

Schriftliche Prüfung im Fach

# Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	16	16	18	18	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	<b>Note:</b>
84		



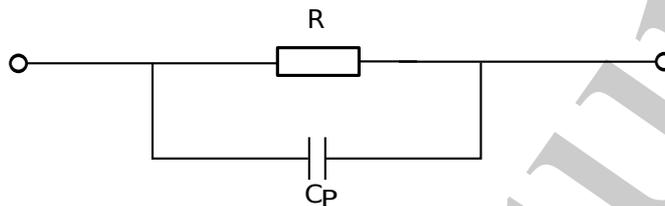
1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 27 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

## Aufgabe 1

(gesamt 16 Punkte)

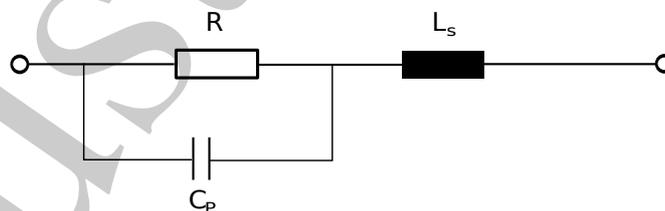
Allgemeines

- a) Ein Verbraucher mit  $R = 150 \Omega$  hat durch seine Bauart bedingt eine parallele Eigenkapazität von  $C_p = 100 \text{ pF}$ . Zeichnen Sie die Ersatzschaltung des Verbrauchers und geben Sie die Frequenz an bei der das Blindelement betragsmässig gleich groß ist wie das Wirkelement. (2 P.)



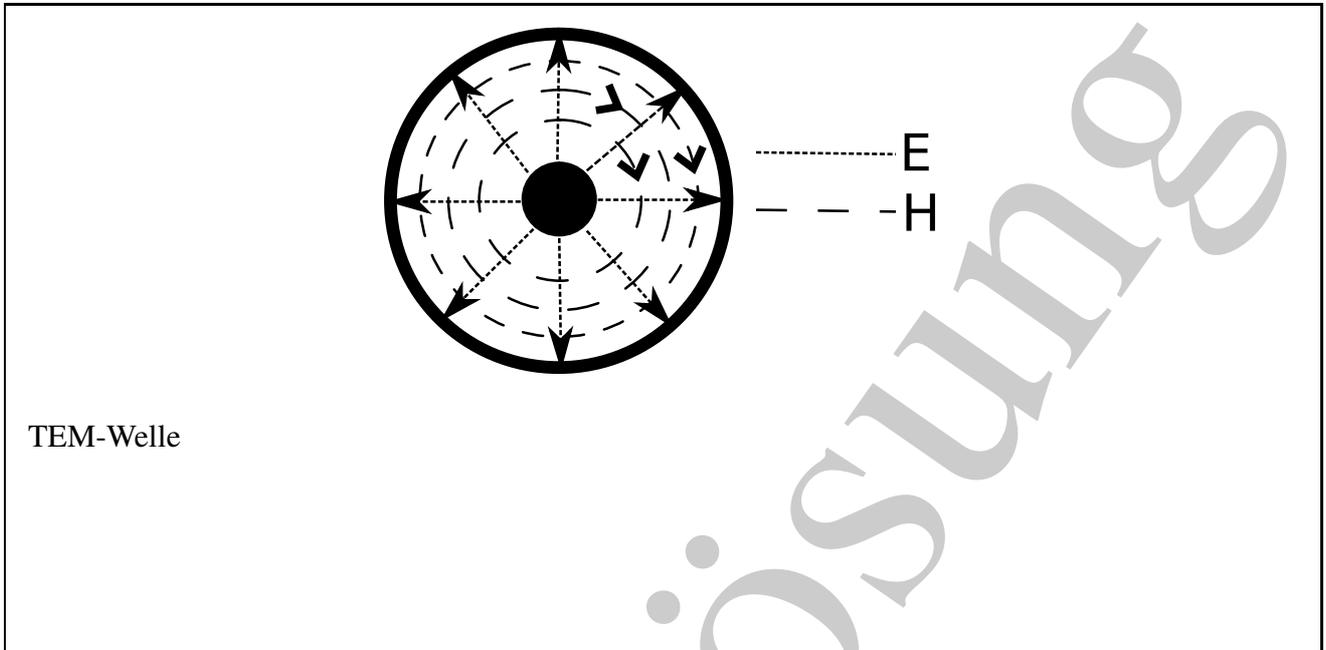
Bedingung:  $\omega C_p = 1/R$   
 $f = \frac{1}{2\pi R C_p} = 10,61 \text{ GHz}$

- b) Mit einem zusätzlichen Blindelement soll der Blindanteil (aus a.) bei tiefen Frequenzen möglichst gut kompensiert werden. Geben Sie das sich nun ergebende Ersatzschaltbild an und dimensionieren Sie das zusätzliche Element. (2 P.)

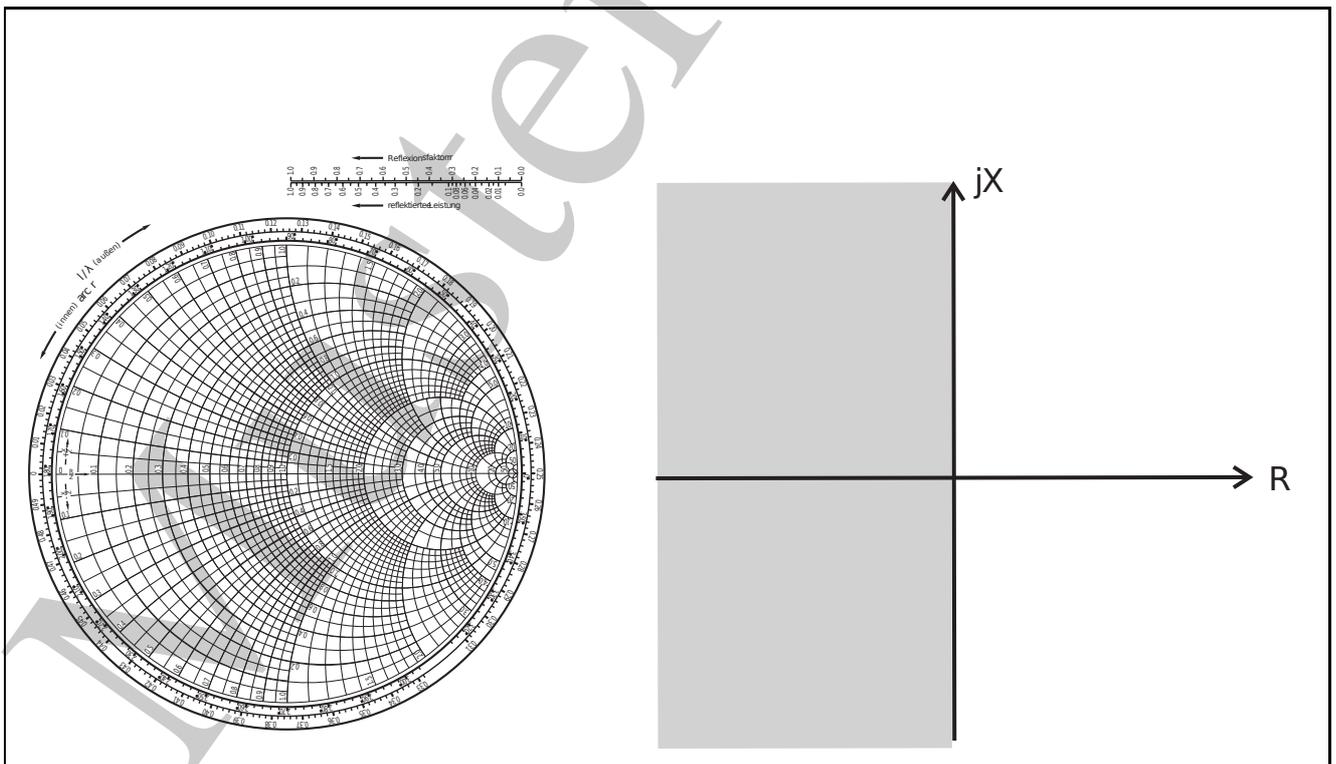


Tiefpasskompensation:  
 $\omega L_s = R^2 \omega C_p$   
 $L_s = 2,25 \mu\text{H}$

- c) Zeichnen Sie den Querschnitt einer Koaxialleitung inklusive einer Momentaufnahme der elektrischen und magnetischen Feldlinien, wobei sich die elektromagnetische Welle in die Zeichenebene hinein bewegen soll. Welcher Wellentyp breitet sich in einem Koaxialleiter aus? (3 P.)



- d) Markieren Sie im Diagramm der Widerstandsebene den Bereich der außerhalb des Smith-Charts liegt. (1 P.)

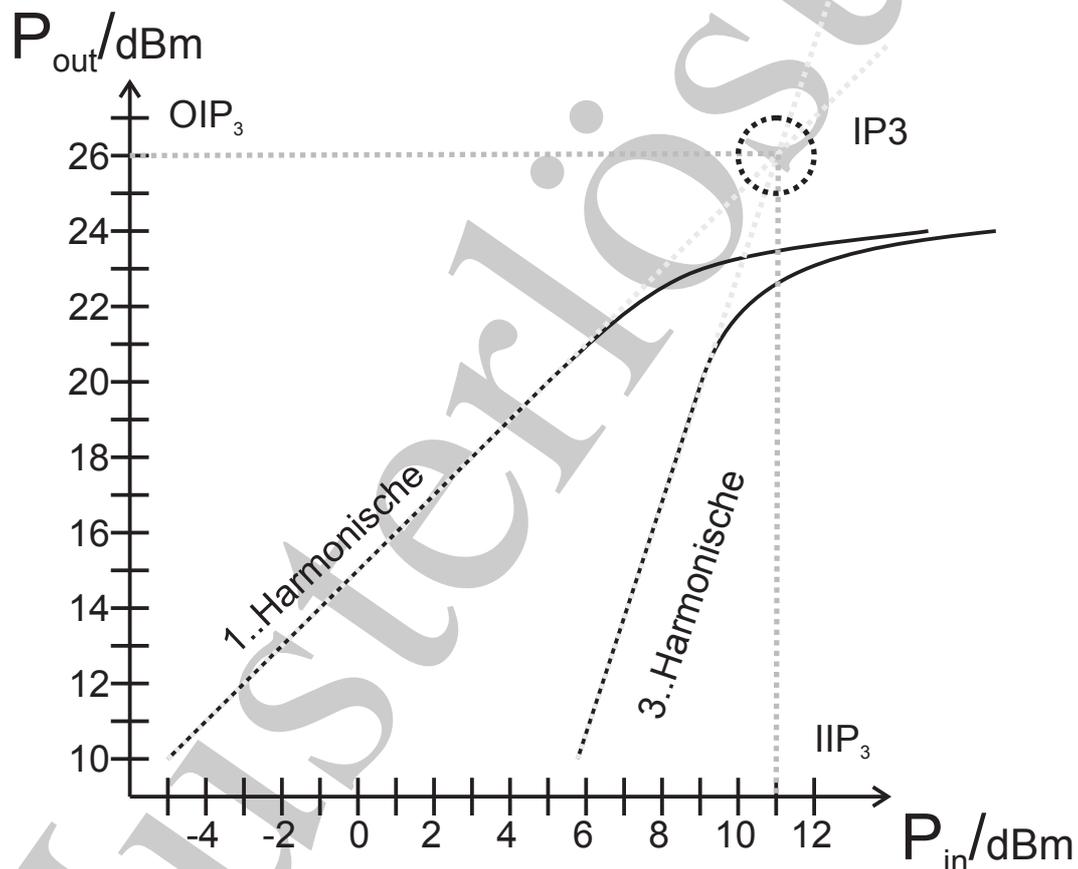


e) Bei einem Verstärker wurden die Ausgangsleistung der 1. und 3. Harmonischen über der Eingangsleistung vermessen. (3 P.)



- Wie groß ist die lineare Verstärkung des Verstärkers?
- Zeichnen Sie den „Third Intercept Point (IP3)“ in das in der Aufgabenstellung gegebene Diagramm ein.
- Wie groß ist der „Third Input Intercept Point (IIP3)“?

Zeichnen Sie alle notwendigen Informationen in das Diagramm ein. Es muss erkenntlich sein, wie Sie an Ihre Ergebnisse kommen.



Verstärkergewinn:  $G = 15 \text{ dB}$

IIP3 = 11 dBm

- f) Einem Empfänger mit einer Rauschzahl von 13 dB und einer Verstärkung von 30 dB soll zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ein Verstärker vorgeschaltet werden. Wählen Sie aus der folgenden Tabelle den geeignetsten Verstärker aus. Begründen Sie die Auswahl und geben Sie die sich ergebende Gesamt-Rauschzahl in dB an.

(5 P.)



Verstärker	Verstärkung	Rauschzahl
A	20 dB	4 dB
B	16 dB	3 dB
C	10 dB	3 dB

Verstärker C kann direkt ausgeschlossen werden, da er bei gleicher Rauschzahl eine geringere Verstärkung hat.

Für Verstärker A & B müssen jeweils die Rauschzahlen berechnet werden und verglichen.

In Lineare Werte umrechnen:

Verstärkung Empfänger: 1000 (linear)

Rauschzahl Empfänger: 20 (linear)

Verstärkung A: 100 (linear)

Rauschzahl A: 2,51 (linear)

Verstärkung B: 40 (linear)

Rauschzahl B: 2 (linear)

Mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl:

Rauschzahl Gesamt mit A: 2,70 (linear)

Rauschzahl Gesamt mit B: 2,475 (linear)

Mit Verstärker B bekommt man die geringste Gesamt-Rauschzahl und somit das beste Signal-zu-Rauschverhältnis. Die Gesamtrauschzahl beträgt 3,9 dB.

## Aufgabe 2

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

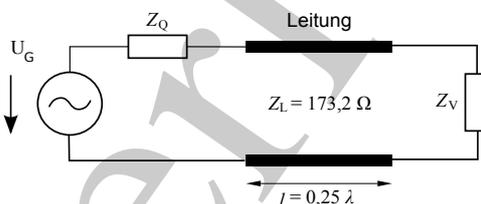
a)

(4P.)

Ein Verbraucher mit der Impedanz  $Z_V = 300 \Omega$  soll an eine Quelle mit der Impedanz  $Z_Q = 100 \Omega$  reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Leitungen beliebiger Länge und mit beliebigem Wellenwiderstand
- Kondensatoren mit beliebiger Kapazität
- Spulen mit beliebiger Induktivität

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit maximal zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die Anpassung herrscht.



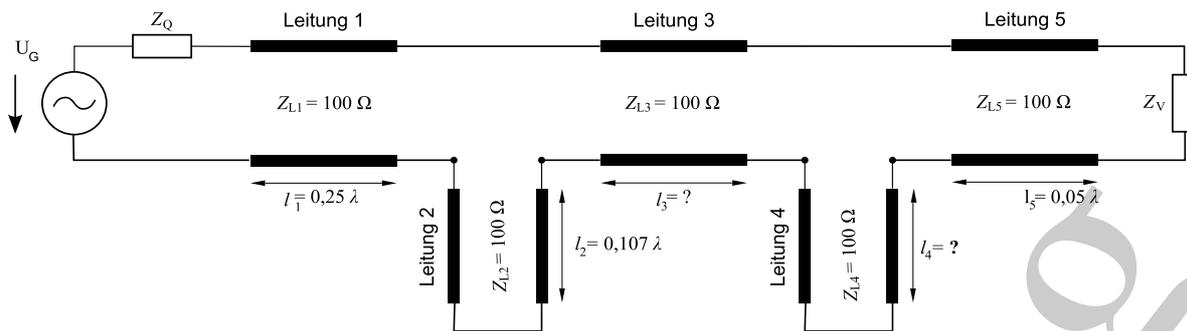
Verbraucher und Quelle haben reelle Impedanzen. Dies ermöglicht eine Anpass-Schaltung mit nur einem Element, eine  $\lambda/4$ -Transformation.

Der Wellenwiderstand der Leitung lässt sich berechnen zu  $Z_L = \sqrt{Z_Q Z_V} = 173,2 \Omega$

Weite mögliche Varianten mit maximal 2 Elementen sind (vom Verbraucher aus gesehen):

- paralleler Kondensator, serielle Spule
- parallele Spule, serieller Kondensator
- Leitung, serielle Spule
- Leitung, parallele Spule
- Leitung, serieller Kondensator
- Leitung, paralleler Kondensator
- Leitung, Leitung

In allen Fällen ist die Bestimmung der Werte der Elemente jedoch deutlich aufwendiger als bei der  $\lambda/4$ -Transformation.



b)

(11 P.)

Der Verbraucher mit der Impedanz  $Z_V = 300 \Omega$  soll nun mit der dargestellten Schaltung an die Quelle mit der Impedanz  $Z_Q = 100 \Omega$  reflexionsfrei angeschlossen werden. Bestimmen Sie die Längen  $l_3/\lambda$  und  $l_4/\lambda$  für Leistungsanpassung so, dass  $l_3$  möglichst kurz wird. Zeichnen Sie den zugehörigen Transformationsweg beginnend bei der Verbraucherimpedanz  $Z_V$  in ein geeignet normiertes Smithdiagramm ein und bestimmen Sie daraus die benötigten Leitungslängen, so dass Anpassung besteht. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen, wobei Zwischenimpedanzen klar erkennbar sein müssen. Die Zuordnung der Leitungen zu den einzelnen Transformationsschritten muss nachvollziehbar sein.

- Widerstandsform wegen seriellen Stichleitungen
- Bezugswiderstand  $100 \Omega$  wegen Leitungstransformation
- Startpunkt (vorgegeben):  $Z_V/Z_B = 3$
- Zielpunkt:  $Z_Q/Z_B = 1$
- Leitung 1 kann ignoriert werden, da ihr Wellenwiderstand der Quellimpedanz entspricht
- m-Kreis um  $Z_V$  einzeichnen
- Leitung 5 transformiert mit  $l_5/\lambda = 0,05$  im Uhrzeigersinn, zu  $Z_1/Z_L = 1,7 - j1,35$
- Serielle Stichleitung 4 kann beliebigen seriellen Blindwiderstand erzeugen;  $Z_2$  liegt auf  $R$ -const-Kreis mit  $R_2/Z_L = 1,7$
- Die serielle Stichleitung 2 wirkt als serieller Blindwiderstand. Dessen Wert lässt sich bestimmen durch einen m-Kreis mit  $l_2/\lambda$  am Kurzschlusspunkt aus. Der Wert lautet  $j0,8Z_B$
- Die serielle Induktivität, die durch Leitung 2 erzeugt wird, muss in Transformationsrichtung den letzten Weg zum Zielpunkt zurücklegen. Vor Leitung 2 muss man sich folglich beim Punkt  $Z_3/Z_L = 1 - j0,8$  befinden
- Der m-Kreis von Leitung 3 muss durch  $Z_3/Z_L = 1 - j0,8$  gehen; Diesen m-Kreis folglich einzeichnen
- Die Schnittpunkte dieses m-Kreises mit dem  $R$ -const-Kreis mit  $R_4/Z_L = 1,7$  legen  $Z_B$  fest, und folglich die möglichen Transformationswege

- Die beiden Schnittpunkte befinden sich bei  $Z_2/Z_L = 1,7 \pm j0,78$
- Der Punkt in der unteren Halbebene ermöglicht dabei die kürzere Leitung 3
- Einzeichnen des Transformationswegs
- Die Länge von Leitung 3 kann man nun auf der  $l/\lambda$ -Skala ablesen zu  $l_3/\lambda = (0,344 - 0,294) = 0,05$
- Leitung 4 erzeugt eine Impedanz mit  $B/Z_B = 0,52$
- Den Punkt  $Z/Z_B = j0,52$  eintragen und die Leitungslänge 4 vom Kurzschlusspunkt ausgehend ablesen zu  $l_4/\lambda = 0,08$

c) Wie ändern sich die Längen der Leitungen 2 und 4 wenn diese aus technischen Gründen mit einem Leerlauf abgeschlossen werden müssen?

(1P)



Um die selbe Impedanz an den Anschlussklemmen der Leitungen zu erzeugen, müssen die Leitungen nun um  $\lambda/4$  länger werden.

## Aufgabe 3

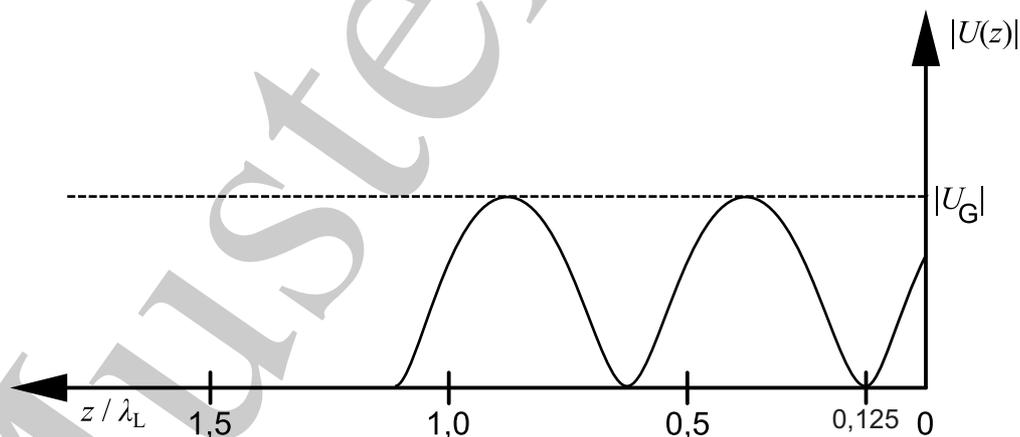
(gesamt 18 Punkte)

Stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand  $R_i = Z_L$ , der Leerlaufspannung  $U_G$  und mit der Frequenz  $f_0 = 2,122$  GHz eine kapazitive Last über eine verlustlose Luftleitung ( $\epsilon_r = 1$ ) mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  speist. Als Last dient eine Kapazität mit dem Wert  $C_v = 1$  pF.



- a) • Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Leitung der Länge  $L$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. (4P.)
- Wie groß ist  $|U(z)|$  über  $C_v$ ?
- Für welche  $\frac{z}{\lambda}$  gilt  $|U(z)| = 0$ ?



Bestimmung der Lastimpedanz:

$$Z_v = \frac{1}{j\omega C_v} = -j75\Omega \Rightarrow r(0) = \frac{-j75 - 75}{-j75 + 75} = \frac{j+1}{j-1} = -j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$|U(z)| = |U_G| \cdot \left| \cos\left(\beta z + \frac{\pi}{4}\right) \right| \Rightarrow |U(0)| = \cos(\pi/4) = \frac{|U_G|}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Minima: } \beta z + \frac{\pi}{4} \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2}$$

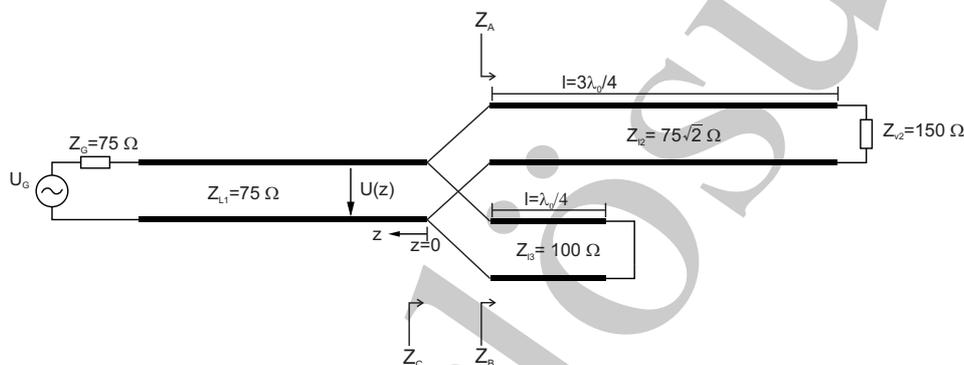
$$\Rightarrow \frac{z}{\lambda} = \frac{1}{8} + n \cdot 0.5; n = 0, 1, 2, \dots$$

- b) Welche Elemente müssen sie zusätzlich einfügen, um Anpassung an die Leitung zu erzeugen? Dimensionieren sie diese für  $f_0$ . (2 P.)

Anpassung bedeutet  $Z = Z_L$ . Dies kann sowohl durch Serien- als auch Parallelschaltung von einem L und einem R geschehen:

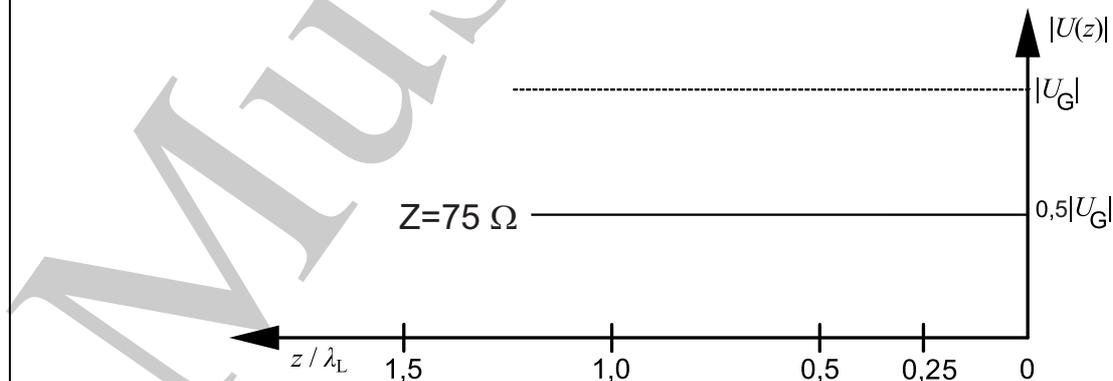
Bei der Resonanzfrequenz des Schwingkreises hebt sich der Imaginärteil auf.

- Serienschaltung:  $Z_L = \frac{1}{j\omega C_v} + Z_L + j\omega L \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C_v} = 5,625 \text{ nH}$
- $R = Z_L = 75 \Omega$



- c) Gegeben sei obige Schaltung. Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz  $f_0$ . Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms! (4 P.)

$Z_{L3}$  transformiert den KS in einen LL  $\Rightarrow$  keinen Einfluss.  
Die Meßleitung liegt somit direkt an  $Z_{L2}$ .  
 $Z_{L2}$  ist eine  $\lambda/4$  Leitung und transformiert  $150 \Omega$  auf  $75 \Omega$ .  
Es gilt somit der Verlauf bei Leistungsanpassung:

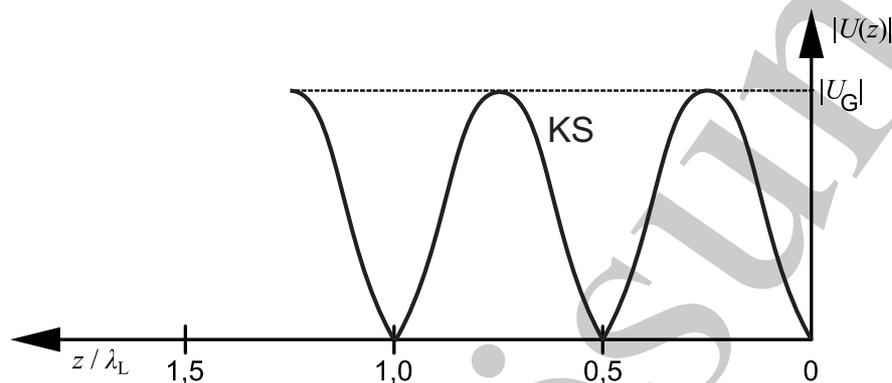


- d) In der Schaltung aus Aufgabenteil c wird nun die Generatorfrequenz  $f$  auf  $f = 2f_0$  verdoppelt. (4P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!



Bei gleichen Leitungslängen und doppelter Frequenz wird aus  $\lambda/4$   $\lambda/2$ . Die Meßleitung wird somit kurzgeschlossen. Es gilt der Verlauf im Kurzschlussfall:



- e) Die Generatorspannung sei nun  $U_G = 3 \text{ V} \sin(2\pi ft)$ . Wie viel Leistung in Watt wird sowohl bei  $f = f_0$  (Aufgabenteil c) als auch bei der doppelten Frequenz (Aufgabenteil d) im Widerstand  $Z_{v2}$  verbraucht? (4P.)



Bei  $f_0$  gilt Anpassung: 100%

$$\text{Leistungsberechnung: } P_{R_{v2}} = P_G = U_{rms}^2 / Z_G = \frac{(\frac{U_G}{\sqrt{2}})^2}{Z_G} = 15 \text{ mW}$$

Bei  $2f_0$  wird durch den KS die gesamte Leistung reflektiert: 0 mW

**Aufgabe 4**

(gesamt 18 Punkte)

S-Parameter

a) Wie sind die folgenden Parameter definiert?

(3 P.)

- $Z_{11}$
- $S_{12}$
- $Y_{22}$

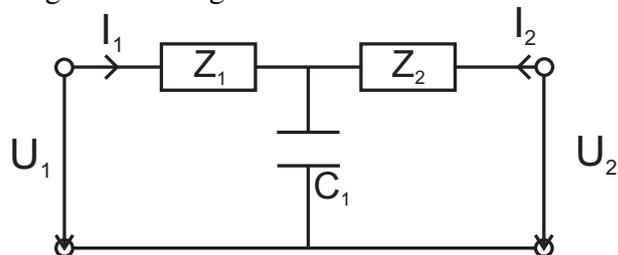
- $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

- $S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$

- $Y_{22} = \frac{I_2}{U_2} \Big|_{U_1=0}$

Musterlösung

b) Gegeben sei folgendes 2-Tor:



Bestimmen Sie die Z-Parameter des 2-Tors.

(4P.)



$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow Z_{11} = \frac{I_1 \cdot (Z_1 + \frac{1}{j\omega C_1})}{I_1} = Z_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \\
 Z_{12} &= \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow U_1 = I_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_1} \Rightarrow Z_{12} = -j \frac{1}{\omega C_1} \\
 Z_{21} &= \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_1} \Rightarrow Z_{21} = -j \frac{1}{\omega C_1} \\
 Z_{22} &= \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \Rightarrow Z_{22} = \frac{I_2 \cdot (Z_2 + \frac{1}{j\omega C_1})}{I_2} = Z_2 - j \frac{1}{\omega C_1}
 \end{aligned}$$

c) Geben Sie die S-Parameter für ein umkehrbares Zweitor mit folgenden Eigenschaften an:

(2 P.)

- Ein- und Ausgang sind reflexionsfrei angepasst.
- Das Zweitor verursacht 30 dB Durchgangsdämpfung.



Anpassung bedeutet  $S_{11} = S_{22} = 0$   
 $S_{21} = S_{12} = 10^{-30/20} = \frac{1}{\sqrt{1000}} = 0.032$   
 Das Netzwerk ist umkehrbar  $\Rightarrow S_{21} = S_{12}$ .

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0.032 \\ 0.032 & 0 \end{pmatrix}$$

d) Ein Hersteller stellt folgende S-Parameter in dB zur Verfügung:

(3 P.)

$$S_{dB} = \begin{pmatrix} -10 & -30 \\ 23 & -10 \end{pmatrix}$$

- Wie viel Leistung erhält man an Tor 2, wenn an Tor 1 10 mW eingespeist werden?
- Ist das Zweitor umkehrbar? Begründen sie Ihre Aussage.
- Handelt es sich um eine passive oder eine aktive Schaltung?  
Begründen sie Ihre Aussage.



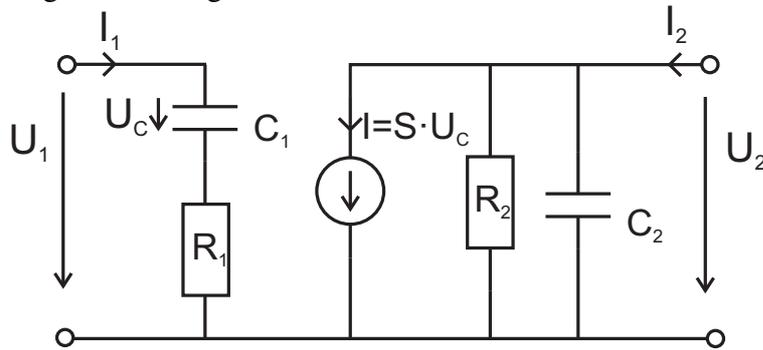
10 mW sind 10 dBm, welche um 23 dB verstärkt werden:  
 An Tor 2 erhält man somit 33 dBm, oder 2 W.

Das Zweitor ist wegen  $S_{21} \neq S_{12}$  nicht umkehrbar.

Aus  $S_{21} > 0dB$  ist zu erkennen, dass es sich um ein aktives Netzwerk handelt.

e) Gegeben sei folgendes 2-Tor:

(6 P.)



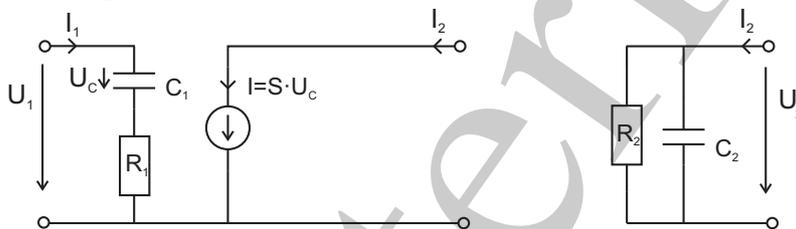
Bestimmen Sie die Y-Parameter des 2-Tors und zeichnen Sie zwei Ersatzschaltbilder (Bild 1:  $Y_{11}, Y_{21}$ ; Bild 2:  $Y_{12}, Y_{22}$ ) mit sämtlichen Vereinfachungen.

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} \Rightarrow Y_{11} = \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \Rightarrow Y_{12} = 0$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \Rightarrow Y_{21} = \frac{S U_C}{U_1} = S \frac{U_1 \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}}{U_1} = \frac{S}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} \Rightarrow Y_{22} = \frac{1}{R_2} + j\omega C_2$$

Bild 1:  $U_2=0$ Bild 2:  $U_1=0$ 

Musterlösung

**Aufgabe 5**

(gesamt 16 Punkte)

Mikrowellensysteme

Eine Mobilfunk-Basisstation sendet mit einer Leistung von 20 W und einem Antennengewinn von 20 dBi bei einer Frequenz von 1,8 GHz. Das Mobiltelefon hat eine Empfangsantenne mit einem Gewinn von 0 dBi.

- a) Welche Empfangsleistung in dBm steht am Mobiltelefon zur Verfügung, wenn die Basisstation und das Mobiltelefon optimal aufeinander ausgerichtet sind? Die Entfernung beträgt 500 m.

(3 P.)

Umrechnung der Antennengewinne in lineare Größen: 20 dBi entspricht 100, 0 dBi entspricht 1.

Berechnung der Wellenlänge:  $\lambda = c/f = 0,167$  m

Berechnung der Empfangsleistung mit der Friis-Gleichung:

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} = 1,41 \mu\text{W}$$

Umrechnung in dBm:

$$P_{r,dBm} = 10 \log(P_r/1 \text{ mW}) = -28,5 \text{ dBm}$$

- b) Welche Pulswiederholfrequenz wählen Sie in einem Puls-Radar, damit Sie mindestens bis zu einer Reichweite von 15 km Ziele eindeutig detektieren können? Welche Pulsdauer wählen Sie, um zwei Ziele im Abstand von mindestens 10 m eindeutig trennen zu können?

(3 P.)



Das Radarsignal muss den Hin- und Rückweg zum Ziel zurücklegen. Während dieser Zeit darf kein neuer Puls abgestrahlt werden.

$$\text{Maximale Signal-Laufzeit } T_{max} = \frac{2R_{max}}{c_0} = 100 \mu\text{s}$$

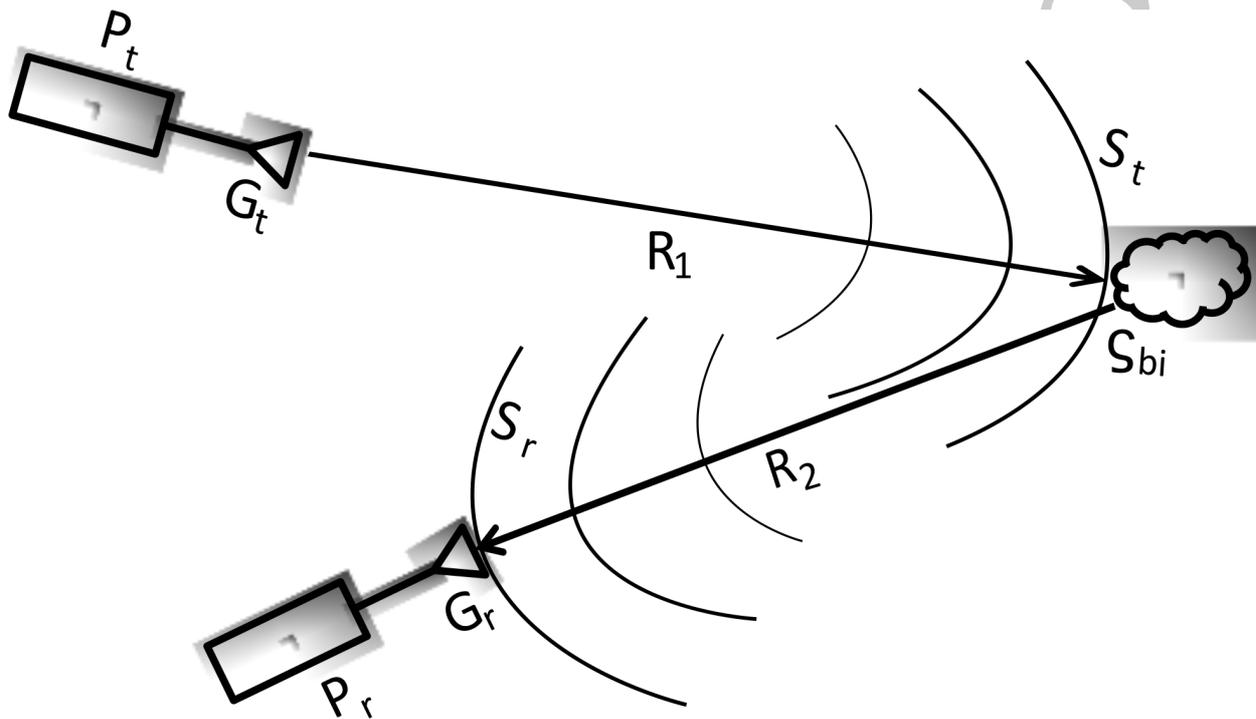
PRF darf also maximal  $PRF_{max} = 1/T_{max} = 10 \text{ kHz}$  betragen.

Während der Pulsdauer darf das Signal maximal eine Strecke von 2 mal 10 zurück legen.

$$\text{Maximale Pulsdauer } \tau_{max} = \frac{2d_{max}}{c_0} = 66,7 \text{ ns}$$

- c) Leiten Sie die **bistatische** Radargleichung her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung  $P_t$  und dem Antennengewinn  $G_t$  im Abstand  $R_1$  vom Ziel, sowie dem Empfänger mit dem Antennengewinn  $G_r$  im Abstand  $R_2$  vom Ziel. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(5 P.)



Strahlt der Sender eine Leistung  $P_t$  durch die Antenne mit dem Gewinn  $G_t$  ab, so beträgt die Leistungsdichte  $S_t$  an einem Ziel in der Entfernung  $R_1$

$$S_t = \frac{P_t G_t}{4\pi R_1^2}$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Empfänger zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma_{bi}}{4\pi R_2^2} = \frac{P_t G_t \sigma_{bi}}{(4\pi R_1 R_2)^2}$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma_{bi}}{(4\pi)^3 R_1^2 R_2^2}$$

Gegeben ist ein bistatisches Radar-System, dessen Sender bei einer Frequenz von 10 GHz eine Sendeleistung von 30 dBm aufweist. Die Sende-Antenne hat einen Gewinn von 20 dBi. Die Empfangs-Antenne hat einen Gewinn von 16 dBi. Die Hauptkeulen beider Antennen zeigen jeweils zum Ziel, das  $R_1 = 5$  km bzw.  $R_2 = 3$  km entfernt liegt.

- d) Die Nebenkeulen der Sende- und Empfangsantennen, die jeweils zum Empfänger bzw. Sender zeigen sind jeweils 30 dB gegenüber der Hauptstrahlrichtung unterdrückt. Der Abstand zwischen Sender und Empfänger beträgt  $R_3 = 4$  km. Wie groß muss der Radarrückstreuquerschnitt des Ziels mindestens sein um im Empfänger eine höhere Empfangsleistung zu erzeugen, als das vom Sender direkt empfangene Signal? (5 P.)

Umrechnen in lineare Gren:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 0,03 \text{ m}$$

$$G_t = 100$$

$$G_{t,\text{neben}} = 0,1$$

$$G_r = 40$$

$$G_{r,\text{neben}} = 0,04$$

$$P_t = 1 \text{ W}$$

Berechnen der direkt vom Sender empfangenen Leistung:

$$P_{r,\text{direkt}} = \frac{P_t G_{t,\text{neben}} G_{r,\text{neben}} \lambda^2}{(4\pi R_3)^2} = 1,42 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

Umstellen der bistatischen Radargleichung nach  $\sigma$ :

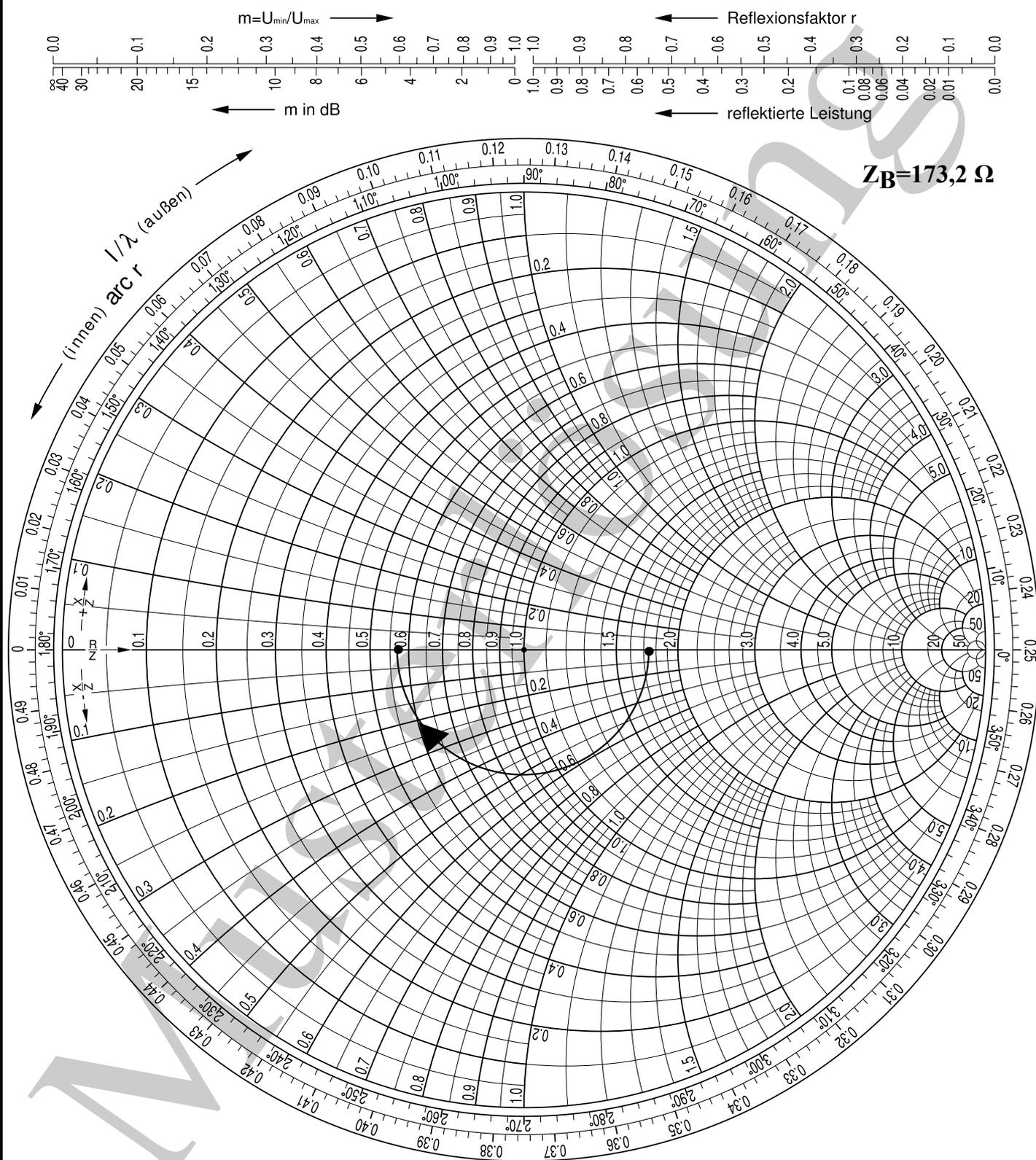
$$\sigma \geq \frac{P_{r,\text{direkt}} (4\pi)^3 R_1^2 R_2^2}{P_t G_t G_r \lambda^2} = 176,7 \text{ m}^2$$

zugehörige  
Aufgabennummer:

2a

Widerstandsform

Bezugswiderstand  $Z_B = 173,2 \Omega$



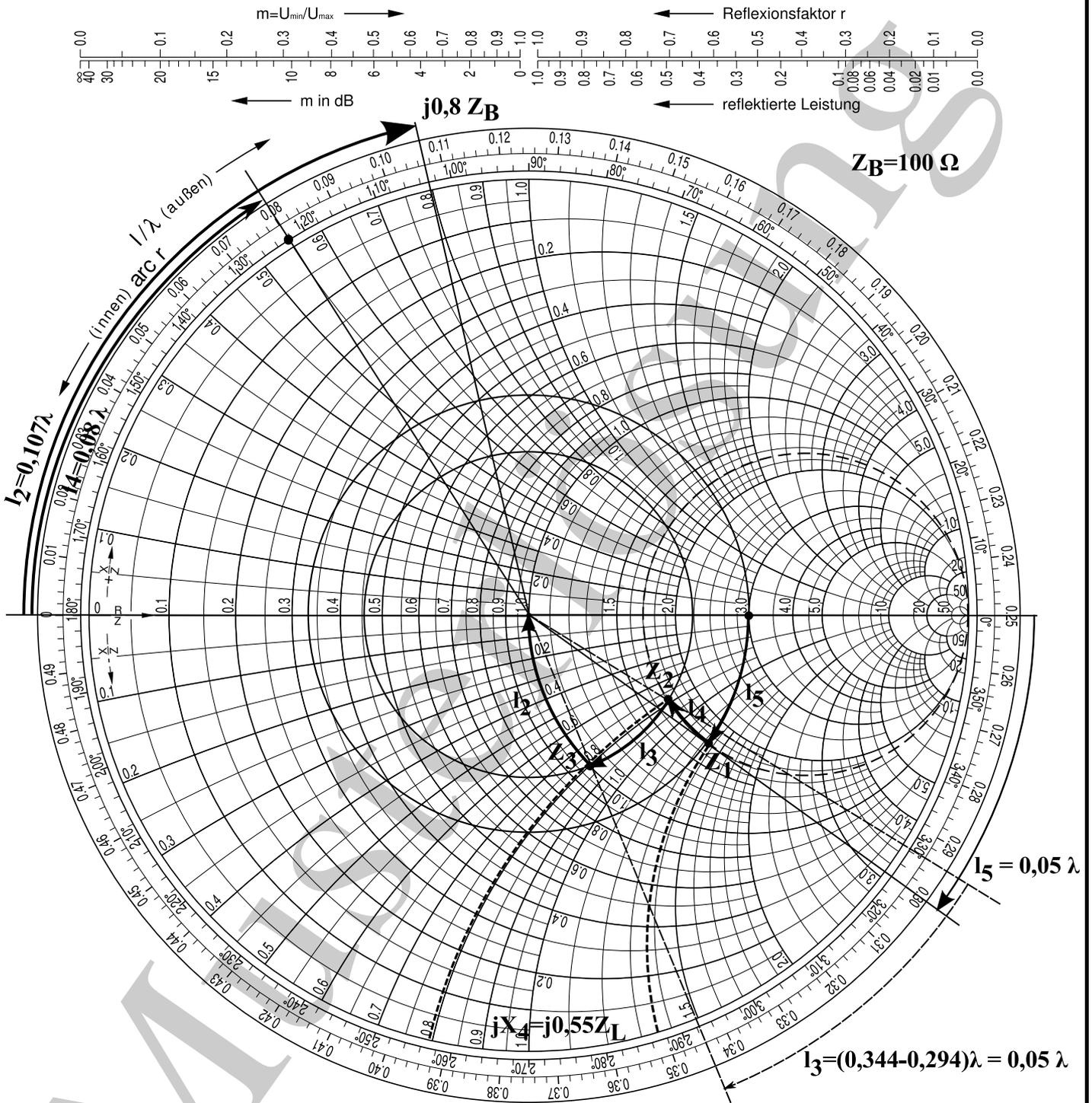
**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige  
Aufgabennummer:

2b

Widerstandsform

Bezugswiderstand  $Z_B = 100 \Omega$



**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

**Impedanz**  $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$  **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

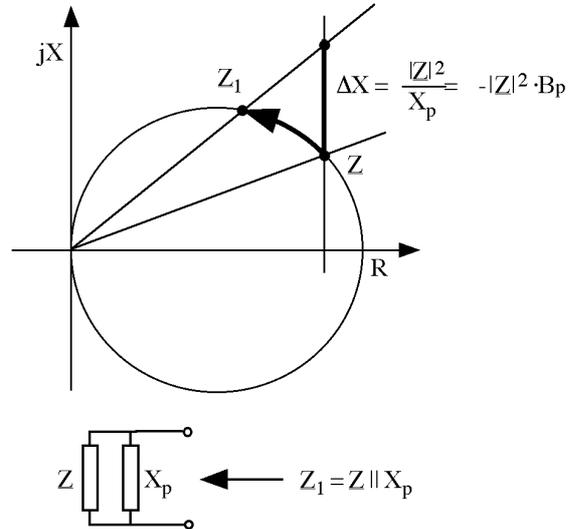
$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

**Kompensation mit dualen Elementen**

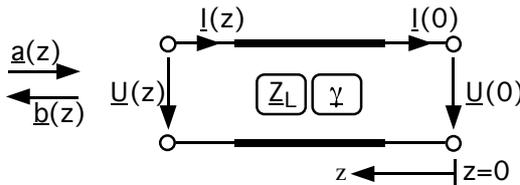


Bedingungen für Kompensation:  $X_s = R^2 \cdot B_p$   
 Frequenzfaktor:  $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$   
 krit. Frequenz, Grenzfrequenz:  $|F(f_k)| = 1$

**Hilfskonstruktion zur Transformation**



**Leitungen**



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

**Koaxialleitung**

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

**ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)**

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

**schwach gedämpfte Leitungen ( $R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$ )**

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left( \frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

**Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)**

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

**Eindringtiefe s**

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

**Reflexionsfaktor r**

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

**Reflexionsfaktor  $\rightarrow$  Impedanz**

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

**Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis**

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

**Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung  $P_w$**

mit:  $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

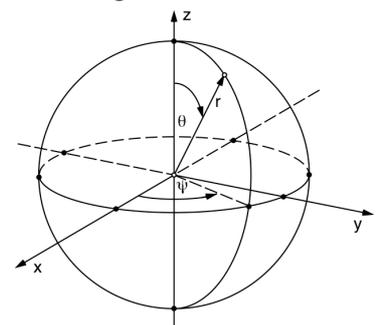
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

**Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung**

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Bigg|_{\alpha=0}$$

**Kugelkoordinaten**



Azimuth:  $\psi$

Elevation:  $\theta$

Volumen:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Oberfläche:  $F = 4\pi r^2$

**Konstanten**

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$$

$$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
$S_{11}$	$S_{11}$	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
$S_{12}$	$S_{12}$	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
$S_{21}$	$S_{21}$	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
$S_{22}$	$S_{22}$	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
$Z_{11}$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{11}$	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
$Z_{12}$	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{12}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
$Z_{21}$	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{21}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
$Z_{22}$	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$Z_{22}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
$Y_{11}$	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{11}$	$\frac{D}{B}$	
$Y_{12}$	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{12}$	$\frac{BC - AD}{B}$	
$Y_{21}$	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{21}$	$\frac{-1}{B}$	
$Y_{22}$	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{22}$	$\frac{A}{B}$	
$A$	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$A$	
$B$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$B$	
$C$	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}$	$C$	
$D$	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$D$	
$T_{11}$	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				$T_{11}$
$T_{12}$	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				$T_{12}$
$T_{21}$	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				$T_{21}$
$T_{22}$	$\frac{1}{S_{21}}$				$T_{22}$