

Schriftliche Prüfung im Fach

# Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	14	16	17	19	19
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	<b>Note:</b>
85		



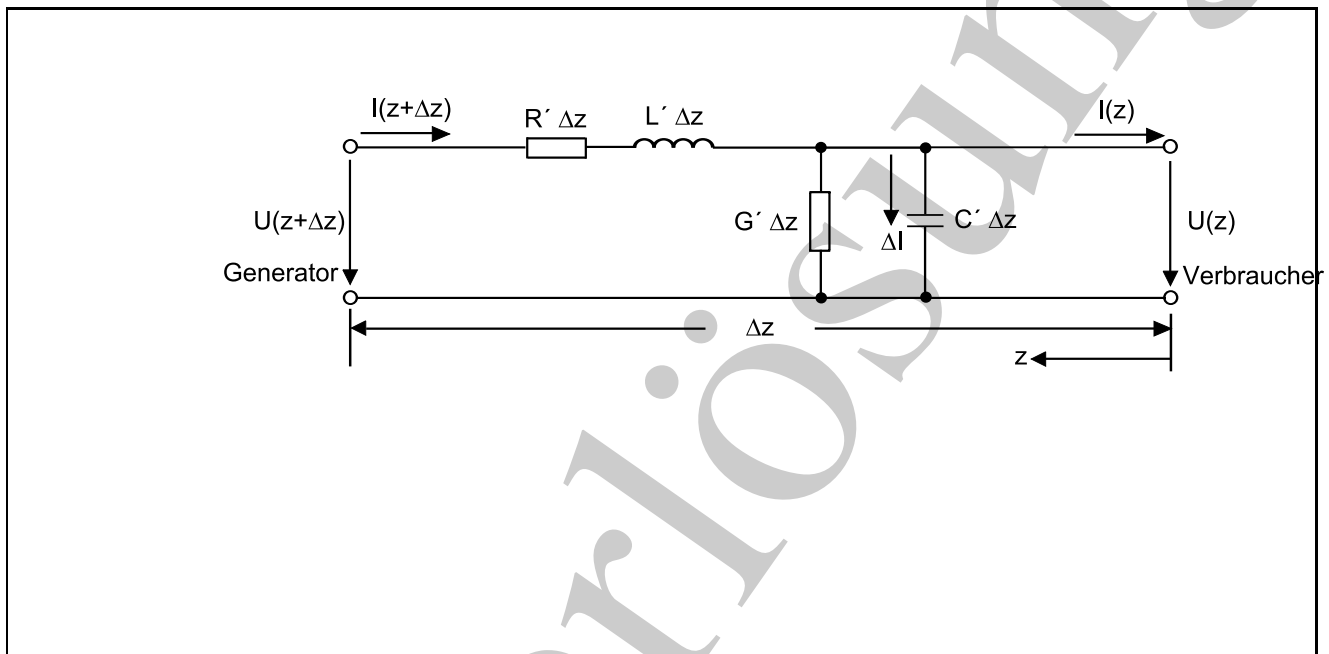
1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 30 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

**Aufgabe 1**

(gesamt 14 Punkte)

Allgemeines

a) Zeichnen Sie ein vollständiges Ersatzschaltbild eines kurzen Stücks verlustbehafteter Leitung. (2 P.)



b) Nennen Sie zwei charakteristische Merkmale, die die Hochfrequenztechnik kennzeichnen. (2 P.)

Zwei aus:

- verteilte Wirk- und Blindelemente
- Berücksichtigung der Wellenlänge
- Berücksichtigung der Wellenwiderstände
- Einbeziehung parasitärer Bauelemente
- Bauelemente in der Größenordnung der Wellenlänge (oder größer)

c) Vier Leistungsverstärker mit einer Verstärkung von 20 dB und einer maximalen Ausgangsleistung von 24 dBm werden verlustlos parallel geschaltet. (2 P.)

- Wie groß ist die maximale Ausgangsleistung der Gesamtschaltung in Watt.
- Wie viele Verstärker dieser Art müssen parallel geschaltet werden, um eine maximale Ausgangsleistung von 4 Watt zu erreichen.

Zu 1:

Vier Verstärker parallel bedeutet 6 dB mehr Ausgangsleistung. Daraus ergeben sich 30 dBm bzw. 1 Watt.

zu 2:

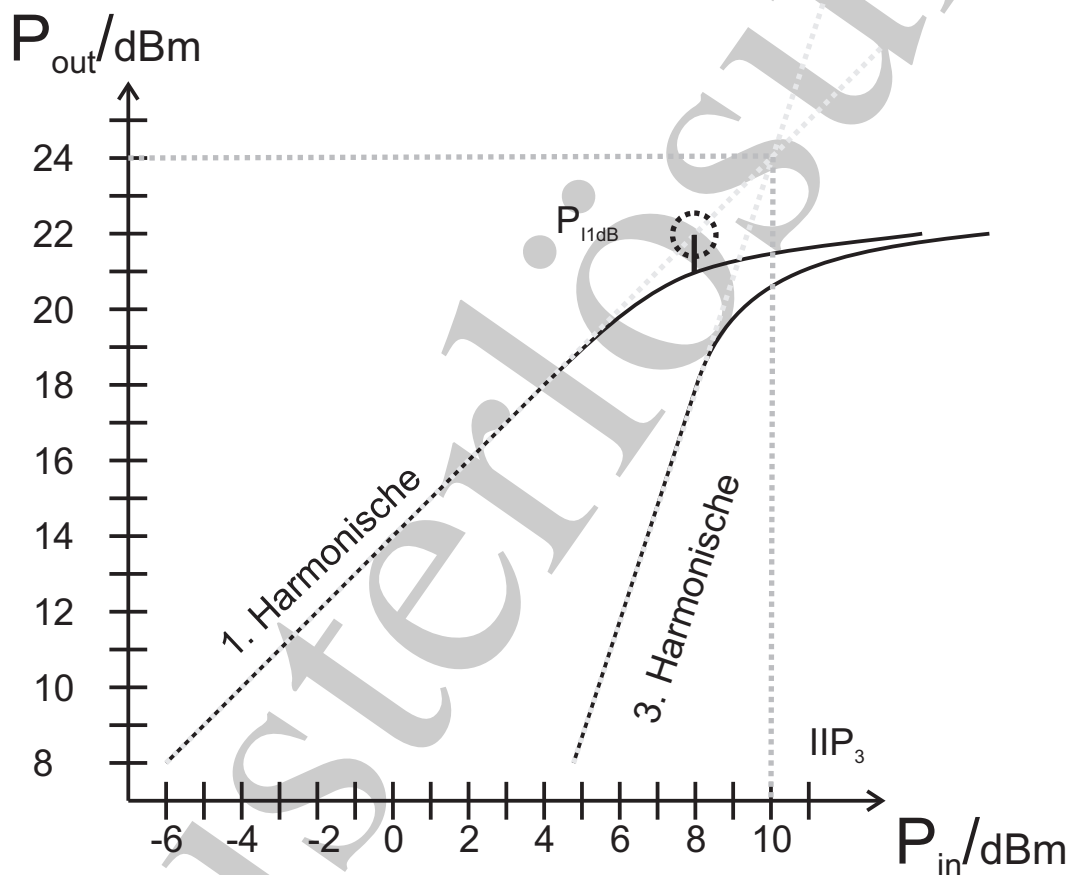
Für 2 Watt Ausgangsleistung benötigen sie doppelt so viele Verstärker und für 4 Watt müssen Sie diese Verstärkeranzahl weiter verdoppeln. Sie benötigen somit 16 Verstärker.

d) Ein Verstärker hat folgende Eigenschaften:

(3 P.)

- Die lineare Verstärkung ist 14 dB.
- Der 1-dB Kompressionspunkt ist bei 8 dBm Eingangsleistung.
- Der „Third Output Intercept Point (OIP3)“ beträgt 24 dBm.

Zeichnen Sie den Leistungsverlauf der 1. und 3. Harmonischen in das gegebene Diagramm. Es muss erkenntlich sein, wie Sie an Ihre Ergebnisse kommen.



Verstärkungsgewinn:  $G = 14$  dB

$IIP_3 = 10$  dBm

$P_{-1dB} = 22$  dBm

- e) Einem Empfänger mit einer Rauschzahl von 13 dB und einer Verstärkung von 30 dB soll zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ein Verstärker vorgeschaltet werden. Wählen Sie aus der folgenden Tabelle den geeignetsten Verstärker aus. Begründen Sie die Auswahl und geben Sie die sich ergebende Gesamt-Rauschzahl in dB an.

(5 P.)



Verstärker	Verstärkung	Rauschzahl
A	20 dB	4 dB
B	16 dB	3 dB
C	10 dB	3 dB

Verstärker C kann direkt ausgeschlossen werden, da er bei gleicher Rauschzahl eine geringere Verstärkung hat.

Für Verstärker A & B müssen jeweils die Rauschzahlen berechnet werden und verglichen.

In Lineare Werte umrechnen:

Verstärkung Empfänger: 1000 (linear)

Rauschzahl Empfänger: 20 (linear)

Verstärkung A: 100 (linear)

Rauschzahl A: 2,51 (linear)

Verstärkung B: 40 (linear)

Rauschzahl B: 2 (linear)

Mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl:

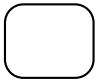
Rauschzahl Gesamt mit A: 2,70 (linear)

Rauschzahl Gesamt mit B: 2,475 (linear)

Mit Verstärker B bekommt man die geringste Gesamt-Rauschzahl und somit das beste Signal-zu-Rauschverhältnis. Die Gesamtrauschzahl beträgt 3,9 dB.

## Aufgabe 2

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

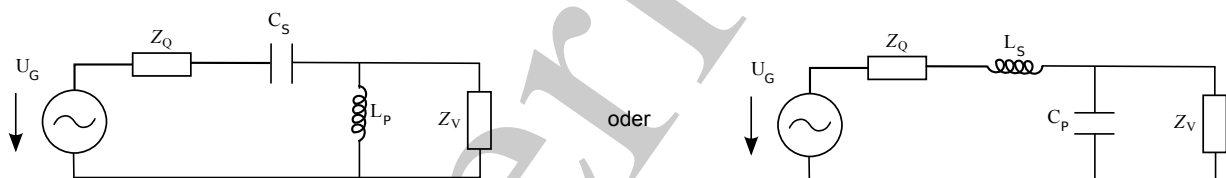
(4P.)



Ein Verbraucher mit der Impedanz  $Z_V = 100 + j100 \Omega$  soll an eine Quelle mit der Impedanz  $Z_Q = 50 \Omega$  reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Kondensatoren mit beliebiger Kapazität
- Spulen mit beliebiger Induktivität

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von 1 GHz Anpassung herrscht.



Bestimmung von  $Z_A = (50 + j86) \Omega$  durch Ablesen

Bestimmung von  $L_p$ :  $\frac{1}{j\omega L_p} = 1/Z_A - 1/Z_V = -j3,7 \text{ mS}$ , somit  $L_p = 43,0 \text{ nH}$

Bestimmung von  $C_s$ :  $\frac{1}{j\omega C_s} = Z_Q - Z_A = -j86 \Omega$ , somit  $C_s = 1,85 \text{ pF}$

Alternative Lösung mit paralleler Kapazität und serieller Spule:

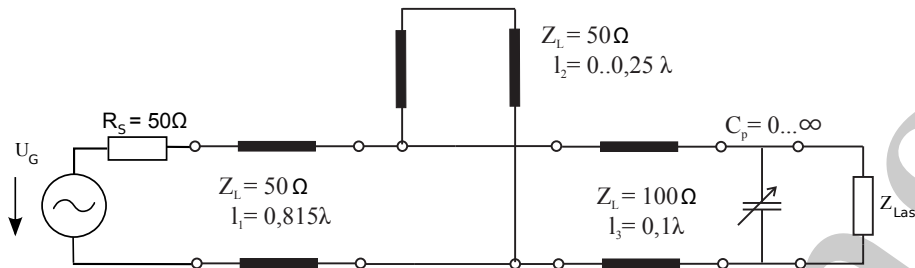
$j\omega C_p = 1/Z_A^* - 1/Z_V = j13,7 \text{ mS}$ , somit  $C_p = 2,18 \text{ pF}$

$j\omega L_s = Z_Q^* - Z_A = j86 \Omega$ , somit  $L_s = 13,6 \text{ nH}$

(8 P.)



b) Gegeben sei folgende Schaltung:



Sie wollen im folgenden eine Anpassung der Impedanz  $Z_{Last}$  an die Quelle ( $Z_S = 50\Omega$ ) mithilfe der gegebenen Schaltung durchführen. Für welche Impedanzen  $Z_{Last}$ , dargestellt in einem Smith-Diagramm, lässt sich die Transformationsschaltung so einstellen, dass an der Quelle Anpassung herrscht? Schraffieren Sie diesen Bereich in einem Smith-Diagramm. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen, wobei Zwischenimpedanzen klar erkennbar sein müssen. Die Zuordnung der Leitungen zu den einzelnen Transformationsschritten muss nachvollziehbar sein.

Da in der gesamten Schaltung eigentlich nur Parallelschaltungen und Leitungstransformationen verwendet werden, ist die Leitwertform zu bevorzugen.

Da die einzig relevante Leitungstransformation einen Wellenwiderstand von  $100\Omega$  hat, ist dieser als Bezugswellenwiderstand zu verwenden.

Von bekannt nach unbekannt  $\Rightarrow$  Von Quelle zum Verbraucher!

- Die erste Leitung nach der Quelle hat den gleichen Wellenwiderstand wie die Quelle und transformiert somit nicht.
- Die variable, kurzgeschlossene, parallele Stichleitung ermöglicht jeden beliebigen induktiven Wert: G-const Kreis in oberer Halbebene bis zum KS-Punkt
- Die Leitungstrafo verschiebt den gesamten Halbkreis im Uhrzeigersinn.
- Parallelschaltung eines Kondensators (veränderlich) ausgehend von den Kreispunkten des  $r_3$  auf G-const.-Kreisen im Uhrzeigersinn bis zum Kurzschlusspunkt.
- Das schraffierte Gebiet  $r_4$  zeigt den erreichbaren Bereich des Reflexionsfaktors  $r_4$  bzw. der Admittanz  $Y_4$
- Für Anpassung:  $Y_{Last} = Y_4^*$  (Die Achsenspiegelung muss nicht eingezeichnet werden.)



Musterlösung

- c) Für die Schaltung aus Aufgabenteil b) gilt nun  $l_2 = 0,25\lambda$ . Bestimmen Sie  $C_p$  so, dass die Last  $Z_{Last} = 100 \Omega$  für die Frequenz 100 MHz durch die Schaltung an die Quelle angepasst ist. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith-Diagramm ein.

(4P.)



Durch  $l_2 = 0,25\lambda$  wird der Kurzschluss in einen Leerlauf transformiert. Somit bewirkt die parallele Stichleitung keine Transformation.

Die Leitungstrafo durch  $l_3$  führt auf den Punkt  $Y * Z_B = 1 - j0,7$ .

Der parallele Kondensator muss in den Anpasspunkt transformieren. Somit gilt:

$$\omega C_p = 7 \text{ mS}$$

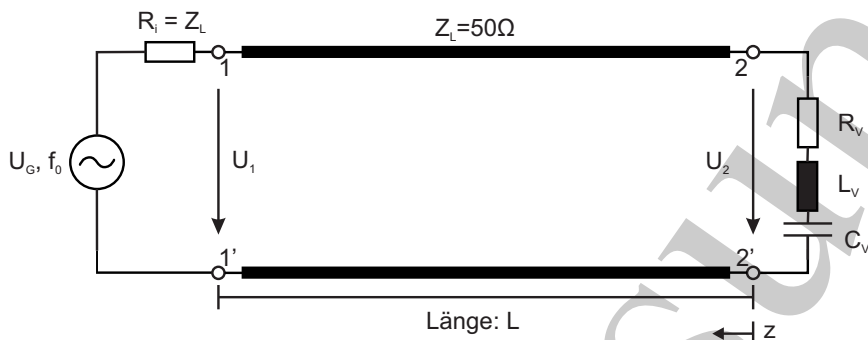
$$C_p = 11,1 \text{ nF}$$

## Aufgabe 3

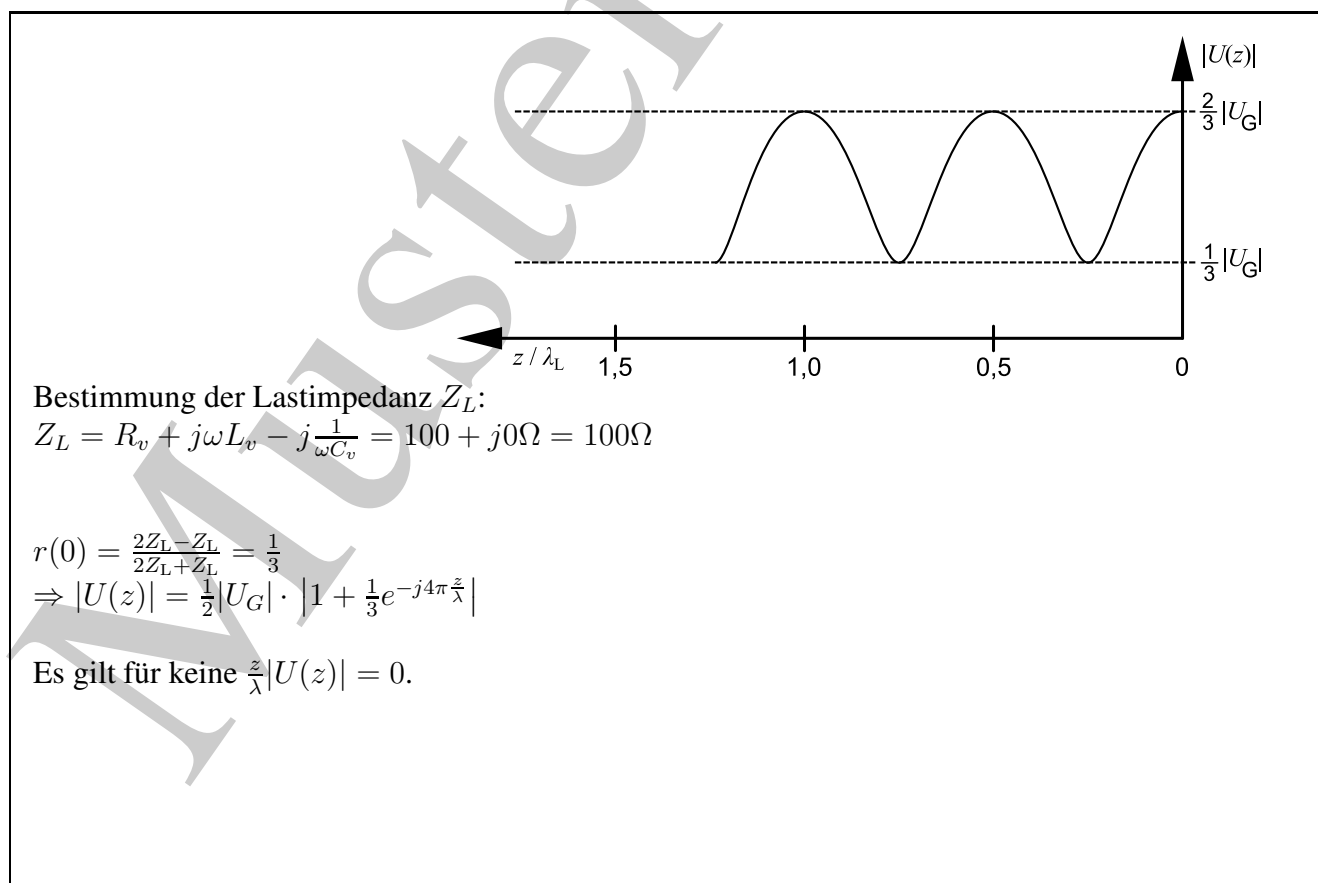
(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand  $R_i = Z_L$ , der Leerlaufspannung  $U_G$  und mit der Frequenz  $f_0 = 951,1$  MHz eine komplexe Last über eine verlustlose Luftleitung ( $\epsilon_r = 1$ ) mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  speist. Die Bauteilwerte sind:  $C_v = 4$  pF,  $L_v = 7$  nH,  $R_v = 100 \Omega$ .



- a) • Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Leitung der Länge  $L$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. (4P.)
- Wie groß ist  $|U(z)|$ ?
- Für welche  $\frac{z}{\lambda}$  gilt  $|U(z)| = 0$ ?





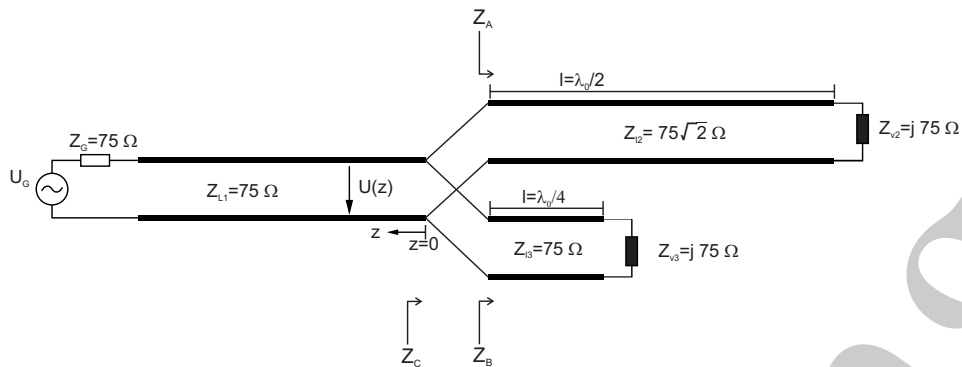
- b) Welches Element bzw. welche Elemente müssen sie zusätzlich einfügen, um Anpassung an die Leitung zu erzeugen? Dimensionieren sie diese für  $f_0$  und Begründen Sie Ihre Wahl.

(2 P.)



Anpassung bedeutet  $Z_v = Z_L$ . Dies ist durch Parallelschaltung eines weiteren  $100 \Omega$  Widerstands möglich.

Bei  $f_0$  des Schwingkreises hebt sich der Imaginärteil auf, somit ist nur dieses Bauteil notwendig.



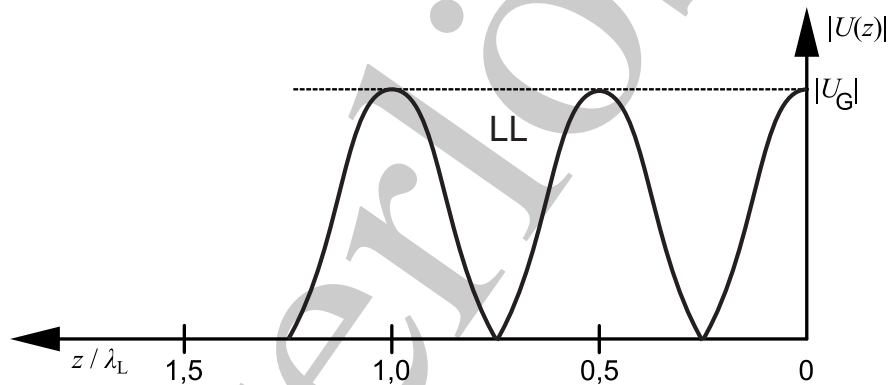
c)

(4P.)

Gegeben sei obige Schaltung. Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz  $f_0$ . Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

$Z_{L3}$  transformiert die Induktivität um  $\lambda/4$  zum Wert  $-j 75 \Omega$ , da  $Z_{L2}$  als  $\lambda/2$  Leitung keinen Einfluss hat, heben sich die Leitwerte auf und  $Z_c$  ist ein Leerlauf.

Es gilt der Verlauf im Leerlauffall:



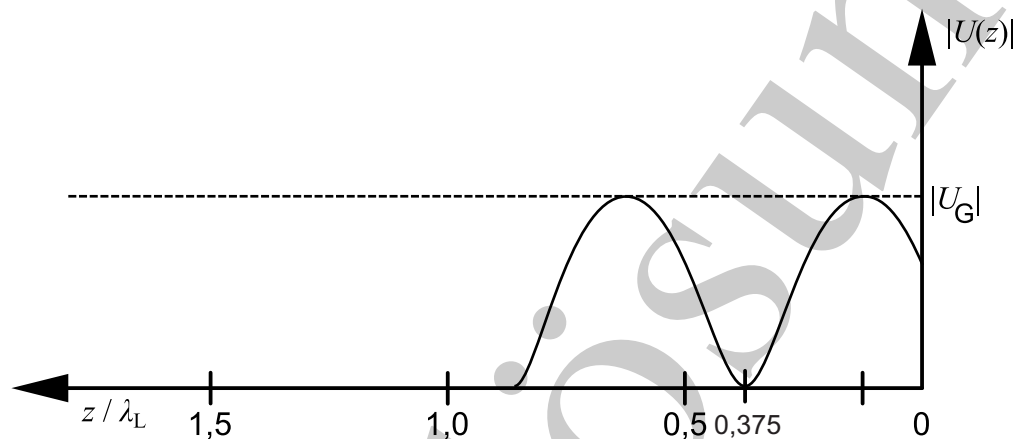
- d) In der Schaltung aus Aufgabenteil c wird nun die Induktivität  $Z_{v3}$  durch einen Kurzschluss ersetzt.

(4P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!



$Z_{L3}$  transformiert den Kurzschluss um  $\lambda/4$  in einen Leerlauf, da  $Z_{L2}$  als  $\lambda/2$  Leitung keinen Einfluss hat, ist  $Z_c = Z_{v2} = j75\Omega$ .



Bestimmung der Lastimpedanz:

$$Z_c = j75\Omega \Rightarrow r(0) = \frac{j75-75}{j75+75} = \frac{-1-j}{-1+j} = j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$|U(z)| = |U_G| \cdot |\cos(\beta z - \frac{\pi}{4})| \Rightarrow |U(0)| = \cos(-\pi/4) = \frac{|U_G|}{\sqrt{2}}$$

Minima:  $\beta z + \frac{\pi}{4} \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \frac{z}{\lambda} = \frac{3}{8} + n \cdot 0.5; n = 0, 1, 2, \dots$$

- e) Welche Frequenzabhängigkeiten haben die Längs- und die Querdämpfung einer Leitung und welche physikalischen Effekte sind für die jeweilige Dämpfung verantwortlich? (2 P.)



Längsdämpfung  $\propto \sqrt{\omega}$  verursacht durch ohmschen Widerstand und Skineffekt

Querdämpfung  $\propto \omega$  verursacht durch dielektrische Verluste

- f) Erläutern Sie den Begriff Übernahmefrequenz. (1 P.)



Bei der Übernahmefrequenz ist die Querdämpfung einer Leitung gleich der Längsdämpfung.

Musterlösung

**Aufgabe 4**

(gesamt 19 Punkte)

**S-Parameter**

a) Wie sind die folgenden Parameter definiert?

(3 P.)

- $Y_{12}$
- $S_{22}$
- $Z_{21}$

- $Y_{12} = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{U_1=0}$
- $S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$
- $Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

b) Eine Quelle speist ein Zweitor mit 10 Watt. Wie viel Leistung erreicht einen Verbraucher, wenn  $S_{11}$  0 dB ist.

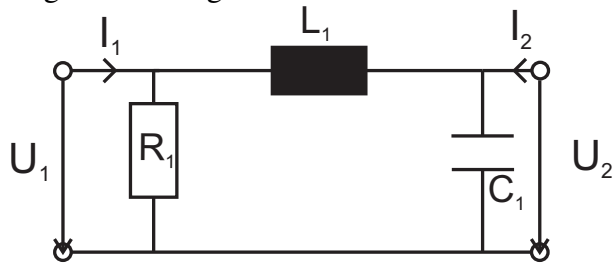
(1 P.)

0 dB bedeutet Totalreflexion, bzw.  $r=1$ . Den Verbraucher erreicht keine Leistung.



c) Gegeben sei folgendes 2-Tor:

(6 P.)



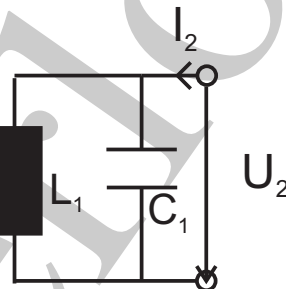
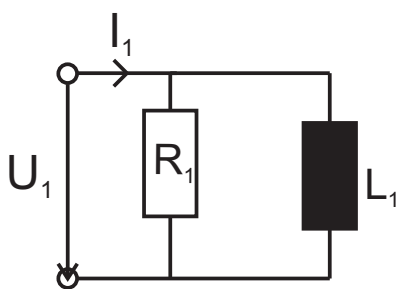
Bestimmen Sie die Y-Parameter des 2-Tors und zeichnen Sie entsprechende Ersatzschaltbilder für alle  $Y_{xy}$  mit sämtlichen Vereinfachungen.

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} \Rightarrow Y_{11} = \frac{1}{R_1} - j\frac{1}{\omega L_1}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \Rightarrow Y_{12} = j\frac{1}{\omega L_1}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \Rightarrow Y_{21} = j\frac{1}{\omega L_1}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} \Rightarrow Y_{22} = j\omega C_1 - j\frac{1}{\omega L_1}$$

Bild 1:  $U_2=0$ Bild 2:  $U_1=0$ 

Musterlösung

d) Geben Sie die Beträge der S-Parameter für ein umkehrbares Zweitor mit folgenden Eigenschaften an:

(2 P.)



- Ein- und Ausgang reflektieren 10 % der Eingangsleistung.
- Das Zweitor ist verlustfrei.

Anpassung von 10 %  $\rightarrow S_{11} = S_{22} = -10_{dB}$

Umrechnung in lineare Größe:  $S_{11} = S_{22} = 10^{-10/20} = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0.3162$

Das Netzwerk ist verlustfrei:  $\Rightarrow S_{11}^2 + S_{21}^2 = 1.$

$S_{21} = \sqrt{1 - S_{11}^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{10}} = 0.9486$

Das Netzwerk ist umkehrbar  $\rightarrow S_{21} = S_{12}$

$$S = \begin{pmatrix} 0.3162 & 0.9486 \\ 0.9486 & 0.3162 \end{pmatrix}$$

e) Ein Viertor hat die folgende Streumatrix:

(7 P.)



$$S = \begin{bmatrix} 0,1e^{j90^\circ} & 0,8e^{-j45^\circ} & 0,3e^{-j45^\circ} & 0 \\ 0,8e^{-j45^\circ} & 0 & 0 & 0,4e^{j45^\circ} \\ 0,3e^{-j45^\circ} & 0 & 0 & 0,6e^{-j45^\circ} \\ 0 & 0,4e^{j45^\circ} & 0,6e^{-j45^\circ} & 0 \end{bmatrix},$$

- Ist dieses Netzwerk verlustbehaftet?
- Ist dieses Netzwerk umkehrbar?
- Welcher Reflexionsfaktor in dB ergibt sich an Tor 1, wenn alle anderen Tore reflexionsfrei abgeschlossen sind?
- Welche Dämpfung in dB und welcher Phasenversatz ergibt sich zwischen Tor 2 und Tor 4, wenn alle anderen Tore reflexionsfrei abgeschlossen sind?
- Welcher Reflexionsfaktor ergibt sich an Tor 1, wenn Tor 3 kurzgeschlossen ist, und die anderen Tore reflexionsfrei abgeschlossen?

a)

Um verlustlos zu sein, müsste die komplette an einem Port eingespeiste Leistung an den anderen Ports wieder ausgegeben werden. Da die S-Parameter Spannungsgrößen sind bzw. der Quadratwurzel der Leistung proportional sind, müssen diese jedoch quadriert werden. Probe für die an Port 1 eingespeiste Leistung:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 = (0,1)^2 + (0,8)^2 + (0,3)^2 = 0,74 \neq 1$$

Da folglich nicht 100% der an Port 1 eingespeisten Leistung an Port 1 reflektiert oder zu den anderen Ports transmittiert werden ist das Netzwerk verlustbehaftet.

b)

Das Netzwerk ist umkehrbar, da die Streumatrix symmetrisch ist ( $S_{kl} = S_{lk}$ ).

c)

Wenn ein Port reflexionsfrei abgeschlossen wird, bedeutet das, dass die zu ihm transmittierte Leistung komplett aufgenommen wird. Es wird deshalb nichts wieder in das Mehrtor zurückreflektiert. Wenn die Ports 2, 3 und 4 reflexionsfrei abgeschlossen sind ergibt sich:

$$|r| = |S_{11}| = 0,1$$

Dies entspricht

$$r|_{dB} = 20 * \log(0,1) = -20dB$$

d)

Falls die Ports 1 und 3 reflexionsfrei abgeschlossen sind, ergibt sich zwischen Port 2 und Port 4 eine Dämpfung von

$$|S_{24}| = 0,4$$

Dies entspricht

$$20 * \log(0,4) = -8dB$$

Außerdem ergibt sich ein Phasenversatz von 45 Grad

e)

Im Gegensatz zu Aufgabenteil c) ist das Tor 3 nun kurzgeschlossen. Das sorgt dafür, dass die von Tor 1 zu Tor 3 transmittierte Welle dort nicht aufgenommen wird, sondern mit einem Phasenversatz von 180 Grad reflektiert wird, und wieder zu Tor 1 zurückläuft. Dort addiert sich diese Welle zu der direkt an Tor 1 reflektierten.

$$r = S_{11} + S_{31}(-1)S_{13} = S_{11} - (S_{31})^2 = 0,1e^{j90^\circ} - 0,09e^{-j90^\circ} = 0,1j - 0,09(-j) = 0,19j = 0,19e^{j90^\circ}$$

Dies entspricht -14,4 dB.

**Aufgabe 5**

(gesamt 19 Punkte)

Mikrowellensysteme

Ein WLAN-Router sendet mit einer Leistung von 40 mW und einem Antennengewinn von 3 dBi bei einer Frequenz von 2,45 GHz. Der W-Lan Empfänger im Smartphone hat eine Empfangsantenne mit einem Gewinn von 0 dBi.

- a) Welche Empfangsleistung in dBm steht am Mobiltelefon zur Verfügung? Die Entfernung beträgt 50 m. Nehmen Sie dabei an, dass durch Wände und Möbel eine Signaldämpfung von 30 dB zusätzlich zur Freiraumdämpfung auftritt.

(4P.)

Umrechnung der Antennengewinne in lineare Größen: 3 dBi entspricht 2; 0 dBi entspricht 1.  
Berechnung der Wellenlänge:  $\lambda = c/f = 0,122$  m  
Eine Signaldämpfung von 30 dB entspricht einer auf 1/1000 reduzierten Empfangsleistung.  
Berechnung der Empfangsleistung mit der Friis-Gleichung:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} \frac{1}{1000} = 3,03 \text{ pW}$$

Umrechnung in dBm:

$$P_{r,dBm} = 10 \log(P_r/1 \text{ mW}) = -85 \text{ dBm}$$

- b) Um eine ausreichend schnelle Datenübertragung gewährleisten zu können, wird eine Empfangsleistung von  $-70$  dBm am Smartphone gefordert. Ein Repeater (Signalverstärker) soll deshalb auf halber Strecke zwischen Router und Smartphone installiert werden. Der Repeater besteht aus einer Empfangsantenne mit  $20$  dBi Gewinn, einem Verstärker mit Verstärkung  $G_V$ , sowie einer Sendeantenne mit  $0$  dBi Gewinn. Welche Verstärkung in dB benötigt der Verstärker? Nehmen Sie dabei erneut an, dass durch Wände und Möbel eine Signaldämpfung von insgesamt  $30$  dB zusätzlich zur Freiraumdämpfung auftritt (vom Router bis zum Smartphone).

(6 P.)



Umrechnung der Antennengewinne in lineare Größen:  $20$  dBi entspricht  $100$ ;  $0$  dBi entspricht  $1$ .  
Die geforderte Empfangsleistung von  $-70$  dBm entspricht  $100$  pW  
Berechnung der Empfangsleistung mit der Friis-Gleichung:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_{r, \text{repeater}} \lambda^2}{(4\pi(R/2))^2} G_V \frac{G_{t, \text{repeater}} G_r \lambda^2}{(4\pi(R/2))^2} \frac{1}{1000}$$

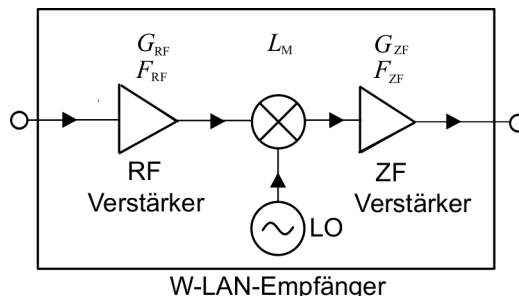
Umstellen nach der gesuchten Verstärkung  $G_V$ :

$$G_V = \frac{P_{r, \text{min}}}{\frac{P_t G_t G_{r, \text{repeater}} \lambda^2}{(4\pi(R/2))^2} \frac{G_{t, \text{repeater}} G_r \lambda^2}{(4\pi(R/2))^2} \frac{1}{1000}} = 542900$$

Entspricht in dB:

$$G_{V, \text{dB}} = 10 \log(G_V) = 57 \text{ dB}$$

- c) Der W-LAN-Empfänger besteht aus den in der Abbildung dargestellten Komponenten, einem rauscharmen Verstärker, einem passiven Diodenmischer, sowie einem ZF-Verstärker. (4P.)



Die Kennwerte der einzelnen Komponenten lauten:

$$G_{RF} = 16 \text{ dB}, F_{RF} = 3 \text{ dB}$$

$$L_M = 10 \text{ dB}$$

$$G_{ZF} = 30 \text{ dB}, F_{ZF} = 6 \text{ dB}$$

Berechnen Sie die Gesamtverstärkung und die Gesamt rauschzahl des Systems und geben Sie die Werte in dB an.

Berechnung der Gesamtverstärkung direkt aus Addition der DB-Werte:

$$G_{ges}|_{dB} = 16dB - 10dB + 30dB = 36dB$$

Die Rauschzahl von passiven Komponenten entspricht deren Dämpfung:

$$L_M = L_M$$

Umrechnung in lineare Werte für Rauschzahlberechnung:

Verstärkung RF: 39.8107 (linear) - (auch 40 o.k.)

Rauschzahl RF: 1.9953 (linear) - (auch 2 o.k.)

Verstärkung Mischer: 0.1 (linear)

Rauschzahl Mischer: 10 (linear)

Verstärkung ZF: 1000 (linear)

Rauschzahl ZF: 3.9811 (linear) - (auch 4 o.k.)

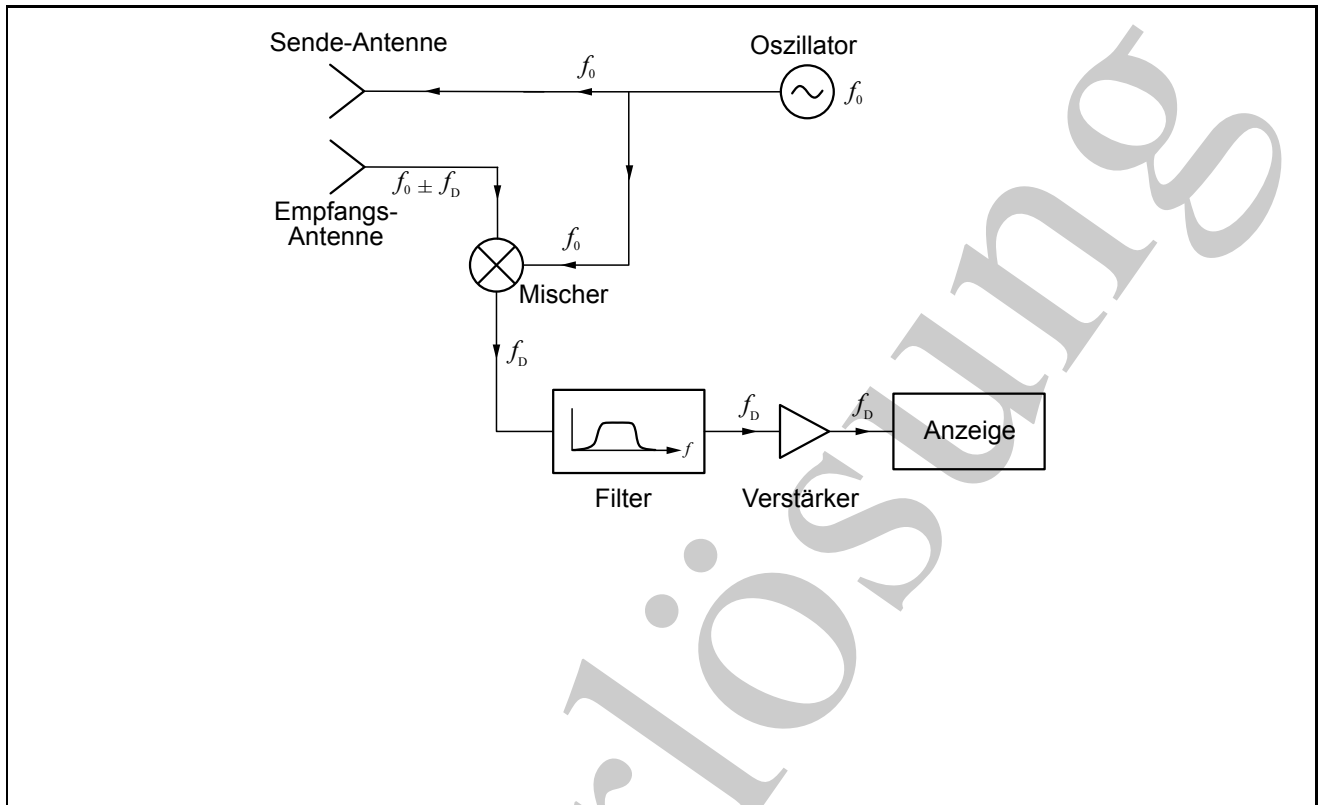
Rauschzahl mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl (lineare Werte einsetzen!)

$$F_{ges} = F_{RF} + \frac{F_M - 1}{G_{RF}} + \frac{F_{ZF} - 1}{G_{RF} G_M}$$

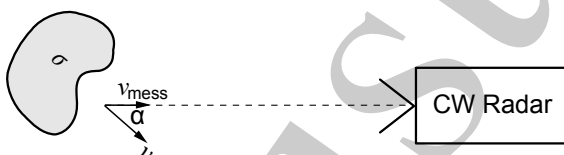
Rauschzahl Gesamt: 2.97 (linear)

Rauschzahl Gesamt: 4.7 dB

- d) Zeichnen und beschriften Sie das Blockschaltbild eines Doppler-Radars mit getrennter Sende- und Empfangsantenne. Dabei muss jedes Element benannt werden. (3 P.)



- e) Ein Ziel bewegt sich nun nicht senkrecht auf das Dopplerradar zu, sondern schräg daran vorbei. Welcher Messfehler (tatsächliche Geschwindigkeit zu gemessene Geschwindigkeit) ergibt sich? (2 P.)



Gemessen wird der Anteil der Geschwindigkeit, der sich senkrecht auf den Radar zubewegt. Diese gemessene Geschwindigkeit hängt vom Winkel  $\alpha$  ab.

$$v_{mess} = \cos(\alpha)v$$

$$\frac{v_{mess}}{v} = \cos(\alpha)$$

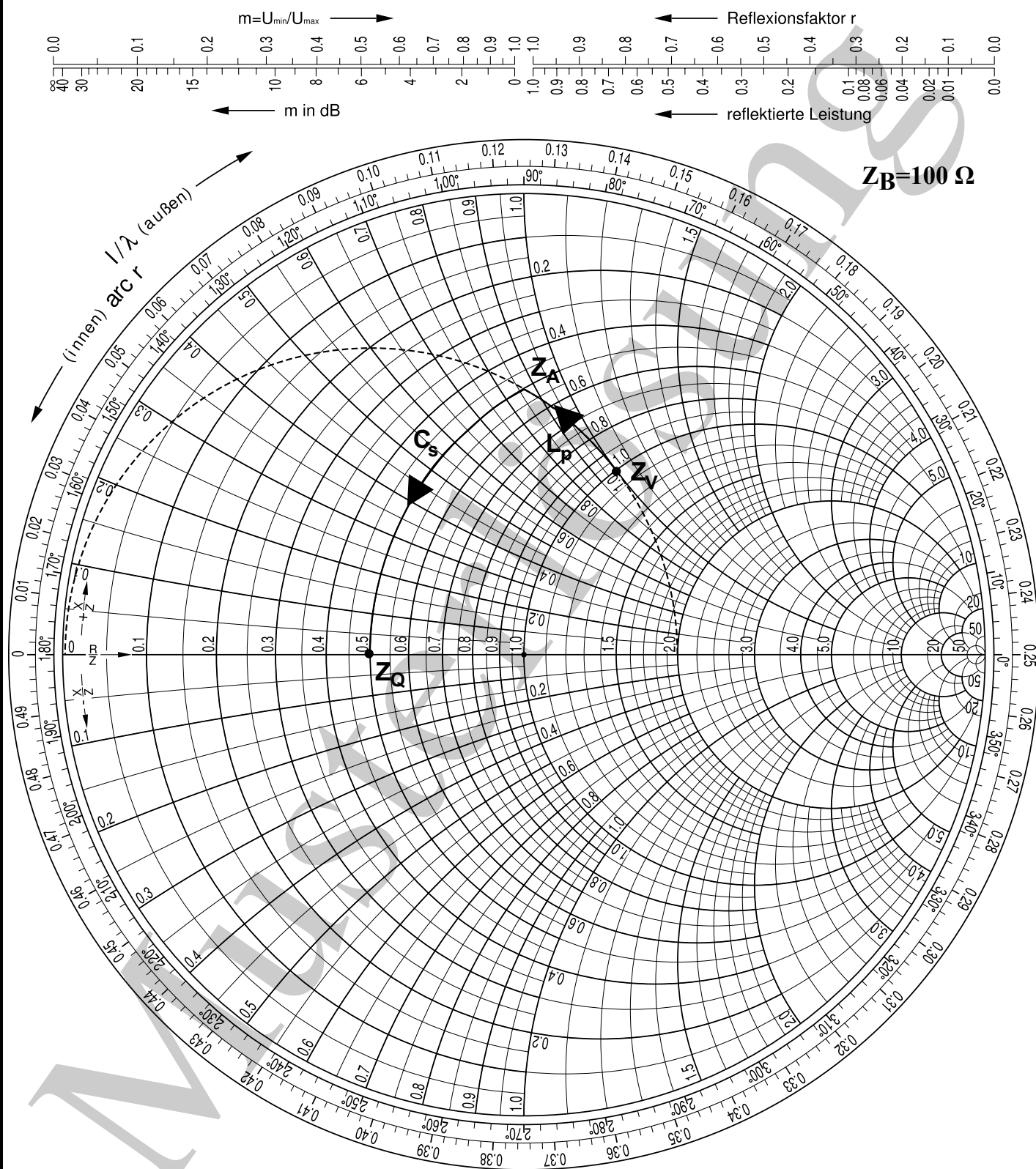


zugehörige  
Aufgabennummer:

2a

Widerstandsform

Bezugswiderstand  $Z_B = 100 \Omega$



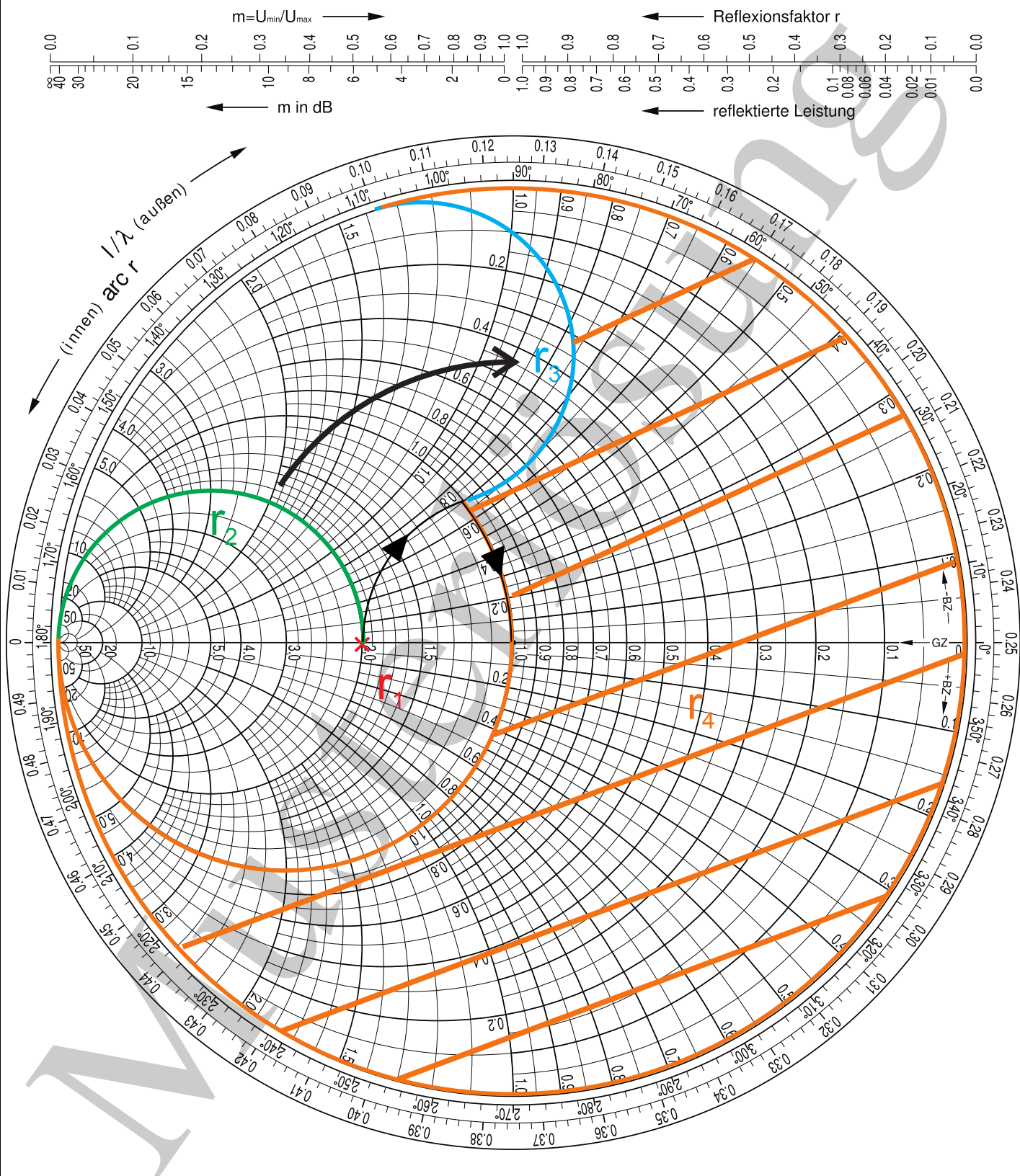
**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige  
Aufgabennummer:

2bc

Leitwertform

Bezugswiderstand  $Z_B = 100 \Omega$



**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

**Impedanz**  $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$  **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

**Kompensation mit dualen Elementen**

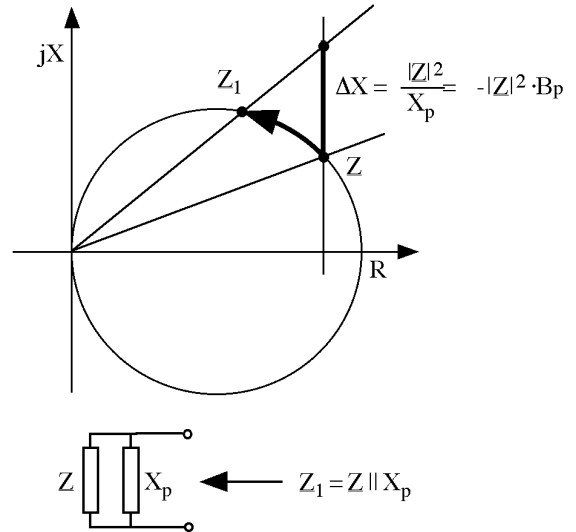


Bedingungen für Kompensation:  $X_s = R^2 \cdot B_p$

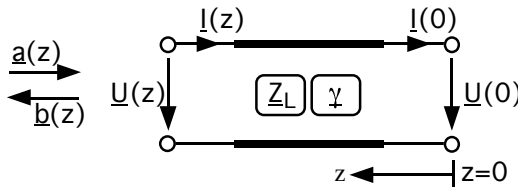
Frequenzfaktor:  $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz:  $|F(f_k)| = 1$

**Hilfskonstruktion zur Transformation**



**Leitungen**



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

**Koaxialleitung**

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

**ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)**

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

**schwach gedämpfte Leitungen ( $R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$ )**

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left( \frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

**Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)**

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

**Eindringtiefe s**

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

**Reflexionsfaktor r**

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

**Reflexionsfaktor  $\rightarrow$  Impedanz**

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

**Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis**

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

**Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung  $P_w$**

mit:  $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

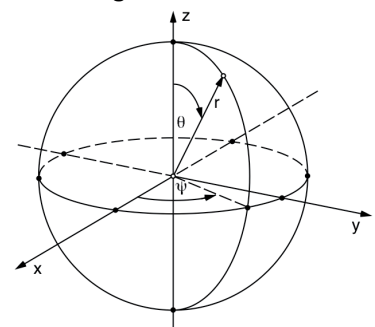
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

**Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung**

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Bigg|_{\alpha=0}$$

**Kugelkoordinaten**



Azimuth:  $\psi$

Elevation:  $\theta$

Volumen:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Oberfläche:  $F = 4 \pi r^2$

**Konstanten**

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$$

$$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
$S_{11}$	$S_{11}$	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
$S_{12}$	$S_{12}$	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
$S_{21}$	$S_{21}$	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
$S_{22}$	$S_{22}$	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
$Z_{11}$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{11}$	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
$Z_{12}$	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{12}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
$Z_{21}$	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{21}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
$Z_{22}$	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$Z_{22}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
$Y_{11}$	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{11}$	$\frac{D}{B}$	
$Y_{12}$	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{12}$	$\frac{BC - AD}{B}$	
$Y_{21}$	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{21}$	$\frac{-1}{B}$	
$Y_{22}$	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{22}$	$\frac{A}{B}$	
$A$	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$A$	
$B$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$B$	
$C$	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}$	$C$	
$D$	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$D$	
$T_{11}$	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				$T_{11}$
$T_{12}$	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				$T_{12}$
$T_{21}$	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				$T_{21}$
$T_{22}$	$\frac{1}{S_{21}}$				$T_{22}$