

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	17	17	17	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Note:
85		



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 29 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines

☐

- a) Der Begriff "Hochfrequenztechnik" unterlag im Laufe der Zeit mehrfachen Änderungen. Es zeigte sich, dass die Angabe fester Frequenzen nicht sinnvoll ist. Nennen Sie drei charakteristische Merkmale ab denen von Hochfrequenztechnik gesprochen werden kann.

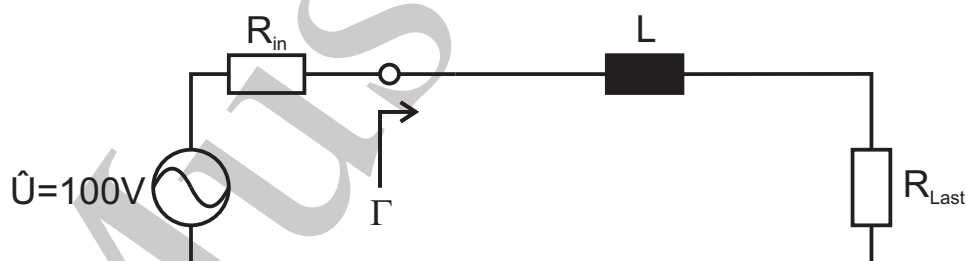
(3 P.)

☐

3 aus:

- verteilte Wirk- und Blindelemente,
- Berücksichtigung der Wellenlänge,
- Einbeziehung parasitärer Effekte bei Bauelementen,
- Bauelemente in der Größenordnung der Wellenlänge (oder größer),
- Betrachtung von Verbindungsleitungen als eigenständige Bauelemente.

Ein Generator mit $U = 100 \text{ V}$ Spannungsamplitude und $R_{in} = 50 \Omega$ Innenwiderstand, speist einen Verbraucher bestehend aus $R_{Last} = 50 \Omega$ Last und $L = 1 \text{ nH}$ parasitärer Induktivität bei einer Frequenz von 10 Hz.



$$R = R_{in} = R_{Last}$$

- b) Bestimmen Sie die von der Last aufgenommene Leistung, unter der Annahme, dass die Induktivität vernachlässigt werden kann. (2 P.)



$$P_{Last} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{2 \cdot \sqrt{2}}\right)^2}{R} = \frac{\hat{U}^2}{8 \cdot R} = \frac{10000}{400} = 25 \text{ W}$$

- c) Wie groß darf der Betrag des Reflexionsfaktor $|\Gamma|$ maximal sein, falls mindestens 20 W an den Verbraucher abgegeben werden sollen? (2 P.)
(Sollten Sie Aufgabenteil b) nicht gelöst haben, gehen Sie davon aus, dass im Fall von Leistungsanpassung 25 W an die Last abgegeben werden.)



$$P_{out} = P_{in} \cdot (1 - |\Gamma|^2) \Rightarrow |\Gamma| = \sqrt{1 - \frac{P_{out}}{P_{in}}} = \sqrt{1 - \frac{20 \text{ W}}{25 \text{ W}}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

- d) Bis zu welcher Grenzfrequenz werden mindestens 20 W an den Verbraucher abgegeben, falls die Induktivität nicht vernachlässigt wird? (4 P.)



$$\Gamma = \frac{R + j\omega L - R}{R + j\omega L + R} \Rightarrow |\Gamma|^2 = \frac{|\omega L|^2}{|2R|^2 + |\omega L|^2} \Rightarrow |\omega L|^2 = \frac{|2R|^2 \cdot |\Gamma|^2}{1 - |\Gamma|^2} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi L} \frac{|2R| \cdot |\Gamma|}{\sqrt{1 - |\Gamma|^2}}$$

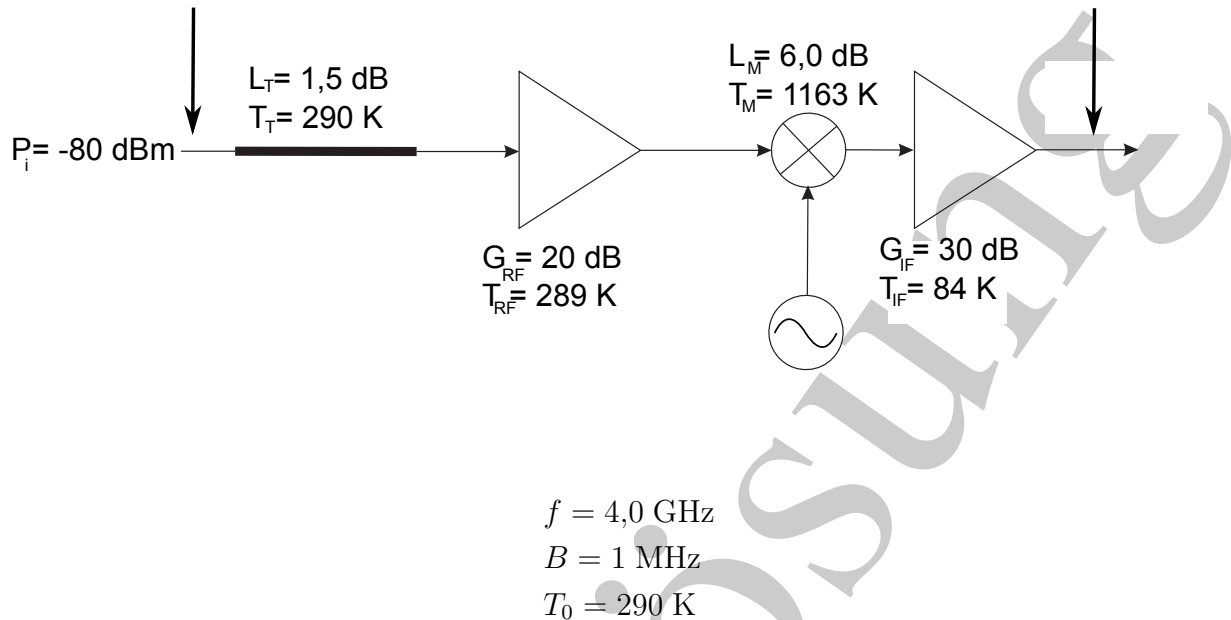
nun Ergebnis aus c) einsetzen:

$$f = \frac{1}{2\pi L} \frac{|2R| \cdot \sqrt{1 - \frac{P_{out}}{P_{in}}}}{\sqrt{\frac{P_{out}}{P_{in}}}} = \frac{1}{2\pi L} \frac{|2R| \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{|R|}{2\pi L} = 7,96 \text{ GHz}$$

Ein Mikrowellenempfänger hat folgende Parameter:

Eingangs-SNR an dieser Stelle
in Aufgabenteil e) zu berechnen

Ausgangs-SNR an dieser Stelle
in Aufgabenteil f) zu berechnen



e) Berechnen Sie das Eingangs-SNR des Mikrowellenempfängers.

(2 P.)



Die Eingangsrauschleistung beträgt:

$$N_i = kBT_0 = 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ W} = -114 \text{ dBm}$$

Somit beträgt das Eingangs-SNR:

$$\frac{P_i}{N_i} = P_{i,\text{dBm}} - N_{i,\text{dBm}} = -80 \text{ dBm} + 114 \text{ dBm} = 34 \text{ dB}$$

f) Berechnen Sie das Ausgangs-SNR des Mikrowellenempfängers.

(4P.)



dB-Werte in lineare Werte umrechnen und Rauschtemperaturen aus Rauschzahlen berechnen:

$$G_{RF} = 10^{20/10} = 100 \quad G_{IF} = 1000 \quad L_T = \frac{1}{G_T} = 1,41 \quad L_M = \frac{1}{G_M} = 4$$

$$T_M = 1163 \text{ K} \quad T_{RF} = 289 \text{ K} \quad T_{IF} = 84 \text{ K} \quad T_T = 290 \text{ K}$$

Die System-Rauschtemperatur (Leitung, Verstärker, Mischer, Verstärker) ergibt sich zu:

$$T_{sys} = T_T + \frac{T_{RF}}{1/L_T} + \frac{T_M}{(1/L_T)G_{RF}} + \frac{T_{IF}}{(1/L_T)G_{RF}(1/L_M)}$$

$$= 290 + 407,5 + 16,4 + 4,7 = 718,6 \text{ K}$$

Die gesamte unverstärkte Rauschleistung mit N_i aus e) am Ausgang beträgt:

$$N_o = N_i + kBT_{sys} = 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ W} + 9,9 \cdot 10^{-15} \text{ W} = 1,39 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -108,6 \text{ dBm}$$

Damit ergibt sich ein Ausgang-SNR von (die Verstärkung geht nicht mit ein, da Signal und Rauschen gleichermaßen verstärkt werden)

$$\frac{P_o}{N_o} = -80 \text{ dBm} - (-108,6 \text{ dBm}) = 28,6 \text{ dB}$$

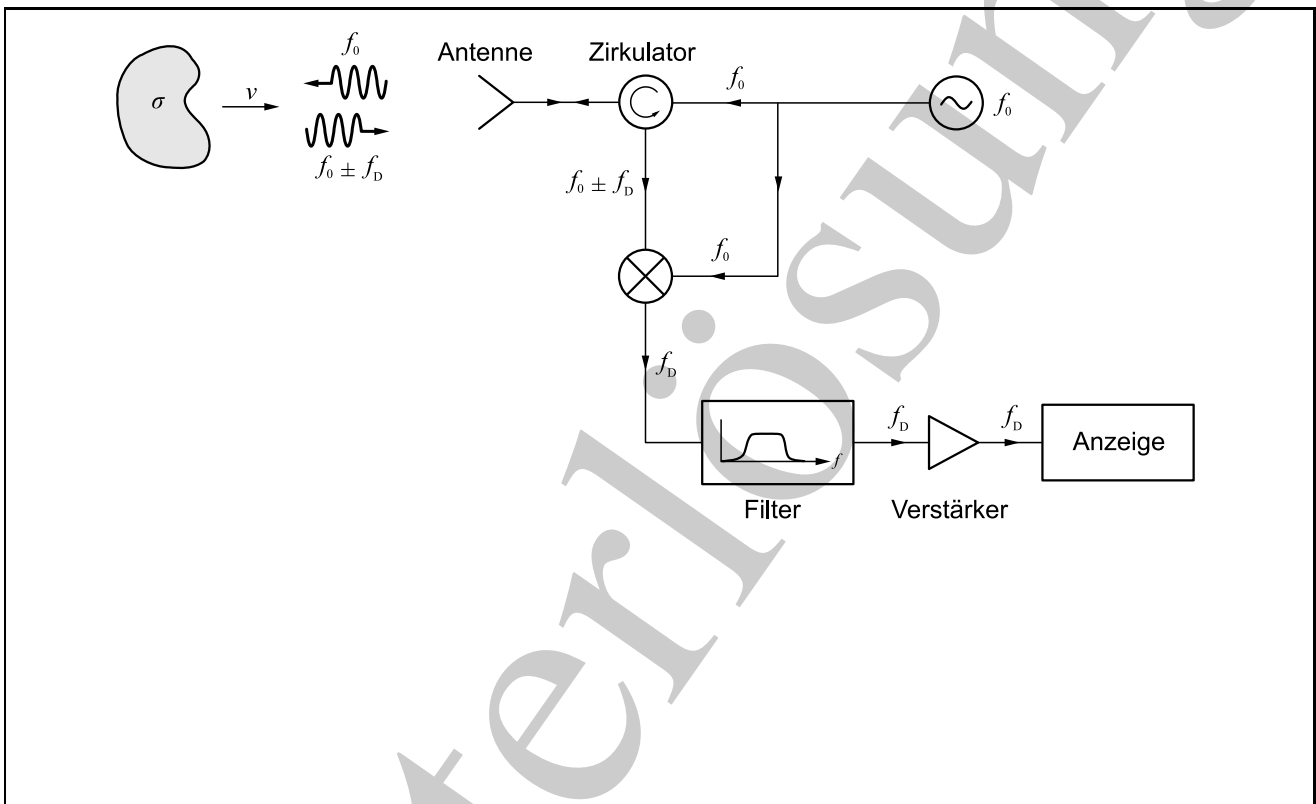
Aufgabe 2

(gesamt 17 Punkte)

Radar

- a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen CW-Radars (Dopplerradar) in ein Blockschaltbild.

(4 P.)



- b) Eine Basisstation sendet bei einer Mittenfrequenz von 1850 MHz. Sie fahren mit 130 km/h auf der Autobahn und telefonieren über eine Freisprecheinrichtung. Berechnen Sie die Dopplerverschiebung am Empfänger für folgende Fälle:

(3 P.)

- i) Sie bewegen sich direkt auf den Sender zu.
- ii) Sie entfernen sich direkt vom Sender.
- iii) Sie fahren parallel zum einfallenden Signal (senkrecht zu der Ausbreitungsrichtung des gesendeten Signals).
- iv) Sie fahren mit einem Winkel von 30° auf den Sender zu.

Berechnung der maximalen Dopplerverschiebung:

$$f_0 = 1850 \text{ MHz}$$

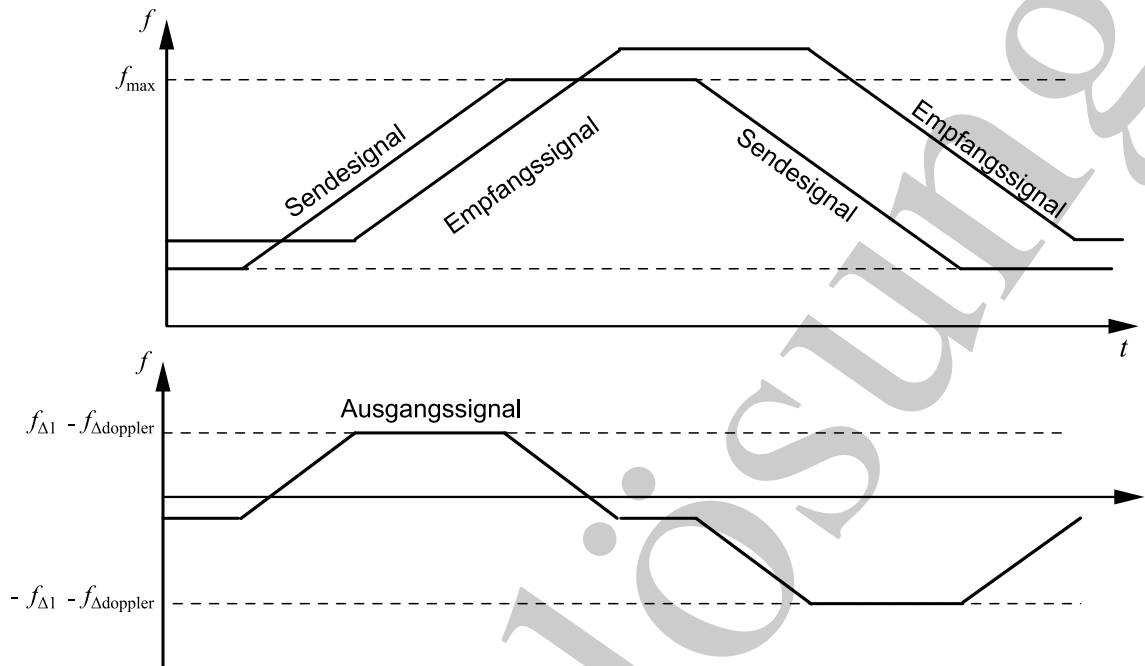
$$v = 36,1 \text{ m/s}$$

$$|f_D| = \frac{v f_0}{c_0} = \frac{36,1 \cdot 1850}{3 \cdot 10^8} \text{ Hz} = 222,6 \text{ Hz}$$

(Es wird kein Radar verwendet. Daher entfällt der Faktor zwei in der Dopplerberechnung)

- i) $f = f_0 + 222,6 \text{ Hz}$
- ii) $f = f_0 - 222,6 \text{ Hz}$
- iii) $f = f_0$
- iv) $f = f_0 + f_D \cdot \cos(30^\circ) = f_0 + 192,78 \text{ Hz}$

- c) Es bewegt sich ein Ziel im Abstand R auf ein FMCW-Radarsystem zu. Ergänzen Sie die Skizze mit dem Empfangssignal, dass durch das bewegte Ziel erzeugt wird. Tragen Sie ebenfalls in das Diagramm unterhalb die Frequenzdifferenz aus Sende- und Empfangssignal ein und beschreiben Sie in Stichpunkten wie der Abstand R sowie die Geschwindigkeit v des Zielobjekts aus diesem Differenzsignal bestimmt werden können. (4P.)



Für das bewegte Ziel ergibt sich ein Empfangssignal als verzögertes Sendesignal. Zusätzlich ist das Empfangssignal durch die Bewegung um einen positiven Doppleranteil in der Frequenz nach oben verschoben. Während des Up- und des Down-Sweeps ergeben sich deshalb zwei unterschiedliche Differenzfrequenzen. Der Abstand des Objekts kann nun durch

$$(f_{\Delta 1} - f_{\Delta doppler}) - (-f_{\Delta 1} - f_{\Delta doppler}) = 2f_{\Delta 1}$$

bestimmt werden und die Geschwindigkeit aus

$$(f_{\Delta 1} - f_{\Delta doppler}) + (-f_{\Delta 1} - f_{\Delta doppler}) = -2f_{\Delta doppler}.$$

- d) Ein FMCW-Radar sendet bei einer Frequenz von 24 GHz mit einer Leistung von 10 dBm über eine Antenne mit 20 dBi. Berechnen Sie die Empfangsleistung einer Einzelmessung am Radar für eine Entfernung von 1 m und 2 m in dBm, wenn das Zielobjekt ein RCS von 10 m² besitzt.

(2 P.)



Empfangsleistung aus Radargleichung mit Sendeleistung und Antennengewinn linear:

$$P_{t,lin} = 10 \text{ mW}$$

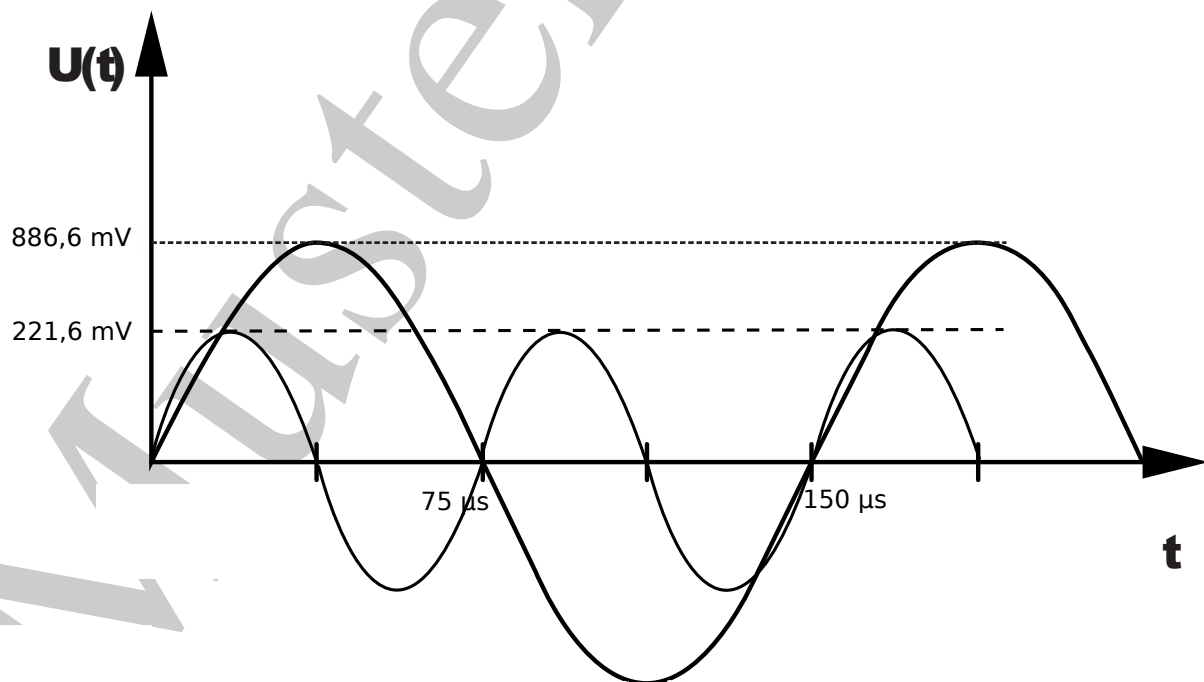
$$G_{lin} = 100$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 12,49 \text{ mm}$$

$$P_{r,1m} = P_t \frac{G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 78,61 \mu\text{W} \triangleq -11,05 \text{ dBm} \quad P_{r,2m} = 4,91 \mu\text{W} \triangleq -23,09 \text{ dBm}$$

- e) Zeichnen Sie das Empfangssignal im Basisband vor dem A/D-Wandler des FMCW-Radars unter Annahme eines 50 Ω -Systems für eine Entfernung von 1 m und 2 m bei einer Messzeit von 1 ms in eine einzige Grafik. Die Bandbreite des Radars beträgt 1 GHz. Der Gewinn des FMCW-Radars von der Antenne bis zum A/D-Wandler beträgt 20 dB. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms. Hinweis: Benutzen Sie Aufgabenteil d) zur Lösung.

(4 P.)



$$f_{r,1m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2r_{1m}}{c_0} = 6,67 \text{ kHz}$$

$$T_{r,1m} = \frac{1}{6,67 \text{ kHz}} \approx 150 \mu\text{s}$$

$$U_{r,1m} = 10 \cdot \sqrt{78,61 \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 886,6 \text{ mV}$$

$$f_{r,2m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2r_{2m}}{c_0} = 13,34 \text{ kHz}$$

$$T_{r,2m} = \frac{1}{13,34 \text{ kHz}} \approx 75 \mu\text{s}$$

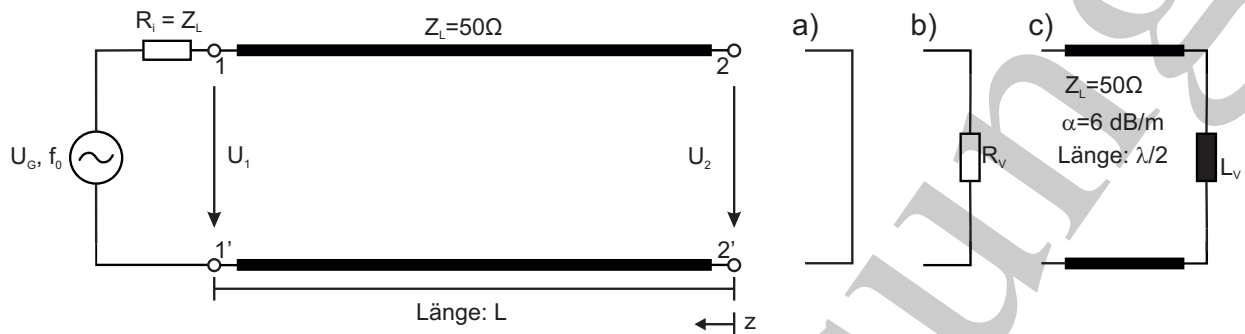
$$U_{r,2m} = 10 \cdot \sqrt{4,91 \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 221,6 \text{ mV}$$

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung. Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz $f_0 = 300 \text{ MHz}$.

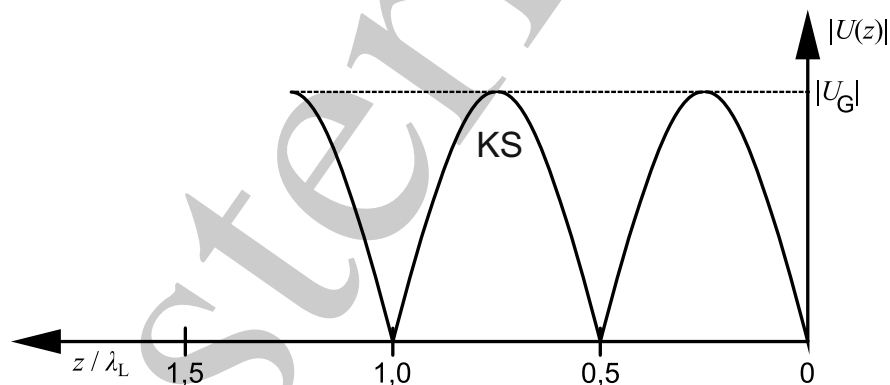


- a) Die Klemme 2 sei kurzgeschlossen.

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Meßleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(4P.)

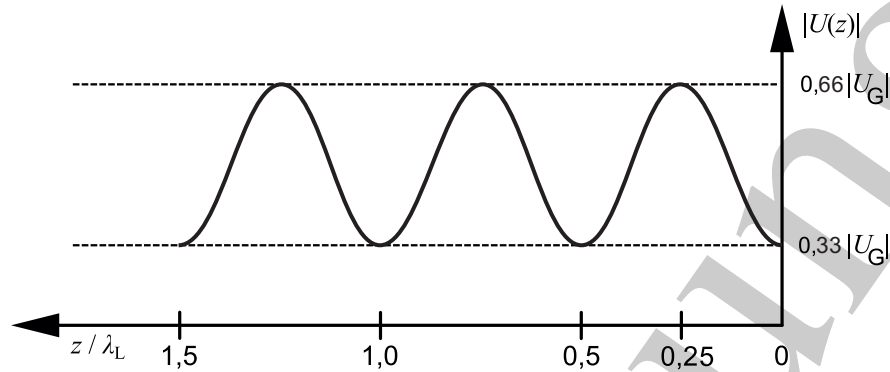
Wie in der Aufgabenstellung beschrieben gilt der Verlauf im Kurzschlussfall:



b) Die Klemme 2 sei mit dem Widerstand $R_V = 25 \Omega$ abgeschlossen.

(4P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Meßleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!



Bestimmung der Lastimpedanz Z_L :

$$Z_L = R_v = 25\Omega$$

$$r(0) = \frac{\frac{1}{2}Z_L - Z_0}{\frac{1}{2}Z_L + Z_0} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow |U(z)| = \frac{1}{2}|U_G| \cdot \left| 1 - \frac{1}{3}e^{-j4\pi\frac{z}{\lambda}} \right|$$

- c) Die Klemme 2 sei mit der Spule $L_V = 26,53 \text{ nH}$ und einer verlustbehafteten Leitung ($Z_L = 50 \Omega$, Länge $= \lambda/2$ und $\alpha = 6 \text{ dB/m}$) abgeschlossen.

(6 P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Meßleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

Die Impedanz der Spule beträgt $Z_{\text{Spule}} = j\omega L_V \approx j50 \Omega$, und der entsprechende Reflexionsfaktor ergibt sich zu

$$r_L = \frac{j\omega L_V - Z_L}{j\omega L_V + Z_L} = j$$

Durch die verlustbehaftete Leitung der Länge $l_2 = \lambda/2 = 1 \text{ m}$ wird der Reflexionsfaktor wie folgt transformiert:

$$r_V = r(z=0) = r_L e^{-2\gamma l_2} = r_L e^{-2\alpha l_2} \approx 0,251j$$

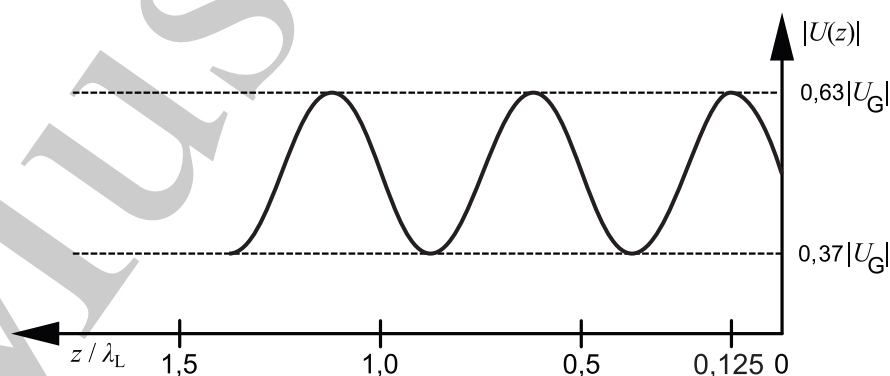
Hinweis: Aufgrund der Leitungslänge $\lambda/2$ bleibt die Phase des Reflexionsfaktors erhalten, und der Betrag wird um den Faktor 0,251 verringert ($0,251 \approx 10^{-\frac{6}{10}}$).

Da $Z_G = Z_L$ gilt allgemein:

$$\begin{aligned} |U_H(z)| &= \frac{|U_G|}{2} \Rightarrow |U_R(z)| = |U_H(z)| |r(z)| = 0,251 \frac{|U_G|}{2} \\ \Rightarrow U_{\max} &= |U_H(z)| + |U_R(z)| = \frac{|U_G|}{2} (1 + 0,251) = 0,63 |U_G| \\ U_{\min} &= |U_H(z)| - |U_R(z)| = \frac{|U_G|}{2} (1 - 0,251) = 0,37 |U_G| \end{aligned}$$

Phasenbedingung für Minima:

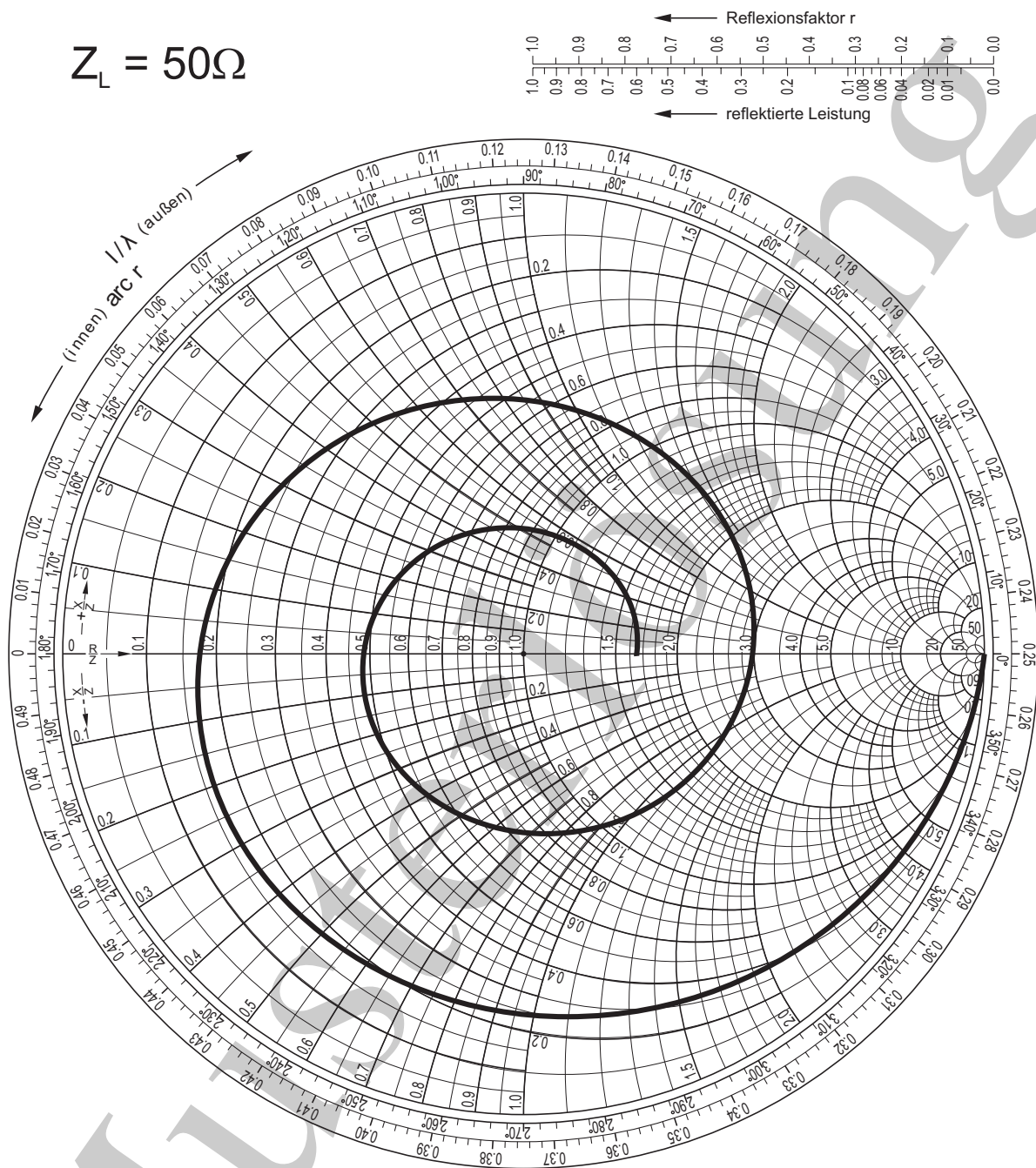
$$\begin{aligned} \arg(r_V) - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} &= \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} &= -0,125 - \frac{n}{2} \end{aligned}$$



- d) Im Nachfolgenden Smith-Chart wurde der Reflexionsfaktor einer verlustbehafteten Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) für unterschiedliche Leitungslängen ($l = 0..L_{max}$) und konstante Frequenz ($f = 300$ MHz) aufgetragen.

(3 P.)

$$Z_L = 50\Omega$$



1. Wurde die Leitung mit einem Leerlauf oder einem Kurzschluss abgeschlossen?
2. Bestimmen Sie die maximale Leitungslänge L_{max} bei der gemessen wurde.
3. Wie groß ist die Leitungsämpfung in dB/m?

1. Leerlauf, da $\gamma(l=0) = 1$

2. Da das S.D. insgesamt zweimal vollständig umlaufen wird, ist die maximale, vermessene Leitungslänge:

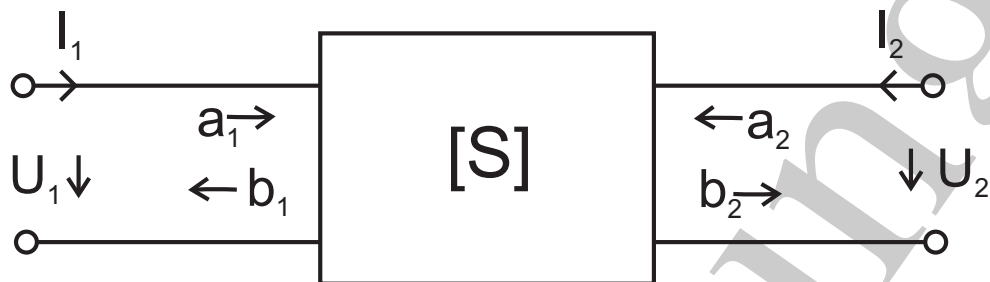
$$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda = c_0/f = \underline{1 \text{ m}}.$$

3. Durch Ablesen des Betrags des Reflexionsfaktors lässt sich bestimmen, dass dieser nach einem vollen Umlauf auf die Hälfte abgefallen ist. Dies bedeutet, dass die in eine Richtung durch die Leitung transmittierte Leistung um $\frac{1}{4}$ pro 0,5 Meter (Länge nach einem Umlauf) abnimmt:

$$G = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) / \frac{1}{2} \text{ m} = -12 \text{ dB/m}$$
$$\Rightarrow \frac{A}{\text{dB/m}} = -\frac{G}{\text{dB/m}} = \underline{12 \text{ dB/m}}$$

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

a) Wie sind die folgenden Parameter definiert?

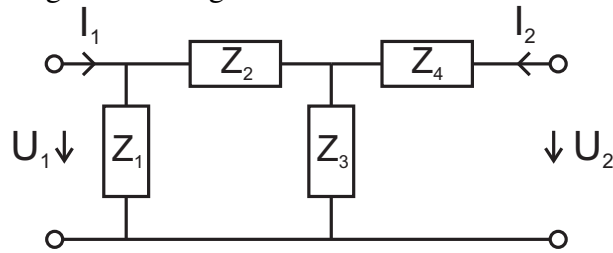
(3 P.)

- Z_{22}
- Y_{21}
- S_{12}

- $Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$
- $Y_{21} = \frac{I_2}{U_1} \Big|_{U_2=0}$
- $S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$

b) Gegeben sei folgendes 2-Tor:

(8 P.)

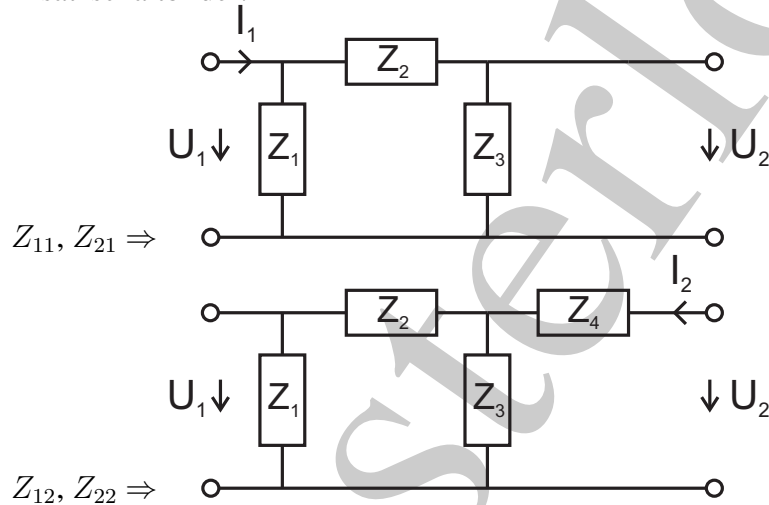


Bestimmen Sie die Z-Parameter des 2-Tors und zeichnen Sie zwei Ersatzschaltbilder (Bild1: Z_{11}, Z_{21} ; Bild2: Z_{12}, Z_{22}) mit sämtlichen Vereinfachungen.

Ist das 2-Tor umkehrbar wenn folgendes gilt: $Z_1 = Z_3$ und $Z_2 = Z_4$?

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow Z_{11} = \frac{Z_1 \cdot (Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\
 Z_{12} &= \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow U_1 = I_2 \cdot \frac{Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \cdot Z_1 \Rightarrow Z_{12} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\
 Z_{21} &= \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \cdot Z_3 \Rightarrow Z_{21} = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\
 Z_{22} &= \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow Z_{22} = Z_4 + \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}
 \end{aligned}$$

Ersatzschaltbilder:



Da $Z_{12} = Z_{21}$ ist das 2-Tor umkehrbar.

- c) Ein gegebenes Mehrtor sei eigenreflexionsfrei, umkehrbar und verlustlos. Welche Eigenschaften hat die zugehörige Streumatrix $[S]$?

(3 P.)



- eigenreflexionsfrei: 0 auf der Hauptdiagonale
- umkehrbar: symmetrisch bzw. $S = S^T$
- verlustlos: $SS^* = [1]$

- d) Es sind folgende Z-Parameter gegeben:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 \, \Omega & 141 \, \Omega \\ 141 \, \Omega & 150 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Der Bezugswellenwiderstand von Port 1 und Port 2 ist als $Z_0 = 50 \, \Omega$ definiert. Wird weniger als $\frac{1}{100}$ der an Port 1 eingespeisten Leistung reflektiert? Geben Sie zusätzlich den Reflexionsfaktor in dB an.

(3 P.)



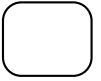
Berechnung von S_{11} :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}} \\ &= 5,9 \cdot 10^{-3} \Rightarrow S_{11}|_{dB} = 20 \log_{10}(5,9 \cdot 10^{-3}) = -44,6 \, \text{dB} \end{aligned}$$

Es wird weniger als $\frac{1}{100}$ der an Port 1 eingespeisten Leistung reflektiert.

Aufgabe 5

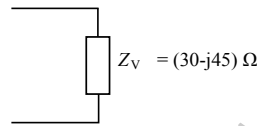
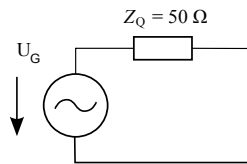
(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm

(4P.)



a)



Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = 30 - j45 \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Spulen mit beliebiger Induktivität
- Kondensatoren beliebiger Kapazität

Zeichnen Sie eine Anpassschaltung mit zwei Elementen in obiges Schaltbild mit möglichst kurzem Transformationsweg. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von 10 GHz Anpassung herrscht.



Auswahl der Bezugsimpedanz, $z_B 50 \Omega$

$$Z_V = 0,6 - 0,9j, Z_Q = 1$$

Werte V1:

Zwischenpunkt: $1-j$

$$L_S \text{ ist } 15,9 \cdot 50 \text{ pH}, \frac{1}{j\omega L_P} = -0,27j \Rightarrow L_P \text{ ist } 58,9 \cdot 50 \text{ pH}$$

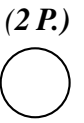
Werte V2:

Zwischenpunkt: $0,6-j0,5$

$$L_S \text{ ist } 6,4 \cdot 50 \text{ pH}, \frac{1}{j\omega L_P} = -0,82j \Rightarrow L_P \text{ ist } 19,4 \cdot 50 \text{ pH}$$

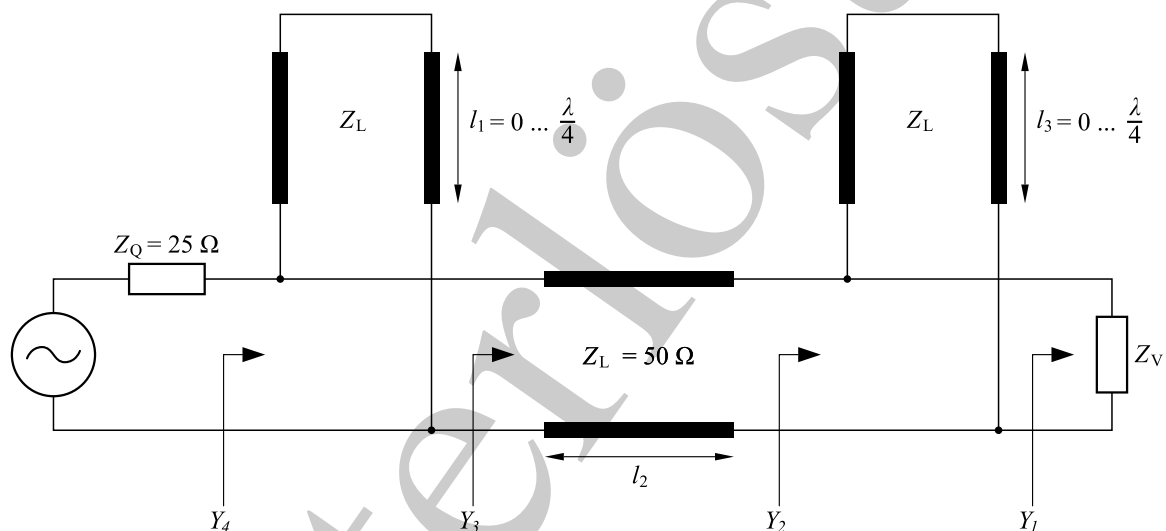
Musterlösung

- b) Wie nennt man die Ebene, welche in einem Smithdiagramm dargestellt wird?
Worin liegt der wesentliche Unterschied zwischen einem Smithdiagramm in Leitwertform und einem solchen in Widerstandsform? (2 P.)



Reflexionsfaktorebene

Der Unterschied liegt in den eingezeichneten Hilfslinien. Bei der Widerstandsform sind die Kreise $R = \text{const}$ und $X = \text{const}$, bei der Leitwertform $G = \text{const}$ und $B = \text{const}$ eingezeichnet.



Die Impedanz $Z_V = (80 + j60) \Omega$ soll an eine Quelle mit dem Innenwiderstand $Z_Q = 25 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Dazu dienen zwei kurzgeschlossene Stichleitungen mit den variablen Leitungslängen l_1 und l_3 , sowie eine Leitung mit der festen Länge $l_2 = 0,33\lambda$. Siehe dazu das obige Schaltbild.

Alle Leitungen haben einen Wellenwiderstand von $Z_L = 50 \Omega$. Aus konstruktiven Gründen müssen die Längen l_1 und l_3 der beiden Stichleitungen kleiner als $\lambda/4$ sein.

- c) Zeichnen Sie den zugehörigen Transformationsweg in ein Smithdiagramm ein und bestimmen Sie daraus die benötigten Leitungslängen l_1/λ und l_3/λ , so daß Sie Anpassung erhalten. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen. Die Zuordnung der Bauelemente zu den einzelnen Transformationsschritten muß nachvollziehbar sein. Begründen Sie welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen. (11 P.)



Smithdiagramm in Leitwertform wegen parallelen Stichleitungen, bezogen auf $Z_B = Z_L = 50 \Omega$ wegen der 50Ω Leitungstransformation.

$$Y_1 Z_B = \frac{Z_B}{Z_V} = \frac{50 \Omega}{(80 + j60) \Omega} = 0,4 - j0,3 \text{ (Startpunkt)}$$

Parallelschaltung eines Blindleitwertes (Stichleitung) $l_3 \Rightarrow$ Transformation auf $GZ_B = 0,4 = \text{const-Kreis}$. Wegen $l_3 < \lambda/4$ kann nur der induktive Teil (obere Hälfte) erreicht werden.

Drehung des Kreises um Ursprung durch Leitung 2 um $l_2 = 0,33\lambda \hat{=} 237,6^\circ$ im Uhrzeigersinn $\Rightarrow Y_2$

$$\text{Einzeichnen der Impedanz } Y_Q^* Z_B = \frac{50 \Omega}{25 \Omega} = 2 \text{ (Zielpunkt)}$$

Schnittpunkt des gedrehten $G = \text{const}$ -Halbkreises mit Kreis $GZ_B = 2 \Rightarrow GZ_B = 2 + j2,134$

Schnittpunkt auf m -Kreis zurückdrehen um $0,33\lambda$ und ermitteln des Schnittpunktes mit Kreis $GZ_B = 0,4 \Rightarrow GZ_B = 0,4 - j0,866$

Bestimmung der Leitungslänge l_1 :

$$B_1 Z_B = 0 - 2,134 = -2,134 = -\cot\left(2\pi \frac{l_1}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{l_1}{\lambda} = 0,0697$$

(oder ablesen auf Außenskala des Smith-Diagramms)

Bestimmung der Leitungslänge l_3 :

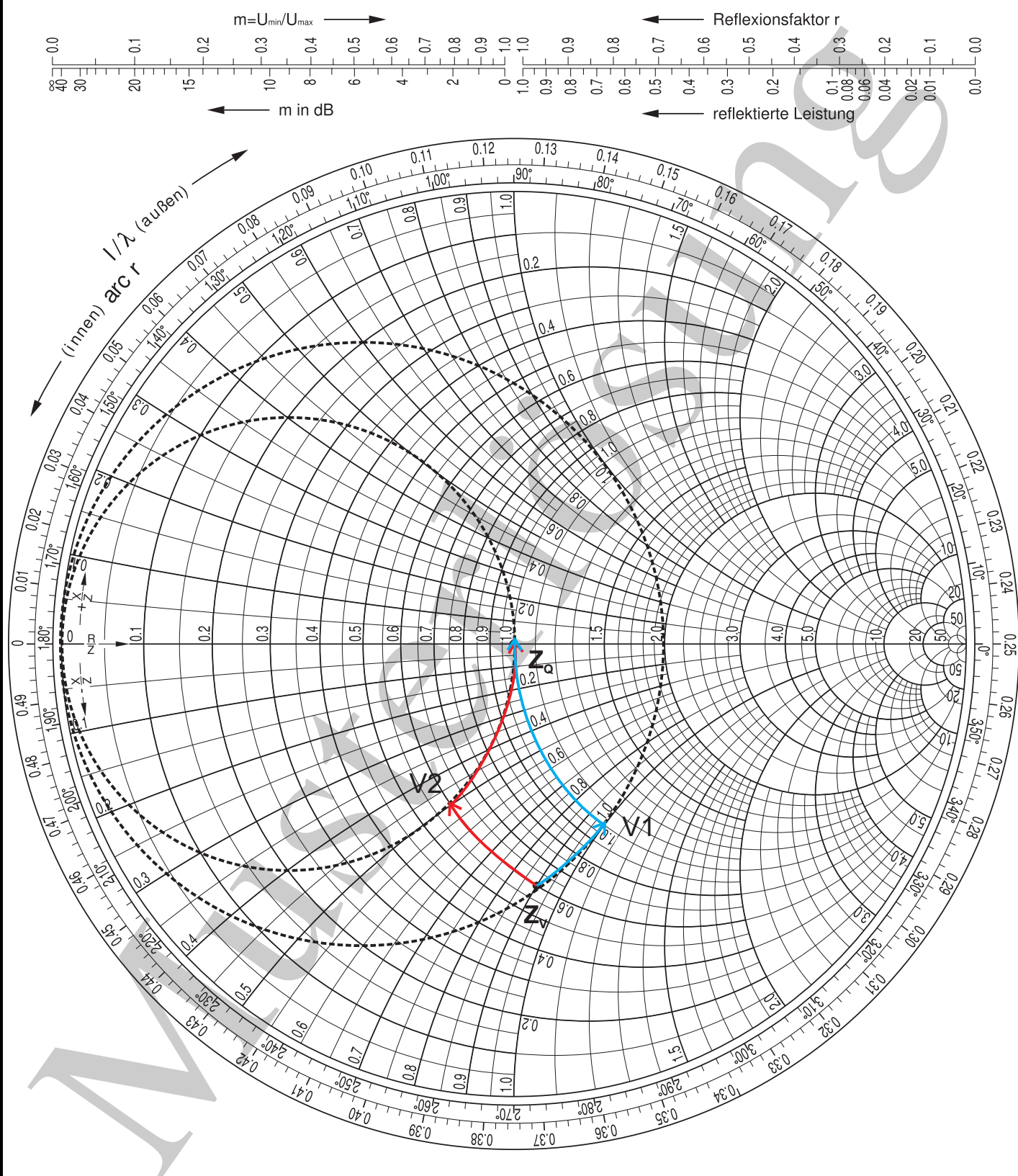
$$B_3 Z_B = -0,866 - (-0,3) = -0,566 = -\cot\left(2\pi \frac{l_3}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{l_3}{\lambda} = 0,168$$

(oder ablesen auf Außenskala des Smith-Diagramms)

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

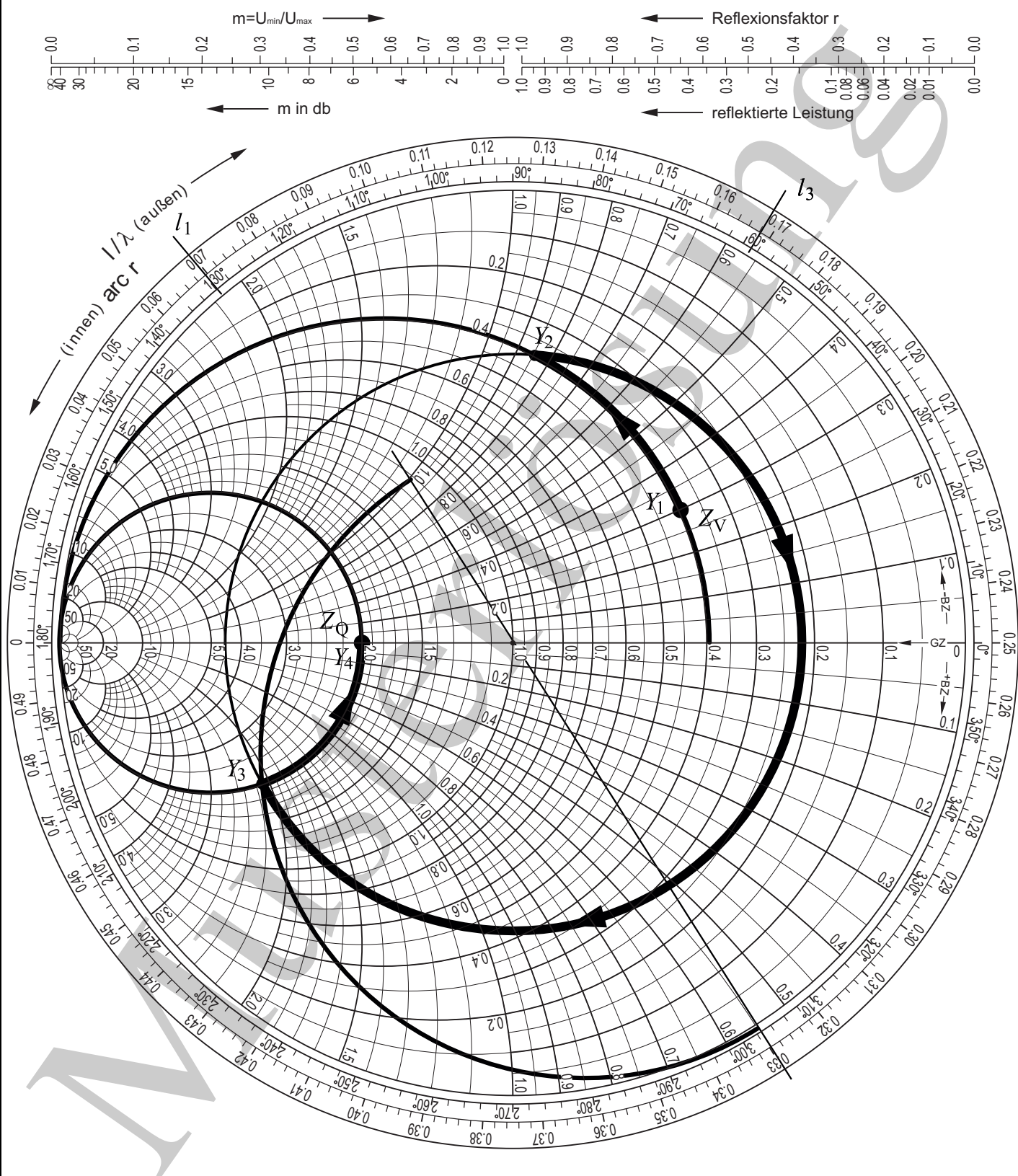
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5c

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

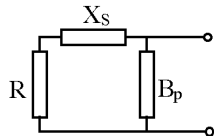
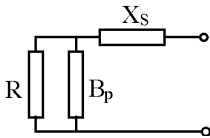
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\longleftrightarrow \frac{Z=1/Y}{Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

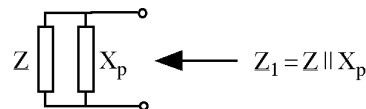
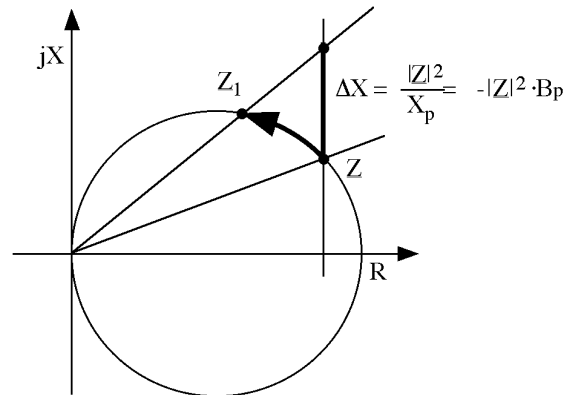
$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

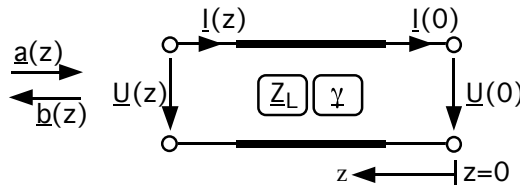


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$
 Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$
 krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\gamma l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\gamma l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \quad \alpha=0$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

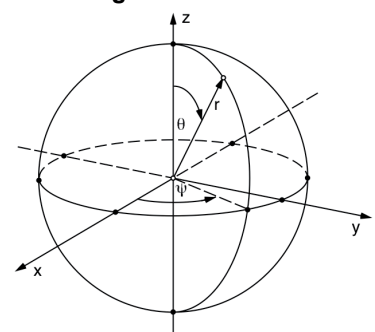
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}