Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
erreichbare Punkte	16	17	18	17	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	**Note:**
84		

Institut für Hochfrequenztechnik und Elektronik

1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.

2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.

3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.

4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden**. In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.

5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.

6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.

7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.

8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.

9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 31 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.

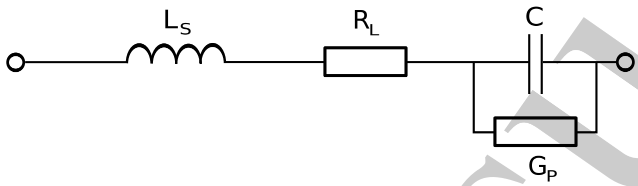
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

*(gesamt **16** Punkte)*

Allgemeines

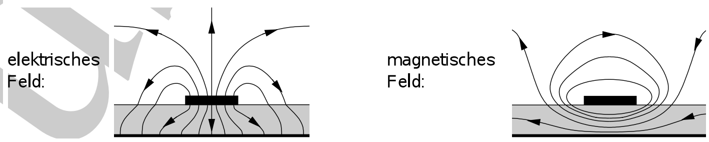
a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild eines Kondensators. Nennen sie die Ursachen der Verluste im Kondensator. ***(2 P.)***



- In Kondensatoren führen Ladeströme zu einer Eigeninduktivität (L_S) und zu Verlusten im Kondensator (R_L).
- Das wechselnde Feld im Kondensator führt zu Polarisationsverlusten im Dielektrikum (G_P).

b) Zeichnen Sie die elektrischen und magnetischen Feldlinien einer Mikrostreifenleitung im Querschnitt. Geben sie die Ausbreitungsrichtung der Welle zu ihrer Zeichnung an. ***(3 P.)***

Feldlinienknick der elektrischen Feldlinien durch Permittivitätsänderung beachten.



Die Welle breitet sich in die Blattebene aus. *Allgemeine Hinweise:*

- *Massefläche einzeichnen,*
- *Dielektrikum/Substrat einzeichnen,*
- *E-Feld Linien verlaufen zwischen Leitung und Masse,*
- *Bei der Richtung der Feldlinen und der Ausbreitungsrichtung auf die "Rechte-Hand-Regel" achten.*

c) Wofür werden Bauelemente mit nichtlinearen Kennlinien in Mikrowellensystemen benötigt? Nennen Sie ein nichtlineares Bauelement der Hochfrequenztechnik und geben Sie zwei Anwendungen der nichtlinearen Eigenschaften an. *(2 P.)*

Eins aus

- Halbleiterdioden
- Transistoren
- Röhren

Zwei aus

- Frequenzumsetzung (d.h. Mischer),
- Frequenzvervielfachung,
- Detektion und
- Leistungsmessung.

Falsche Antworten sind

- *Verstärker,*
- *Spule,*
- *Kondensator.*

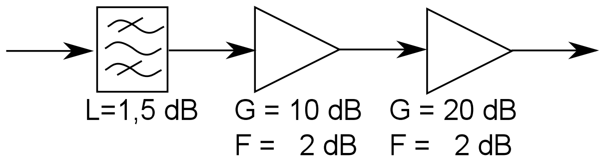
d) Eine Antenne strahlt bei einer Frequenz von 5,8 GHz ab und wird mit einer Leistung von 85 W versorgt. In 300 m Entfernung wird eine Leistungsdichte von $7{,}5 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$ der Hauptkeule gemessen. Wie groß ist der Antennengewinn in dBi? *(2 P.)*

$$G = \frac{4\pi S r^2}{P} = \frac{4\pi * 7{,}5 * 10^{-3} * 300^2}{85} = 100 \mathrel{\hat{=}} 20\ \mathrm{dBi}$$

e) Wofür wird ein Modenrührer (engl. Mode Stirrer) verwendet? *(1 P.)*

Eine wesentliche Anforderung an eine Mikrowellenprozessierungsanlage ist es, eine möglichst gleichmäßige Erwärmung zu erreichen. Aufgrund der relativ kurzen Wellenlänge (cm-Bereich) in der HF-Technik gibt es im Material Interferenzen verschiedener Feldanteile, so dass sich ein inhomogenes elektrisches Feld mit verteilten Minima und Maxima ausbildet. Die daraus resultierende Erwärmung ist ebenfalls inhomogen. Dieses Problem kann umgangen werden, indem das elektromagnetische Feld selbst zeitlich verändert wird, indem mechanisch bewegte Reflektoren, sogenannte Modenrührer (engl. Mode Stirrer) eingesetzt werden.

f) In nachfolgender Abbildung ist ein WLAN-Empfänger als Blockschaltbild gezeichnet. Das Bandpassfilter besitzt eine Bandbreite von 100 MHz bei einer Mittenfrequenz von 2,4 GHz. Bestimmen Sie die Rauschzahl bei einer Raumtemperatur von 290 K in dB. Wie groß ist das Signal-zu-Rausch Verhältnis am Ausgang des Empfängers in dB, wenn die Eingangsleistung -90 dBm beträgt? Mit welcher Anordnung der Einzelkomponenten wird die beste Rauschzahl erreicht (Rauschzahl angeben)? Warum kann es in der Praxis dennoch sinnvoll sein den urspr. Aufbau einzusetzen? ***(6 P.)***



Rauschzahl berechnen:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} = 1{,}41 + 1{,}41 * (1{,}58 - 1) + \frac{1{,}41}{10}(1{,}58 - 1) = 2{,}31 \triangleq 3{,}64 \text{ dB}$$

SNR berechnen:
1. Ausgangsleistung

$$P_{out} = -90 \text{ dBm} - 1{,}5 \text{ dB} + 10 \text{ dB} + 20 \text{ dB} = -61{,}5 \text{ dBm}$$

2. Rauschleistung (verstärkte Eingangsrauschleistung + interne Rauschleistung)

$$\begin{aligned} P_{noise} &= kT_0BG_{sys} + kT_{e,sys}BG_{sys} = k(F_{sys} - 1 + 1)T_0BG_{sys} = \\ &\quad 1{,}38 * 10^{-23} * 2{,}31 * 290 * 100 * 10^6 * 10^{28{,}5/10} \text{ W} = \\ &\quad 6{,}54 * 10^{-10}\text{W} \triangleq -61{,}84 \text{ dBm} \end{aligned}$$

3. SNR

$$\text{SNR} \approx 0{,}34 \text{ dB}$$

Die beste Rauschzahl wird erreicht, wenn beide Verstärker vor das Filter geschaltet werden, wobei der erste Filter die höchste Verstärkung aufweisen sollte, da die Rauschzahl beider Verstärker gleich ist.

$$F = 1{,}58 + \frac{1{,}58 - 1}{100} + \frac{1{,}41 - 1}{1000} = 1{,}586 \triangleq 2{,}0 \text{ dB}$$

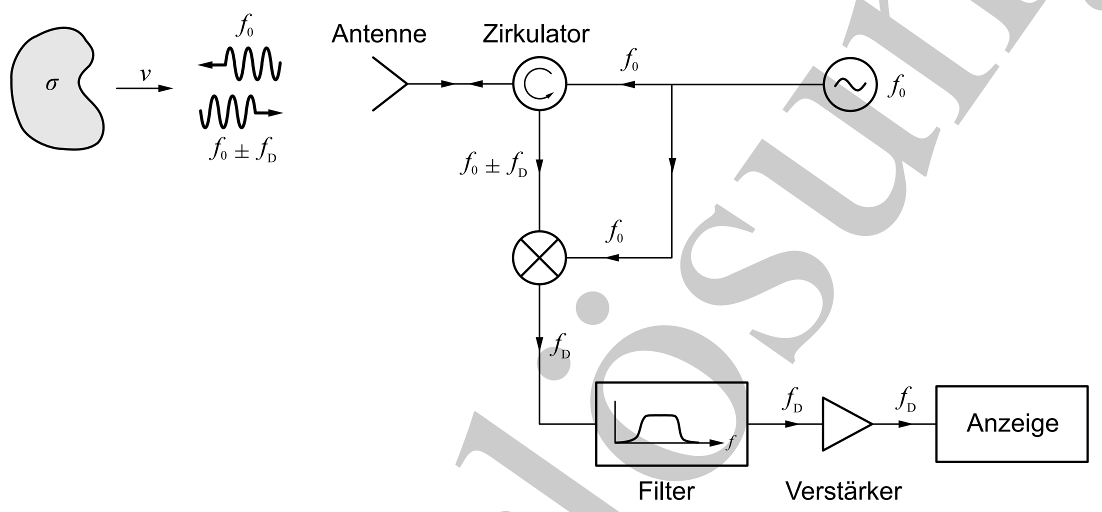
Obwohl durch diesen Aufbau die Rauschzahl minimiert wird, sollte das Signal zuerst am Empfänger mit einem Bandpass gefiltert werden, um zu vermeiden, dass die Verstärker durch ein Störsignal bei einer unerwünschten Frequenz gesättigt werden.

Aufgabe 2

*(gesamt **17** Punkte)*

Radar

a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen CW-Radars (Dopplerradar) in ein Blockschaltbild. *(4 P.)*

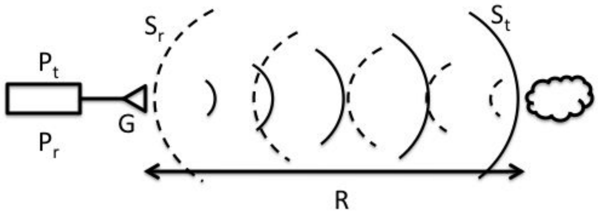


b) Zwei Ziele bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 50 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ genau auf ein CW-Radar zu. Das CW-Radar misst beide Ziele gleichzeitig, wenn sie einen Abstand von 3 m und 6 m zum Radar haben. Die Frequenz des Radars beträgt 24 GHz. Bestimmen Sie die Dopplerfrequenz. *(2 P.)*

$$f_D = \frac{2vf_0}{c_0} = \frac{2 * 13.89 * 24 * 10^9}{3 * 10^8}\mathrm{Hz} = 2{,}2\ \mathrm{kHz}$$

Die Dopplerfrequenz ist unabhängig von der Entfernung.

c) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das CW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t, dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an. *(5 P.)*



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_\mathrm{t} = \frac{P_\mathrm{t} G}{4\pi R^2}\,.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_\mathrm{r} = \frac{S_\mathrm{t}\sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_\mathrm{t} G \sigma}{\left(4\pi R^2\right)^2}\,.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_\mathrm{W} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_\mathrm{r} = S_\mathrm{r} A_\mathrm{W} = \frac{P_\mathrm{t} G^2 \lambda^2 \sigma}{\left(4\pi\right)^3 R^4}\,.$$

d) Das CW-Radar sendet bei einer Frequenz von $24\ \mathrm{GHz}$ mit einer Leistung von $10\ \mathrm{dBm}$ über eine Antenne mit $20\ \mathrm{dBi}$. Berechnen Sie die Empfangsleistung einer Einzelmessung am Radar für eine Entfernung von 3 m und 6 m in dBm, wenn das Zielobjekt ein RCS von $10\ \mathrm{m}^2$ besitzt. ***(2 P.)***

Empfangsleistung aus Radargleichung mit Sendeleistung und Antennengewinn linear:

$$\begin{aligned} P_{t,lin} &= 10\ \mathrm{mW} \\ G_{lin} &= 100 \end{aligned}$$

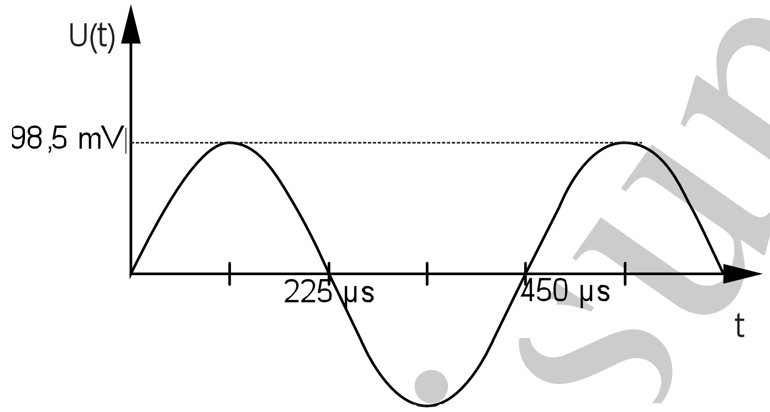
$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c_0}{f} = 12{,}49\ \mathrm{mm} \\ P_{r,3m} &= P_t \frac{G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 970\ \mathrm{nW} \mathrel{\hat{=}} -30\ \mathrm{dBm} \\ P_{r,6m} &= 61\ \mathrm{nW} \mathrel{\hat{=}} -42\ \mathrm{dBm} \end{aligned}$$

e) Berechnen Sie die Spitzenspannung des Empfangssignals des CW-Radars unter Annahme eines 50 Ω-Systems für eine Entfernung von 3 m und 6 m, wenn eine Spannungsverstärkung von 20 dB verwendet wird. *Hinweis: Benutzen Sie Aufgabenteil d) zur Lösung.* ***(2 P.)***

$$\begin{aligned} U_{r,3m} &= \sqrt{970\ \mathrm{nW} \cdot 50\ \Omega} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 98{,}5\ \mathrm{mV} \\ U_{r,6m} &= \sqrt{61\ \mathrm{nW} \cdot 50\ \Omega} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 25\ \mathrm{mV} \end{aligned}$$

f) Zeichnen Sie das Empfangssignal des CW-Radars unter Annahme eines 50 Ω-Systems für eine Entfernung von 3 m in nachfolgende Grafik, wenn ein Oszilloskop zur Anzeige und eine Spannungsverstärkung von 20 dB verwendet wird. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms! *Hinweis: Benutzen Sie die Aufgabenteile b) und e) zur Lösung.* ***(2 P.)***

$T_r = \frac{1}{2{,}2\ \text{kHz}} \approx 450\ \mu\text{s}$

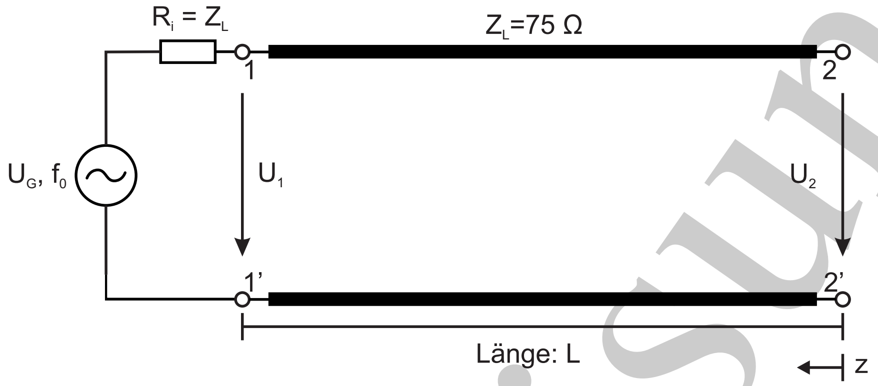


Aufgabe 3

*(gesamt **18** Punkte)*

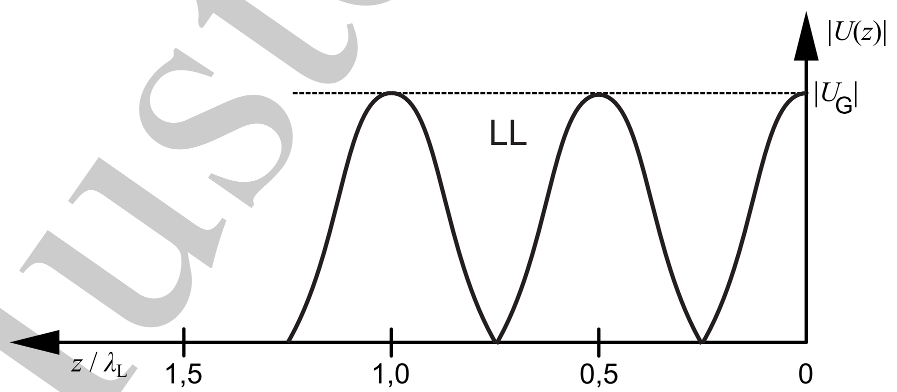
Stehende Wellen

Gegeben sei folgende verlustlose leerlaufende Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) mit dem Wellenwiderstand Z_L, die von einem Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung U_G und mit der Frequenz $f_0 = 951{,}1$ MHz gespeist wird.

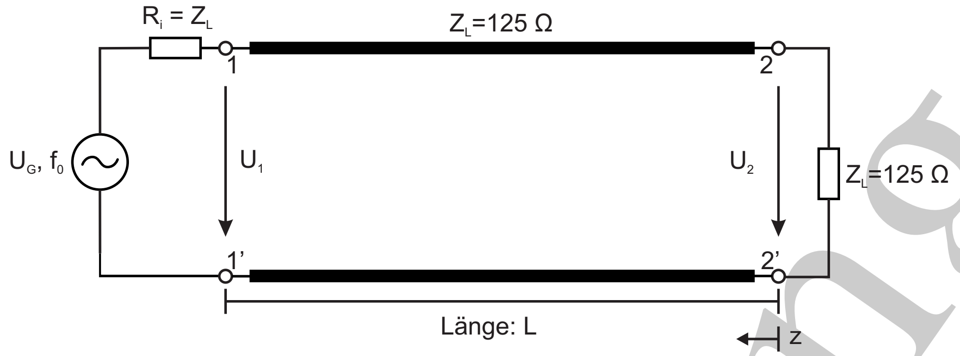


a)
- Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Leitung der Länge L in das dafür vorgesehene Diagramm ein. ***(3 P.)***
- Wie groß ist $|U(z)|$?
- Für welche $\frac{z}{\lambda}$ gilt $|U(z)| = 0$?

Es gilt der Verlauf im Leerlauffall:
$\frac{z}{\lambda} = 0$ für alle $\frac{z}{\lambda} = (2n+1) \cdot 0{,}25, n = 0{,}1{,}2{,}3..$



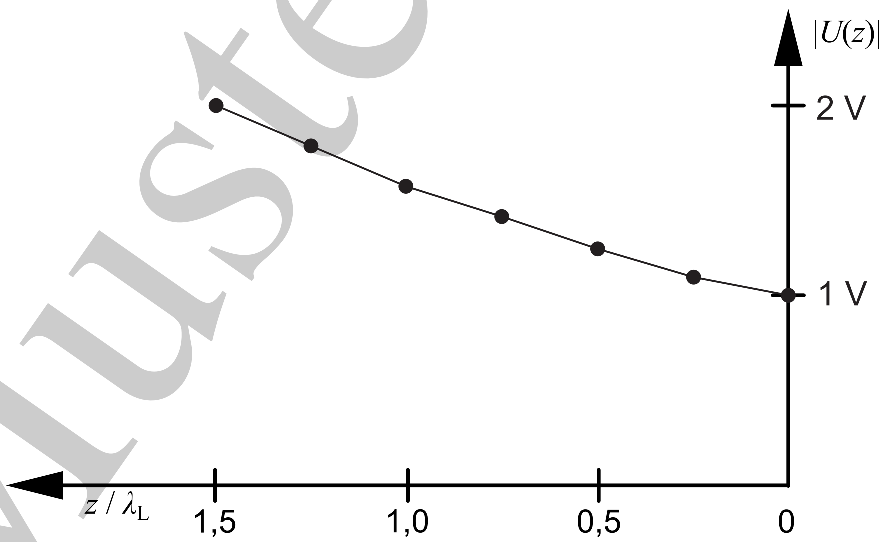
Nun sei folgende Schaltung gegeben:



b) Gegeben sind folgende Betriebsdaten der Leitung: Länge $L = 1{,}5\mathrm{m}$, Dämpfungsbelag $\alpha = 0{,}46/\mathrm{m}$, Wellenlänge $\lambda = 1\mathrm{m}$. Skizzieren Sie die Verläufe der Spannungsamplituden der hinlaufenden, rücklaufenden und resultierenden Welle ($|U_\mathrm{H}(z)|$, $|U_\mathrm{R}(z)|$, $|U(z)|$) entlang der Leitung ($z = 0 \ldots 1{,}5\lambda$). Die Amplitude der hinlaufenden Welle bei $z = 1{,}5\lambda$ sei 2V. ***(6 P.)***

- Geben Sie den resultierenden Reflexionsfaktor am Eingang der Leitung $r(L)$ bezogen auf Z_L an.
- Geben Sie die Formel für $|U(z)|$ an.
- Wie groß ist U_G?

Hinweis: Es ist hilfreich einige Werte auszurechnen und eine Wertetabelle für die Zeichnung zu verwenden.



Am besten legt man sich eine Wertetabelle an:

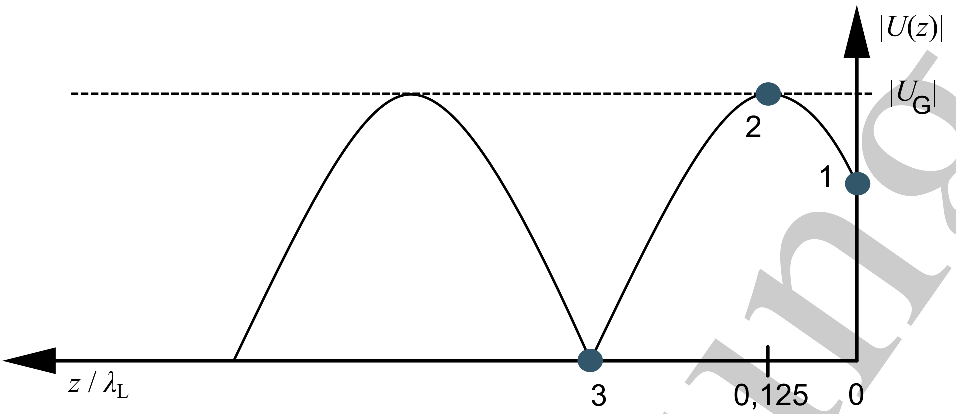
$U_H(z) = U_H(0)e^{\alpha z}e^{j\beta z} \qquad U_H(0) = U_H(1{,}5\lambda)e^{-\alpha 1{,}5\lambda}e^{-j\beta 1{,}5\lambda}$
$U_H(1{,}5\lambda) = 2\text{V}$
$e^{-\alpha 1{,}5\lambda} = 0{,}5$
$e^{-j\beta 1{,}5\lambda} = -1$

$r(0) = 0$ (Anpassung) $\Rightarrow U_R(z) = 0 \Rightarrow |U(z)| = |U_H(z)|$

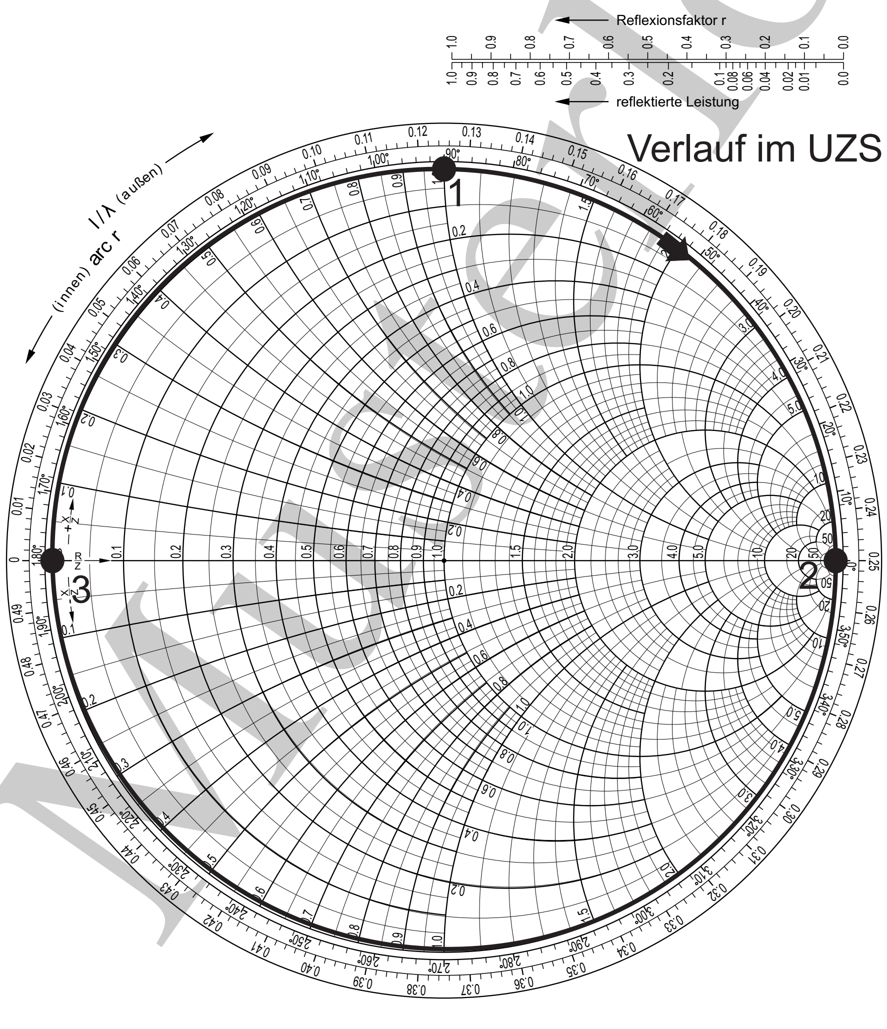
$|U_H(z)| = |U_H(0)|e^{\alpha z}$
$U_G = 2 * U_H(1{,}5\lambda) = 4$ V
Wertetabelle:

z/m	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5
$\lvert U_H(z)\rvert$	1	1,12	1,26	1,41	1,58	1,78	2,0

Gegeben sei eine Mikrostreifenleitung mit einem Wellenwiderstand $Z_L = 50\Omega$ auf der folgende Einhüllende bei einer Frequenz von 1 GHz gemessen wurde:



c) Zeichnen Sie den Verlauf des Reflexionsfaktors $r(z)$ in ein Smithdiagramm ein. Beschriften Sie im Smithdiagramm die im Verlauf markierten Punkte 1 bis 3. ***(4 P.)***

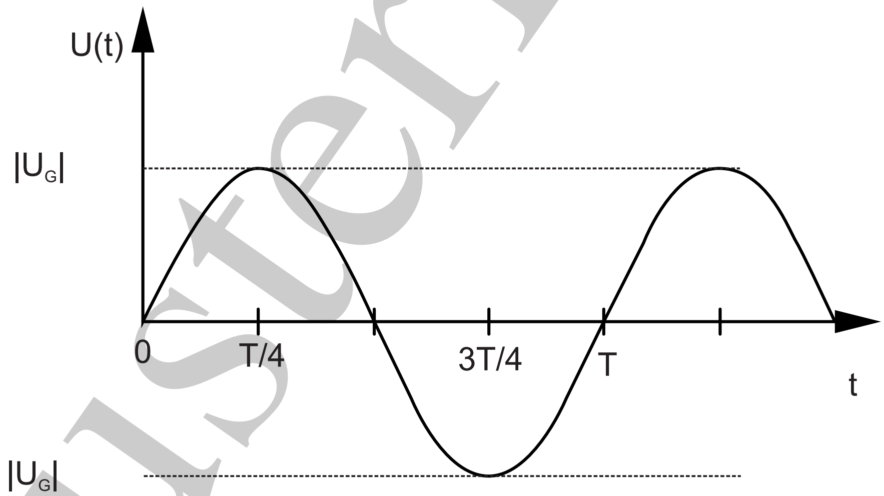


d) Welches Bauteil ist als Verbraucher bei z=0 angeschlossen? Berechnen Sie den Wert des Bauteils. *(2 P.)*

Am besten im SD den Wert ablesen: $Z_V = Z_B * (0 + j) = j50\Omega$
Es handelt sich um eine Spule/Induktivität:
$j\omega L = j50\Omega \Rightarrow L = \frac{50\Omega}{2\pi 1\text{GHz}} = 7{,}96\text{nH}$

e) Sie haben die Möglichkeit das Signal auf der in Aufgabenteil c gegebenen Mikrostreifenleitung über der Zeit an der Stelle $0{,}625\lambda_L$ abzutasten. Zeichnen Sie mindestens 1,5 Perioden des gemessenen Signals $U(t)$ in das gegebene Diagramm ein. *(3 P.)*

Maxima in Aufgabe d ablesen: $|U_G|$, Sinus einzeichnen. Achsen richtig bechriften!

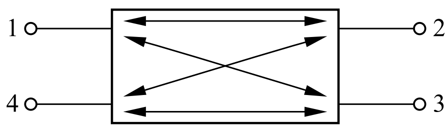


Aufgabe 4

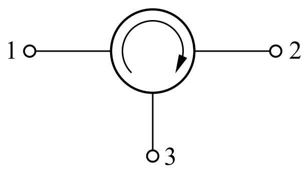
*(gesamt **17** Punkte)*

Streuparameter

Gegeben seien ein Richtkoppler (ideal verlustfrei) mit der Streumatrix $\mathbf{S}_\mathrm{R}$, zwei Zirkulatoren (ideal verlustfrei) mit der Streumatrix $\mathbf{S}_\mathrm{Z}$ und eine verlustfreie Leitung mit der Streumatrix $\mathbf{S}_\mathrm{L}$.



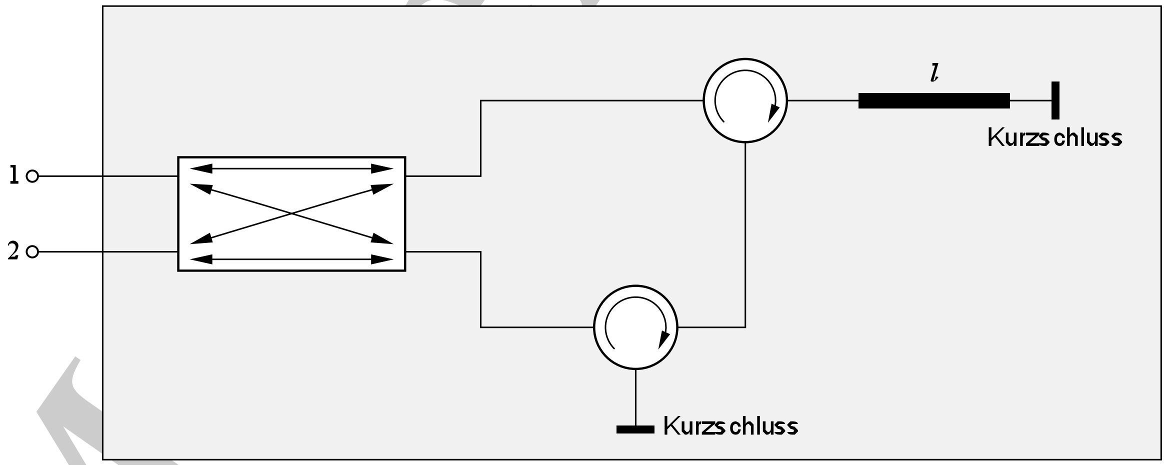
$$\mathbf{S}_\mathrm{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -j \\ -j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -j & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{S}_\mathrm{Z} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}_\mathrm{L} = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{pmatrix}$$

Diese Elemente sind nach untenstehendem Bild zusammengeschaltet.



a) Bestimmen Sie die Streumatrix **S** des unbekannten Zweitores. *(4 P.)*

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot 1\cdot e^{-j\beta l}\cdot(-1)\cdot e^{-j\beta l}\cdot 1\cdot 1\cdot(-1)\cdot 1\cdot\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)+\frac{-j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot 1\cdot 1\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi} \\ &= -\frac{j}{2}e^{-j2\varphi}\left(e^{-j2\beta l}+1\right) \end{aligned}$$

$$S_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}+\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)\cdot\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)\cdot e^{-j2\beta l} = \frac{1}{2}e^{-j2\varphi}\left(1-e^{-j2\beta l}\right)$$

$$S_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot e^{-j2\beta l}+\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)\cdot\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right) = \frac{1}{2}e^{-j2\varphi}\cdot\left(e^{-j2\beta l}-1\right)$$

$$S_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\cdot\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)+\left(-\frac{j}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi}\right)\cdot e^{-j2\beta l}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\varphi} = -\frac{j}{2}e^{-j2\varphi}\left(1+e^{-j2\beta l}\right)$$

b) Ist das abgebildete Zweitor umkehrbar? Begründen Sie Ihre Entscheidung. *(1 P.)*

nicht umkehrbar, da $S_{ij} \neq S_{ji}$

c) Für welche Leitungslängen l ist das Zweitor eigenreflexionsfrei? Wie groß ist in diesem Fall $|S_{21}|$ bzw. $|S_{12}|$? *(3 P.)*

eigenreflexionsfrei (0 auf der Hauptdiagonalen)
$\Leftrightarrow e^{-j2\beta l} = -1$
$\Rightarrow 2\beta l = (2k+1)\pi$
$l = (2k+1)/4$
$\frac{l}{\lambda} = \frac{2k+1}{4}$ mit $k \in Z$

$|S_{21}|=|S_{12}|=1$

d) Wieviel Prozent der von einem an Tor 1 angeschlossenen Generator eingespeisten Leistung wird in eine am Tor 2 angeschlossene angepasste Impedanz übertragen, wenn $l = \lambda/8$ beträgt? *(2 P.)*

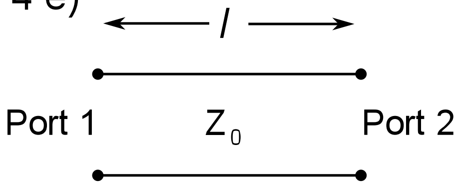
$$S_{21} = \frac{1}{2}e^{-j2\varphi} \cdot \left(e^{-j2\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{8}} - 1\right) = \frac{1}{2}e^{-j2\varphi} \cdot \left(e^{-j\frac{\pi}{2}} - 1\right)$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{1}{4}\left|e^{-j\frac{\pi}{2}} - 1\right|^2 = \frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}^2 = \frac{1}{2}$$

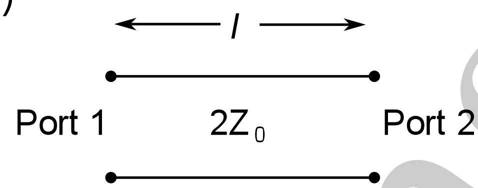
$\Rightarrow 50\ \%$ der eingespeisten Leistung wird in eine angepasste Impedanz übertragen.

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben zu lösen!
Bestimmen Sie zu den abgebildeten, verlustfreien Leitungen jeweils die Streumatrix für eine Systemimpedanz von Z_0.

4 e)



4 f)



e) Bestimmen Sie zur abgebildeten, verlustfreien Leitung 4 e) die Streumatrix für eine Systemimpedanz von Z_0. ***(2 P.)***

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = 0$$

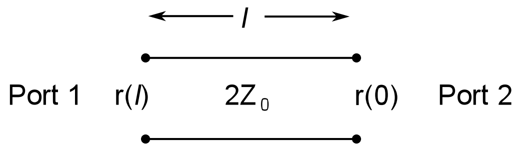
$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} = 0$$

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}$$

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}$$

f) Bestimmen Sie zur abgebildeten, verlustfreien Leitung 4 f) die Streumatrix für eine Systemimpedanz von Z_0. *(5 P.)*

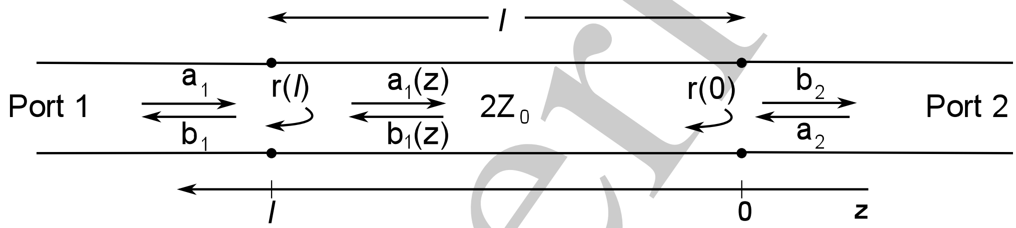
Hilfsskizze 1:



Aus Symmetrie folgt: S_{11}=S_{22}, Berechnung von S_{11}

$$
\begin{aligned}
r(0) &= \frac{Z_0 - 2Z_0}{Z_0 + 2Z_0} = -\frac{1}{3} \\
Z_{Port1} &= 2Z_0 \frac{1 + r(0)\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}}{1 - r(0)\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}} = 2Z_0 \frac{1 - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}}{1 + \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}} \\
r(l) &= \frac{Z_{Port1} - Z_0}{Z_{Port1} + Z_0} = \frac{2(1 - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}) - (1 + \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l})}{2(1 - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}) + (1 + \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l})} = \frac{1 - \mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}}{3 - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta l}} = S_{11}
\end{aligned}
$$

Hilfsskizze 2:



Aus Symmetrie folgt: S_{21}=S_{12}
Berechnung von S_{21}, d.h. Port 2 wird reflexionsfrei abgeschlossen ($U_{H2} = 0$ bzw. $a_2 = 0$), bei Port 2 ist z=0

$$
\begin{aligned}
U_1(l)_{Port1} &= U_{H1}(l) + U_{R1}(l) = U_{H1}(l)(1 + r(0)) = U_{H1}(0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} - \frac{1}{3}U_{H1}(0)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l} \\
U_2(0)_{Port2} &= U_{H2}(0) + U_{R2}(0) = U_{R2}(0) = U_{H1}(0)(1 - \frac{1}{3})
\end{aligned}
$$

mit $U_{H1}(l)/\sqrt{Z_L}$=$a_1(l)$, $U_{R1}(l)/\sqrt{Z_L}$=b_1, $U_{H2}(0)/\sqrt{Z_L}$=a_2, $U_{R2}(0)/\sqrt{Z_L}$=b_2 und $U_{H1}(0)/\sqrt{Z_L}$=$a_1(0)$ folgt:

$$
\begin{aligned}
a_1(l) \cdot (1 + r(0)) &= a_1(0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} - \frac{1}{3}a_1(0)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l} \\
b_2 &= a_1(0)(1 - \frac{1}{3})
\end{aligned}
$$

Kombiniert:

$$
\begin{aligned}
b_2 &= \frac{2}{3}\frac{a_1(l)\cdot(1+r(l))}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}} \\
S_{21} &= \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a2=0} = \frac{2}{3}\frac{1+r(l)}{(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\mathrm{l}})} = \frac{8}{3}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\mathrm{l}}}{(3-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\beta\mathrm{l}})}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5

*(gesamt **16** Punkte)*

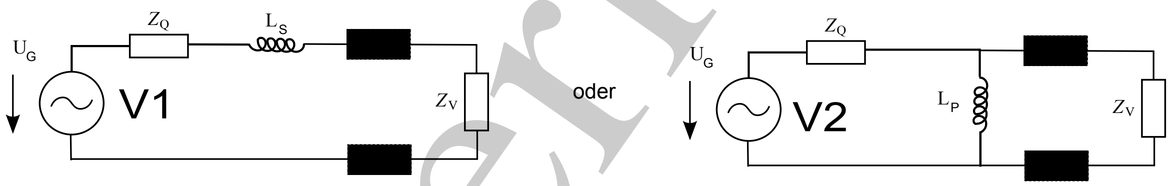
Smithdiagramm

a) *(4 P.)*

Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = 200 + j300\ \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50\ \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- eine Spule mit beliebiger Induktivität
- eine Leitung beliebiger Länge

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit genau zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von 2 GHz Anpassung herrscht.

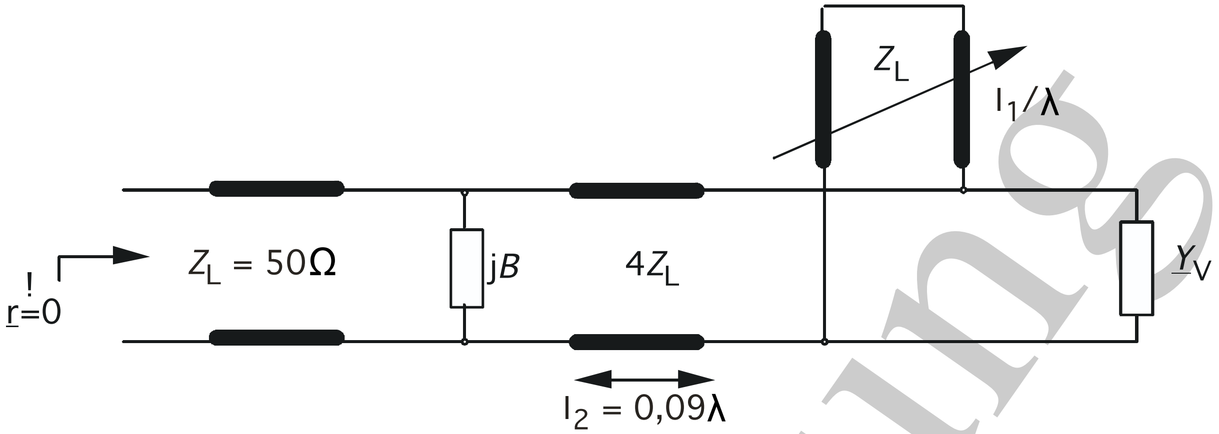


Auswahl der Bezugsimpedanz, zB 100 Ω
$Z_V = 2 + 3j$, $Z_Q = 0{,}5$

Werte V1: L_S ist 11,94 nH, l/λ=0,125 $\Rightarrow$ l=1,875 cm

Werte V2: l/λ=0,249 $\Rightarrow$ l=3,735 cm, L_P ist 2,65 nH

Ein Verbraucher mit der Admittanz $Y_V = (0{,}1 + j0{,}05)/Z_L$ soll mit einer Stichleitung und einem Blindleitwert gemäß folgendem Bild an einen Generator mit der Innenimpedanz $Z_i = Z_L$ angepasst werden.



b) Bestimmen Sie die Leitungslänge l_1/λ und den Blindleitwert jB für die breitbandigere Anpassung. Der Transformationsweg muss klar erkennbar sein. Begründen Sie, welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen. Die Transformationsschritte müssen beschrieben sein und die einzelnen Schritte müssen klar erkennbar sein. *(12 P.)*

Diagramm in Leitwertform wegen parallelen Elementen

Bezugswiderstand $4Z_L = 200\ \Omega$ wegen Leitungstransformation

Startpunkt einzeichnen: $Y_V * 4Z_L = 0{,}4 + j0{,}2$

Leitung 1 kann jeden beliebigen parallelen Blindwert erzeugen –> G-const-Kreis durch Y_V

Leitung 2 dreht diesen G-const-Kreis um $0{,}09\lambda$

Zielpunkt eintragen: $\frac{1}{Z_L} * 4Z_L = 4$

jB ist wiederum ein beliebiges paralleles Blindelement –> G-const-Kreis mit $G * 4Z_L = 4$

Schnittpunkt dieses Kreises mit dem gedrehten G-const-Kreis ergibt Y_2 –> $Y_2 * 4Z_L = 4 + j2{,}76$

Zurückdrehen auf m-Kreis um Y_1 auf dem ursprünglichen G-const-Kreis zu bestimmen –> $Y_1 * 4Z_L = 0{,}4 + j1{,}14$

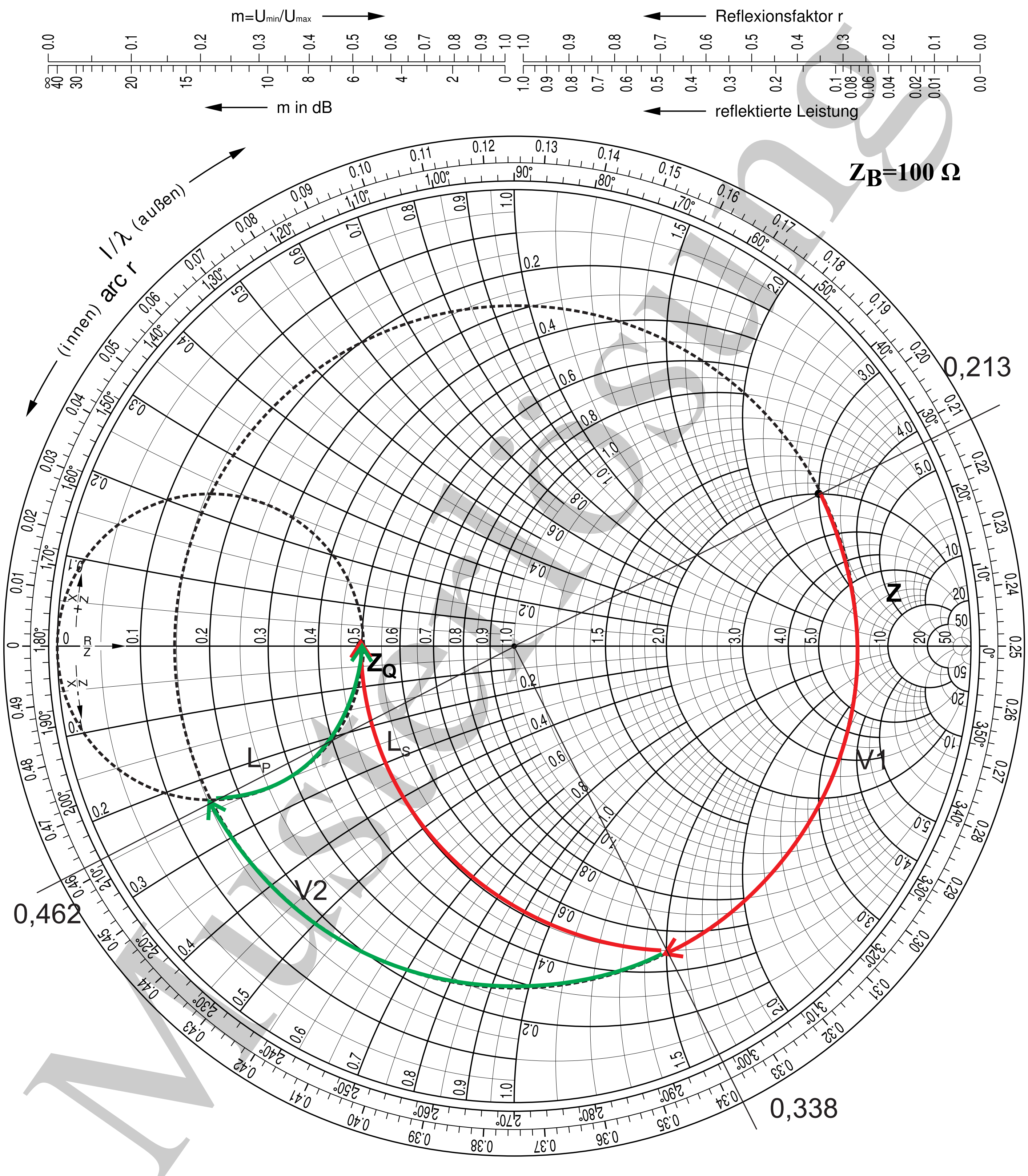
Bestimmung der Bauteilwerte und Leitungslänge:

$B = \frac{-2{,}76}{4Z_L} = -13{,}8mS$

$B_P = \frac{1{,}14-0{,}2}{4Z_L} = 4{,}7mS$
–> $\frac{l_1}{\lambda} = 0{,}287$

zugehörige Aufgabennummer: 5a

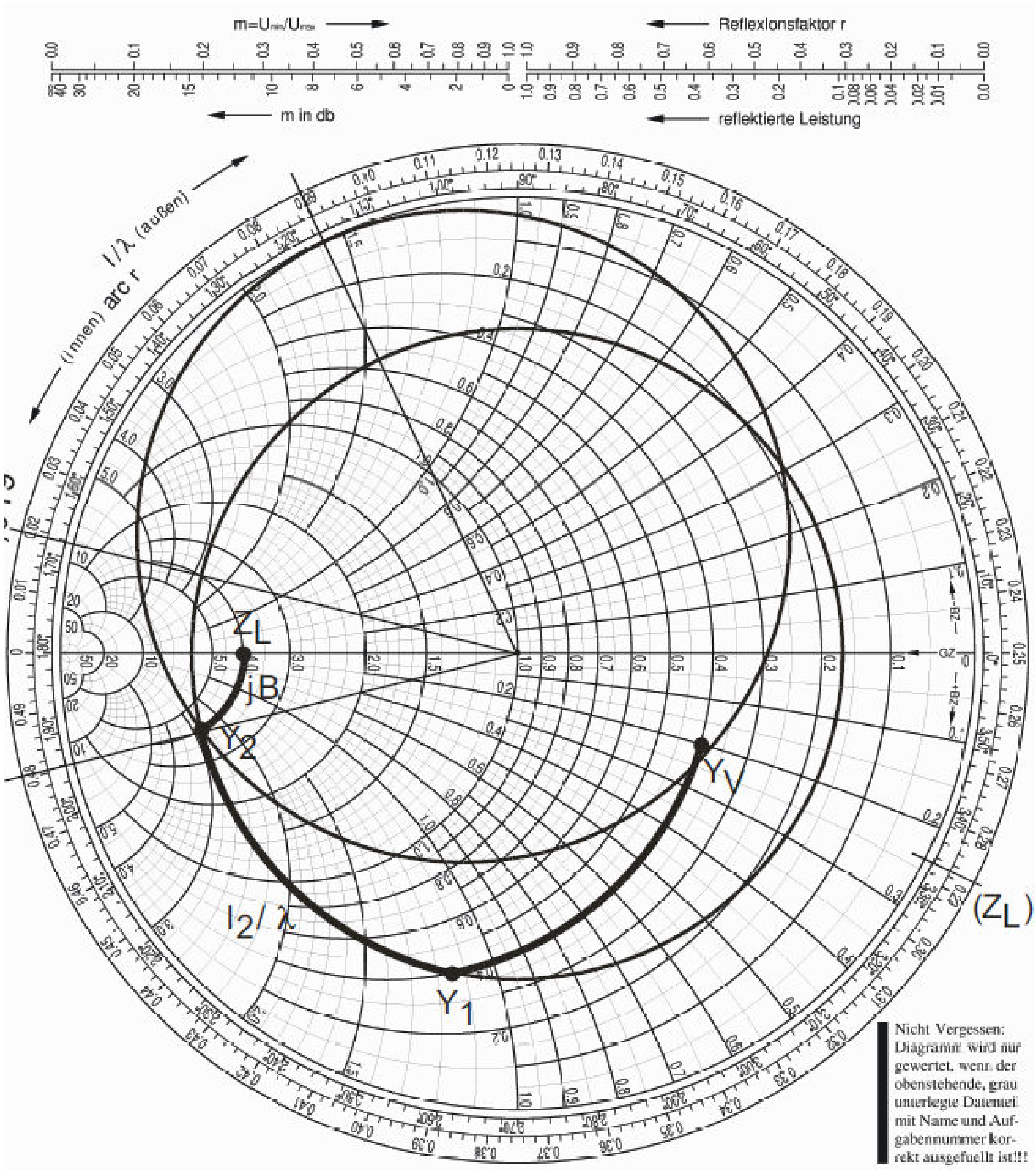
Widerstandsform
Bezugswiderstand $Z_B =$ 100 Ω



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige Aufgabennummer: 5b

Leitwertform
Bezugswiderstand $Z_B = 200\ \Omega$



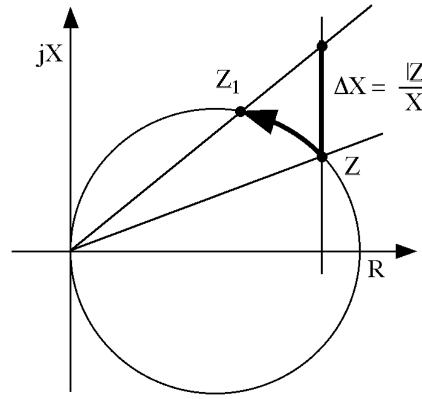
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt augefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ **Admittanz**

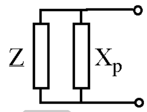
$\underline{Z} = R + jX \qquad \underline{Y} = G + jB$

$\underline{Z} = \frac{G}{G^2+B^2} - j\frac{B}{G^2+B^2} \qquad \underline{Y} = \frac{R}{R^2+X^2} - j\frac{X}{R^2+X^2}$

Hilfskonstruktion zur Transformation

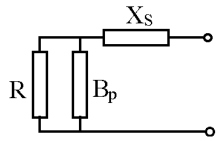


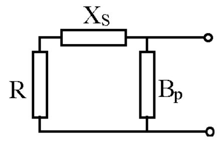
$\Delta X = \frac{|Z|^2}{X_p} = -|Z|^2 \cdot B_p$



$Z_1 = Z \parallel X_p$

Kompensation mit dualen Elementen



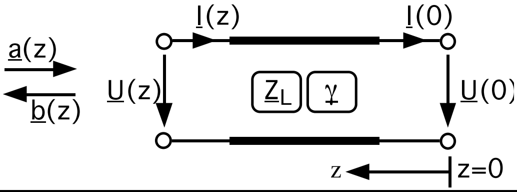


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Leitungen



$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\underline{\gamma} z} + \underline{U}_R(0)e^{-\underline{\gamma} z} = \sqrt{\underline{Z}_L}\left(\underline{a}(z)+\underline{b}(z)\right)$

$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{\underline{Z}_L}e^{\underline{\gamma} z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{\underline{Z}_L}e^{-\underline{\gamma} z} = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_L}}\left(\underline{a}(z)-\underline{b}(z)\right)$

$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R'+j\omega L')(G'+j\omega C')}; \quad \underline{Z}_L = \sqrt{\frac{R'+j\omega L'}{G'+j\omega C'}}$

Koaxialleitung

$Z_L = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$\beta = \omega\cdot\sqrt{L'C'} = \omega\cdot\sqrt{\mu\varepsilon}\ ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}\ ; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\varepsilon}}{Z_L}\ ; \quad L' = Z_L\cdot\sqrt{\mu\varepsilon}\ ; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'$; $G' \ll \omega C'$)

$\alpha \approx \frac{1}{2}\left(\frac{R'}{Z_L} + G'\cdot Z_L\right)\ ; \quad G' = \omega C'\cdot\tan(\delta_c)\ ; \quad R' \sim \frac{1}{\kappa\cdot s}$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$D/dB = 10\cdot\log\left(\frac{P_a(\ell)}{P_a(0)}\right) = 10\cdot\log\left(e^{2\alpha\ell}\right)$

Eindringtiefe s

$s = \sqrt{\frac{2}{\omega\kappa\mu}}$

Reflexionsfaktor $\underline{r}$

$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)}\cdot e^{-2\underline{\gamma} z}$

Reflexionsfaktor → Impedanz

$\underline{r}(\ell) = \frac{\underline{Z}(\ell)-\underline{Z}_L}{\underline{Z}(\ell)+\underline{Z}_L}\ ; \quad \underline{Z}(\ell) = \frac{\underline{U}(\ell)}{\underline{I}(\ell)} = \frac{1+\underline{r}(\ell)}{1-\underline{r}(\ell)}\cdot\underline{Z}_L$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1-|\underline{r}|}{1+|\underline{r}|} = \frac{U_{min}}{U_{max}}$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2}\left(|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2\right)$

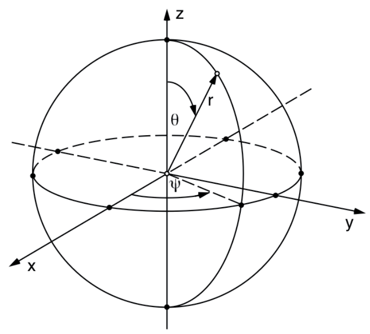
$= \frac{1}{2}|\underline{a}(0)|^2\cdot\left(1-|\underline{r}(0)|^2\right)$

mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{\underline{Z}_L}} = \sqrt{\underline{Z}_L}\cdot\underline{I}_H(z)$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$\underline{Z}(\ell) = \underline{Z}_L\cdot\frac{\underline{Z}(0)+\underline{Z}_L\tanh(\underline{\gamma}\ell)}{\underline{Z}_L+\underline{Z}(0)\tanh(\underline{\gamma}\ell)} = \underline{Z}(0)\cdot\left.\frac{1+j\frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}(0)}\cdot\tan(\beta\ell)}{1+j\frac{\underline{Z}(0)}{\underline{Z}_L}\cdot\tan(\beta\ell)}\right|_{\alpha=0}$

Kugelkoordinaten



Azimuth: ψ Elevation: θ

Volumen: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ Oberfläche: $F = 4\pi r^2$

Konstanten

$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 120\pi\ \Omega$

$c_o = 2{,}997925\cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

$k = 1{,}38065\cdot 10^{-23}\ \frac{Ws}{K}$

$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}$

$\varepsilon_o = 8{,}854\cdot 10^{-12}\ \frac{As}{Vm}$

	[**S**]	[**Z**]	[**Y**]	[**A**] (ABCD)	[**T**]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11}-Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0-Y_{11})(Y_0+Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A+B/Z_0-CZ_0-D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD-BC)}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{T_{11}T_{22}-T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}-Z_0)-Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11}+Z_0)(Z_{22}+Z_0)-Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0+Y_{11})(Y_0-Y_{22})+Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11}+Y_0)(Y_{22}+Y_0)-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A+B/Z_0-CZ_0+D}{A+B/Z_0+CZ_0+D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0\frac{2S_{12}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD-BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0\frac{2S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0\frac{-2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC-AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0\frac{-2S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0\frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0}\frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21}-Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21}-S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}