am Eingang (in dBm), die oberhalb des Rauschpegels liegt. Nehmen Sie dabei an, dass die Komponenten sich auf Zimmertemperatur befinden.

Zur Berechnung der kaskadierten Rauschzahl müssen die dB-Werte in lineare Größen umgerechnet werden.
Mischer: $-6dB = 0{,}25$; $9dB = 8$
Filter: $-3dB = 0{,}5$; $3dB = 2$
Verstärker A: $36dB = 4000$; $1dB = 1{,}26$
Verstärker B: $30dB = 1000$; $3dB = 2$

Für den Empfänger A ergibt sich:
kaskadierte Rauschzahl: $F_A = 8 + \frac{2-1}{0{,}25} + \frac{1{,}26-1}{0{,}25 \cdot 0{,}5} = 14{,}08 = 11{,}5dB$
Gesamtverstärkung: $G_A = -6dB - 3dB + 36dB = 27dB$
Für den Empfänger B ergibt sich:
kaskadierte Rauschzahl: $F_B = 2 + \frac{8-1}{1000} + \frac{2-1}{1000 \cdot 0{,}25} = 2{,}01 = 3{,}03dB \simeq 3dB$
Gesamtverstärkung: $G_B = 30dB - 6dB - 3dB = 21dB$

Musterlösung

Zur Berechnung der kaskadierten Rauschzahl müssen die dB-Werte in lineare Größen umgerechnet werden.
Für die minimale Empfangsleistung muss zuerst die Rauschleistung berechnet werden (mit $T = 300K$).

$$P_n = kBT = 8{,}28 \cdot 10^{-13}W = -91dBm$$

Die minimal detektierbare Empfangsleistung muss um jeweils die Rauschzahl oberhalb der Rauschleistung liegen. Dies ergibt $-79{,}5dBm$ für Empfänger A, sowie $-88dBm$ für Empfänger B.

$$P_{in,min,A} = -79{,}5dB$$
$$P_{in,min,B} = -88dB$$

Musterlösung

c) Gegeben ist ein Automobil-Radar, das bei einer Frequenz von 75 GHz eine Sendeleistung von 10 dBm aufweist. Die Antenne, die sowohl zum Senden als auch zum Empfangen genutzt wird, hat einen Gewinn von 20 dBi. Die Radar-Schaltung ist ein $50\ \Omega$-System. Im Abstand von 100 m zum Radar befindet sich ein Fahrzeug mit einem Rückstreuquerschnitt von 4 m^2. Welche Empfangsleistung in dBm und welche effektive Empfangsspannung in $\mathrm{dB}\mu\mathrm{V}$ wird durch dieses Fahrzeug am Radar erzeugt? ***(4 P.)***

Wellenlänge $\lambda = c/f$: 0,004 m
Sendeleistung: 10 dBm entspricht 10 mW
Antennengewinn: 20 dBi entspricht 100

Werte mit R = 100 m in Radargleichung einsetzen.

Es folgt eine Empfangsleistung von $3{,}22 \cdot 10^{-14} W$ bzw. -104,9 dBm.
Die effektive Empfangsspannung ergibt sich als
$U_{r,eff} = \sqrt{P_r Z_0} = 1{,}27 \cdot 10^{-6} V$
Und somit 2,1 $\mathrm{dB}\mu\mathrm{V}$.

Musterlösung

d) Eine Antenne mit dem Antennengewinn G_{Ant} wird an ihren Anschlussklemmen kurzgeschlossen. Welchen Radarrückstreuquerschnitt hat diese kurzgeschlossene Antenne in Richtung ihrer Hauptstrahlrichtung? ***(4 P.)***

Man denke sich ein Radar, dass ein Radarsignal in Richtung der kurzgeschlossenen Antenne schickt, und das reflektierte Signal wieder empfängt. Durch den Kurzschluss wird in der Antenne die komplette empfangene Leistung wieder abgesendet. Die Empfangsleistung kann man mittels der Friis-Übertragungsgleichung berechnen:

$P_r = \frac{P_t G_{radar}}{4\pi R^2} \frac{\lambda^2 G_{Ant}}{4\pi} \frac{G_{Ant}}{4\pi R^2} \frac{\lambda^2 G_{radar}}{4\pi}$

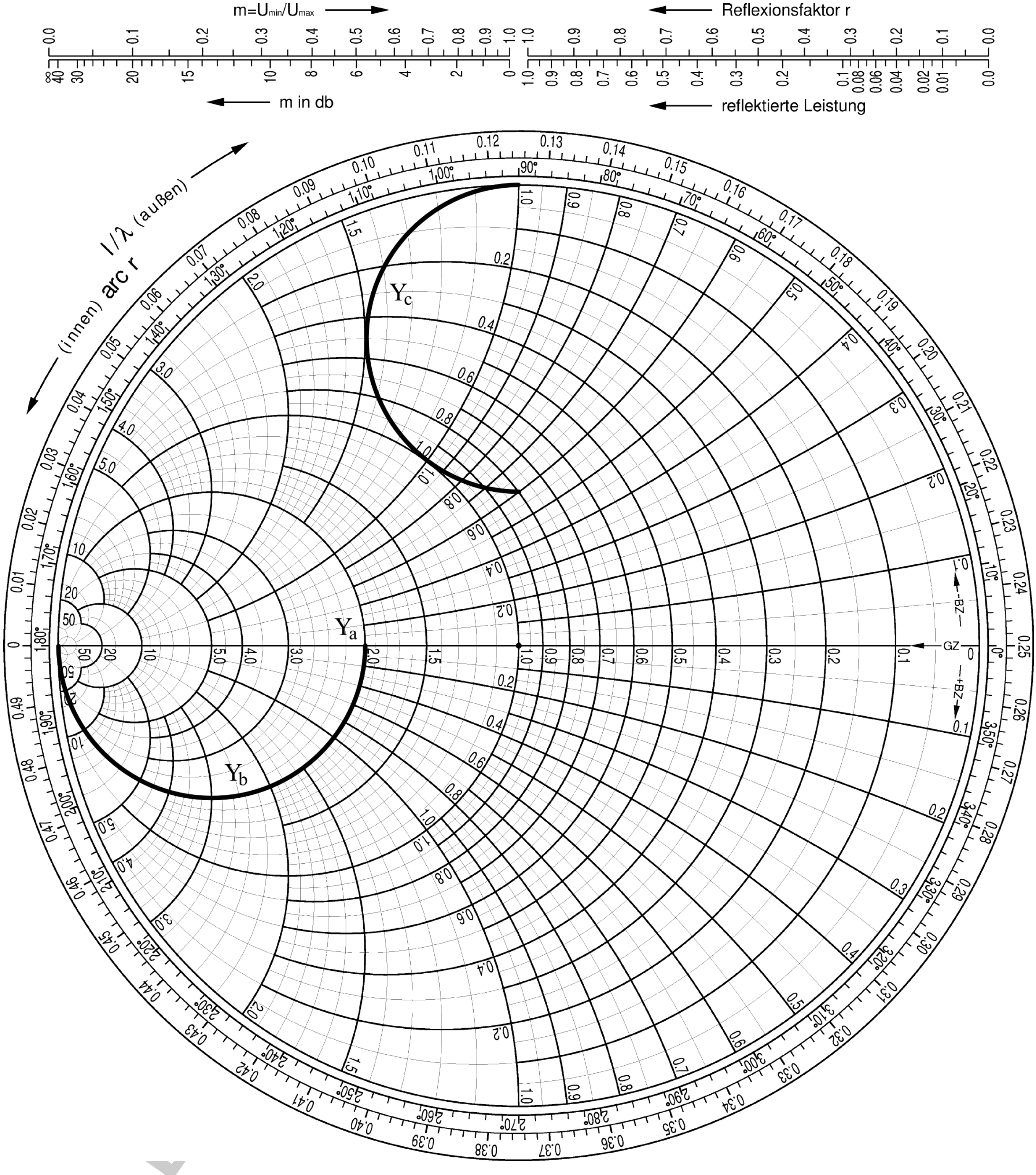
Durch Koeffizientenvergleich mit der Radargleichung $P_r = \frac{P_t G_{radar}^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$ kann man den Rückstreuquerschnitt bestimmen:

$\sigma = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{Ant}^2$

Musterlösung

zugehörige
Aufgabennummer: 2a

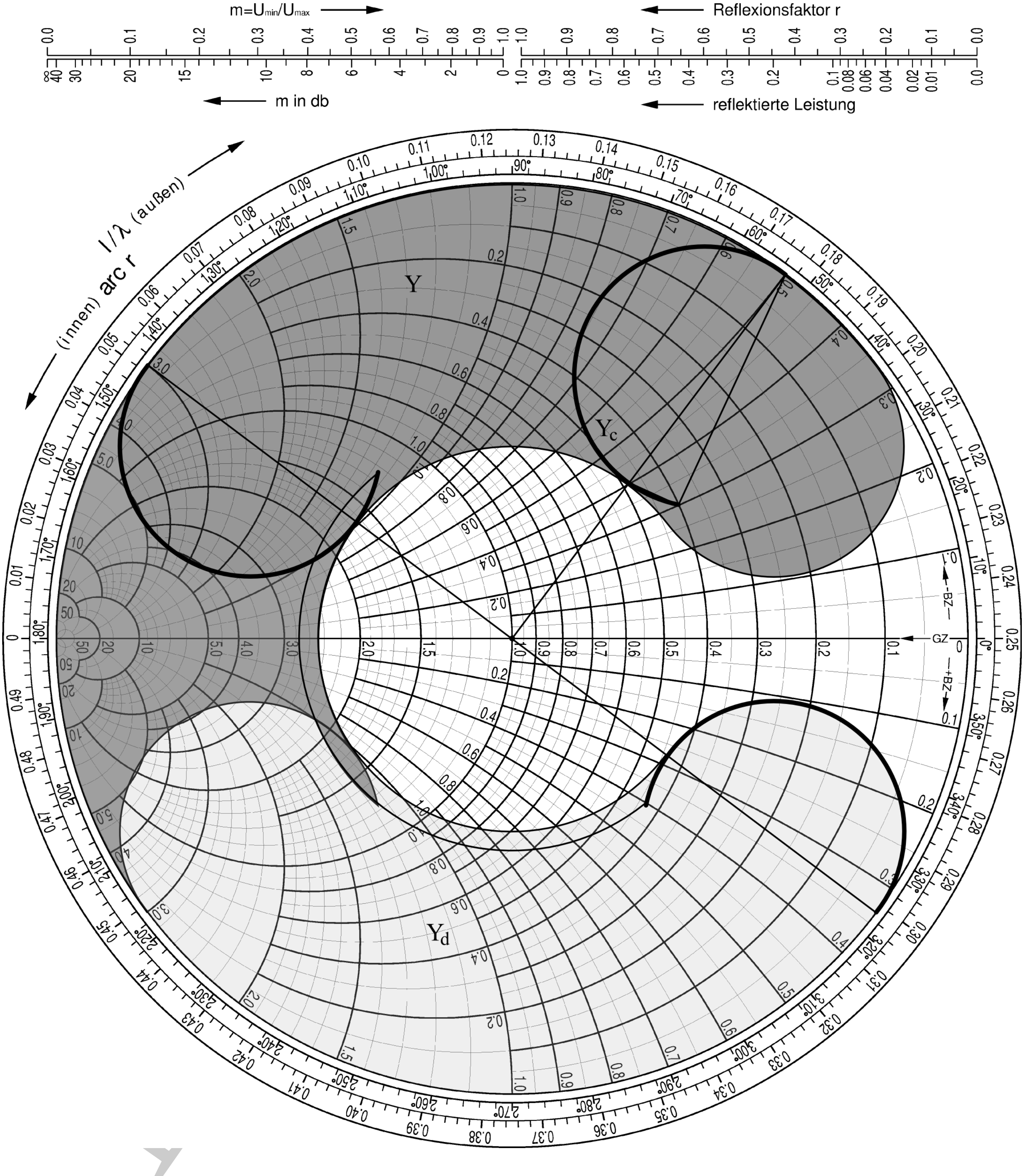
Leitwertform
Bezugswiderstand $Z_{\mathrm{B}} = \underline{100\ \Omega}$



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer: 2a

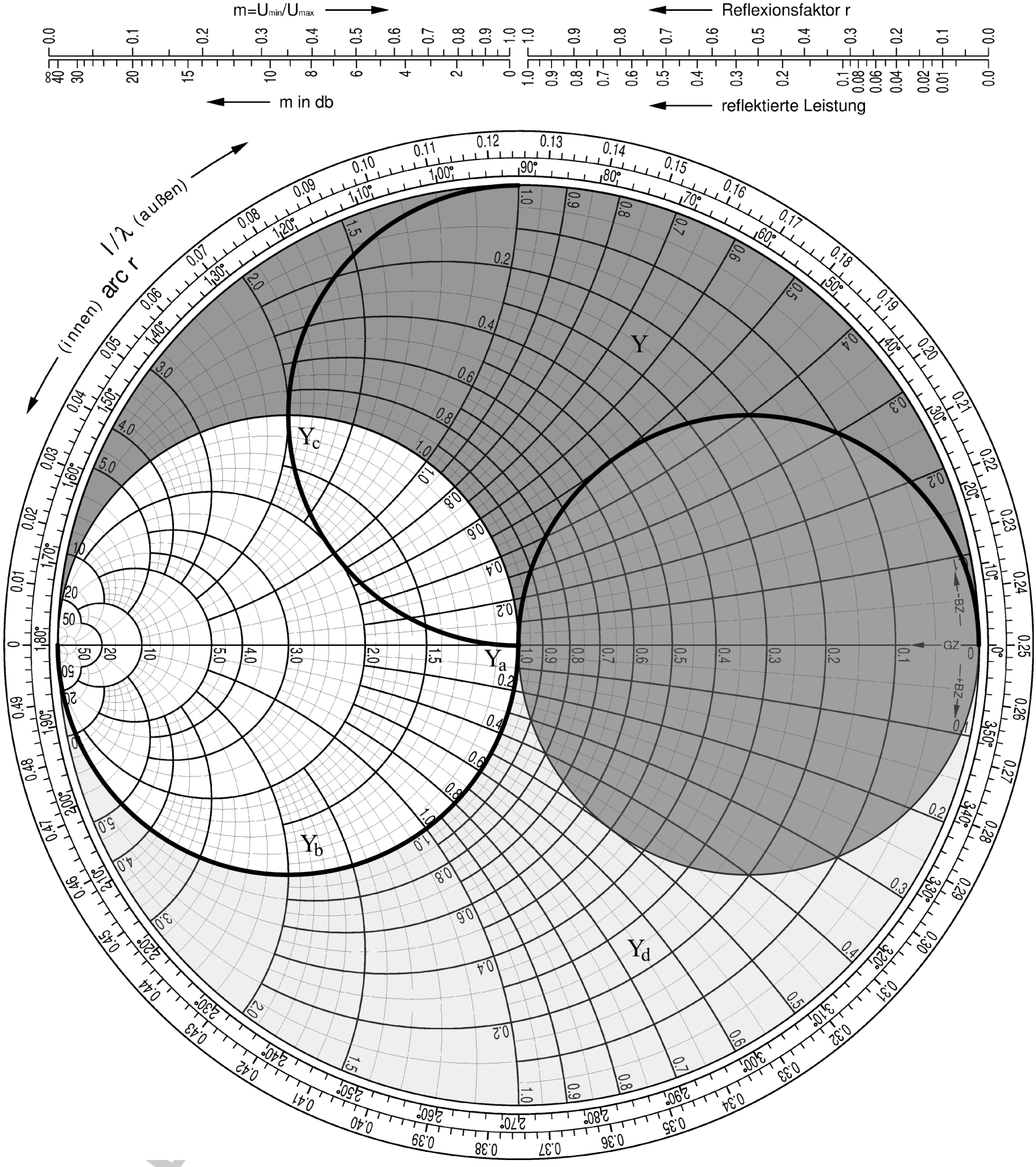
Leitwertform
Bezugswiderstand $Z_B = \underline{50\ \Omega}$



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgaben-nummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer: 2b

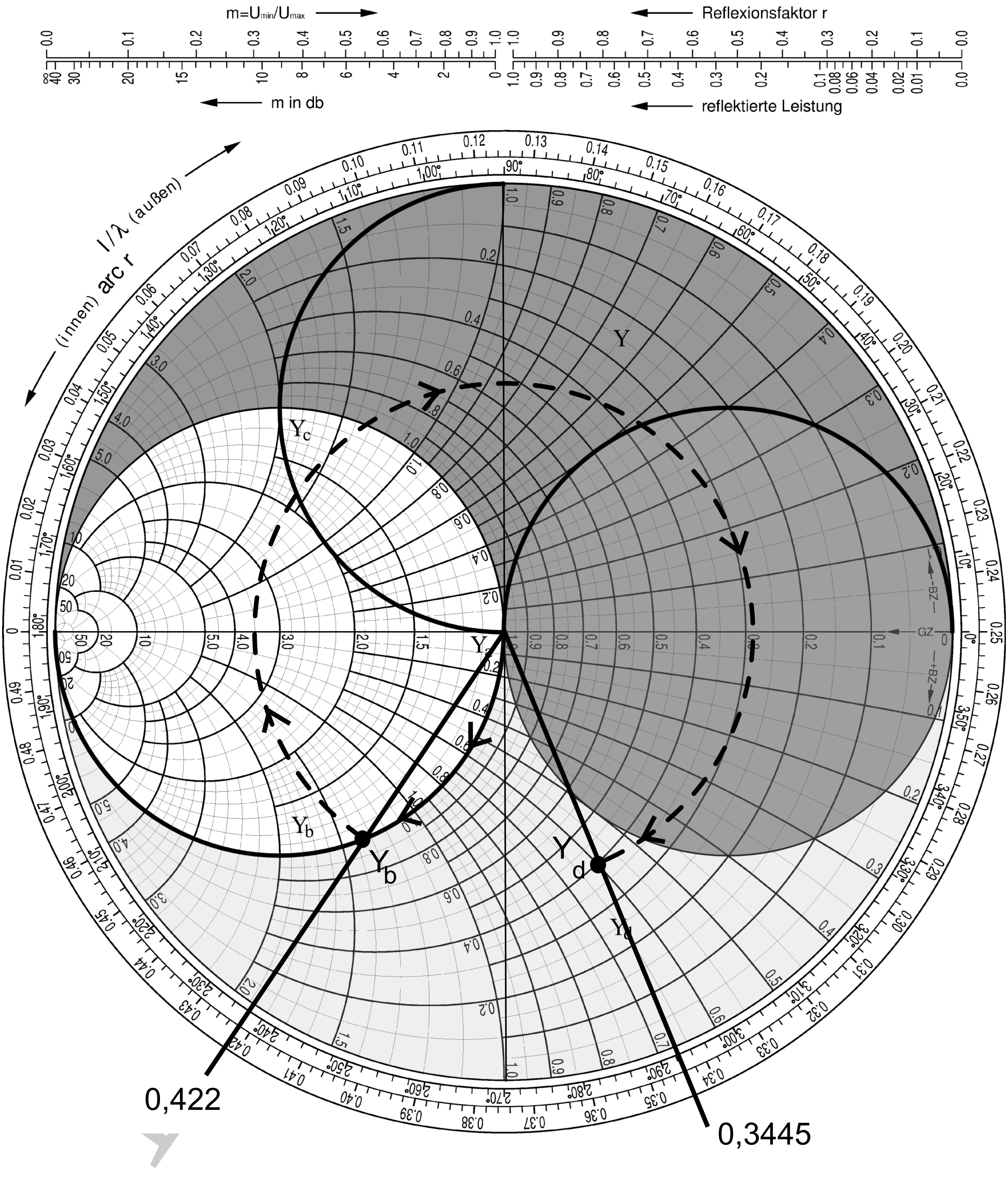
Leitwertform
Bezugswiderstand Z_B = 50 Ω



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer: 2c

Leitwertform
Bezugswiderstand $Z_B = \underline{50\ \Omega}$



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

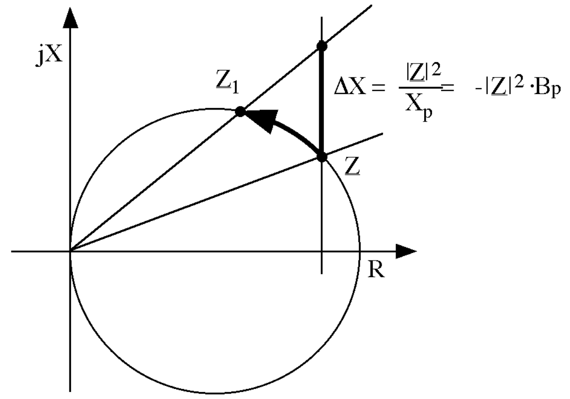
erlösung

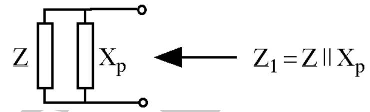
Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = R + jX \qquad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2+B^2} - j\frac{B}{G^2+B^2} \qquad \underline{Y} = \frac{R}{R^2+X^2} - j\frac{X}{R^2+X^2}$$

Hilfskonstruktion zur Transformation





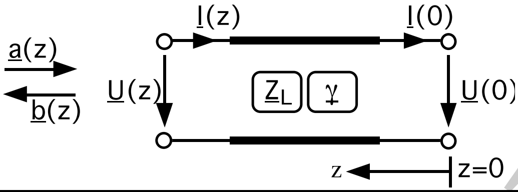
Kompensation mit dualen Elementen

Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\underline{\gamma}z} + \underline{U}_R(0)e^{-\underline{\gamma}z} = \sqrt{\underline{Z}_L}\left(\underline{a}(z)+\underline{b}(z)\right)$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{\underline{Z}_L}e^{\underline{\gamma}z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{\underline{Z}_L}e^{-\underline{\gamma}z} = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_L}}\left(\underline{a}(z)-\underline{b}(z)\right)$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R'+j\omega L')(G'+j\omega C')}; \quad \underline{Z}_L = \sqrt{\frac{R'+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega\cdot\sqrt{L'C'} = \omega\cdot\sqrt{\mu\varepsilon}\ ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}\ ; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\varepsilon}}{Z_L}\ ; \quad L' = Z_L\cdot\sqrt{\mu\varepsilon}\ ; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'$; $G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2}\left(\frac{R'}{Z_L} + G'\cdot Z_L\right)\ ; \quad G' = \omega C'\cdot\tan(\delta_c)\ ; \quad R' \sim \frac{1}{\kappa\cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\mathrm{dB} = 10\cdot\log\left(\frac{P_a(\ell)}{P_a(0)}\right) = 10\cdot\log\left(e^{2\alpha\ell}\right)$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega\kappa\mu}}$$

Reflexionsfaktor $\underline{r}$

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)}\cdot e^{-2\underline{\gamma}z}$$

Reflexionsfaktor → Impedanz

$$\underline{r}(\ell) = \frac{\underline{Z}(\ell)-\underline{Z}_L}{\underline{Z}(\ell)+\underline{Z}_L}\ ; \quad \underline{Z}(\ell) = \frac{\underline{U}(\ell)}{\underline{I}(\ell)} = \frac{1+\underline{r}(\ell)}{1-\underline{r}(\ell)}\cdot\underline{Z}_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1-|\underline{r}|}{1+|\underline{r}|} = \frac{U_{min}}{U_{max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{\underline{Z}_L}} = \sqrt{\underline{Z}_L}\cdot\underline{I}_H(z)$

$$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2}\left(|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2\right) = \frac{1}{2}|\underline{a}(0)|^2\cdot\left(1-|\underline{r}(0)|^2\right)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(\ell) = \underline{Z}_L\cdot\frac{\underline{Z}(0)+\underline{Z}_L\tanh(\underline{\gamma}\ell)}{\underline{Z}_L+\underline{Z}(0)\tanh(\underline{\gamma}\ell)} = \underline{Z}(0)\cdot\left.\frac{1+j\frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}(0)}\cdot\tan(\beta\ell)}{1+j\frac{\underline{Z}(0)}{\underline{Z}_L}\cdot\tan(\beta\ell)}\right|_{\alpha=0}$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 120\pi\ \Omega$$

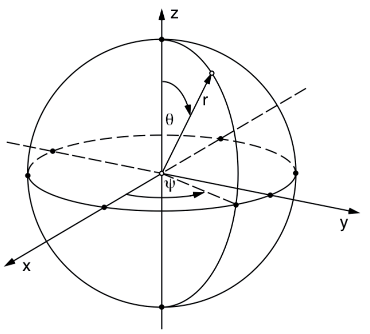
$$c_o = 2{,}997925\cdot10^{8}\ \frac{m}{s}$$

$$k = 1{,}38065\cdot10^{-23}\ \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}$$

$$\varepsilon_o = 8{,}854\cdot10^{-12}\ \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten



Azimuth: ψ Elevation: θ

Volumen: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ Oberfläche: $F = 4\pi r^2$

Musterlösung

Musterlösung

	$[\mathbf{S}]$	$[\mathbf{Z}]$	$[\mathbf{Y}]$	$[\mathbf{A}]$ (ABCD)	$[\mathbf{T}]$
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11}-Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0-Y_{11})(Y_0+Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A+B/Z_0-CZ_0-D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD-BC)}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}-Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0+Y_{11})(Y_0-Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A+B/Z_0-CZ_0+D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0\,\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0\,\frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD-BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0\,\frac{2S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0\,\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0\,\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0\,\frac{-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC-AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0\,\frac{-2S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0\,\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0\,\frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0}\,\frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21}-Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21}-S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}