

Schriftliche Prüfung im Fach

# Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	16	16	19	17	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	<b>Note:</b>
85		



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 29 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

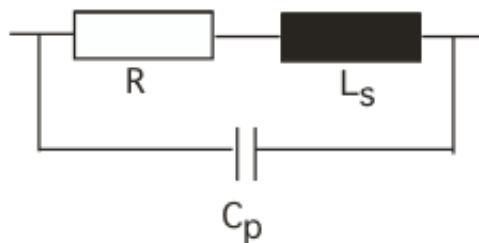
**Aufgabe 1**

(gesamt 16 Punkte)

Allgemeines

- a) Zeichnen Sie ein vollständiges Ersatzschaltbild eines Widerstands und nennen Sie zwei parasitäre Effekte, die bei Widerständen bei hohen Frequenzen auftreten.

(3 P.)



Zwei aus:

- Zunahme des Widerstandswertes mit wachsender Frequenz durch den Skineneffekt
- Induktiver Phasenwinkel durch die Eigeninduktivität des Widerstandes
- Kapazitiver Phasenwinkel durch die Eigenkapazität des Widerstandes

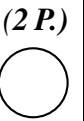
- b) In einigen Fällen moderner digitaler Schaltungstechnik werden HF-Kenntnisse benötigt.

(2 P.)

- Warum sind in digitalen Schaltungen HF-Kenntnisse notwendig?
- Welcher Effekt tritt in der Schaltung auf?

Bei hohen Schaltfrequenzen sind Datenleitungen im Bereich der Wellenlänge. Auf den Leitungen können stehende Wellen entstehen.

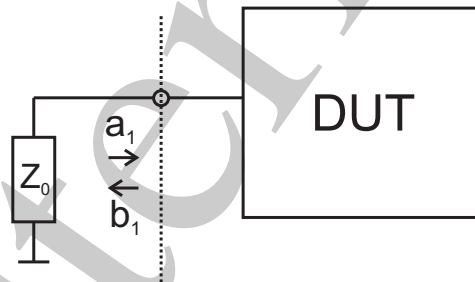
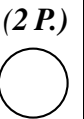
- c) Wozu benötigt man das Smith-Diagramm? Nennen Sie einen Vorteil gegenüber anderen Diagrammen. (2 P.)

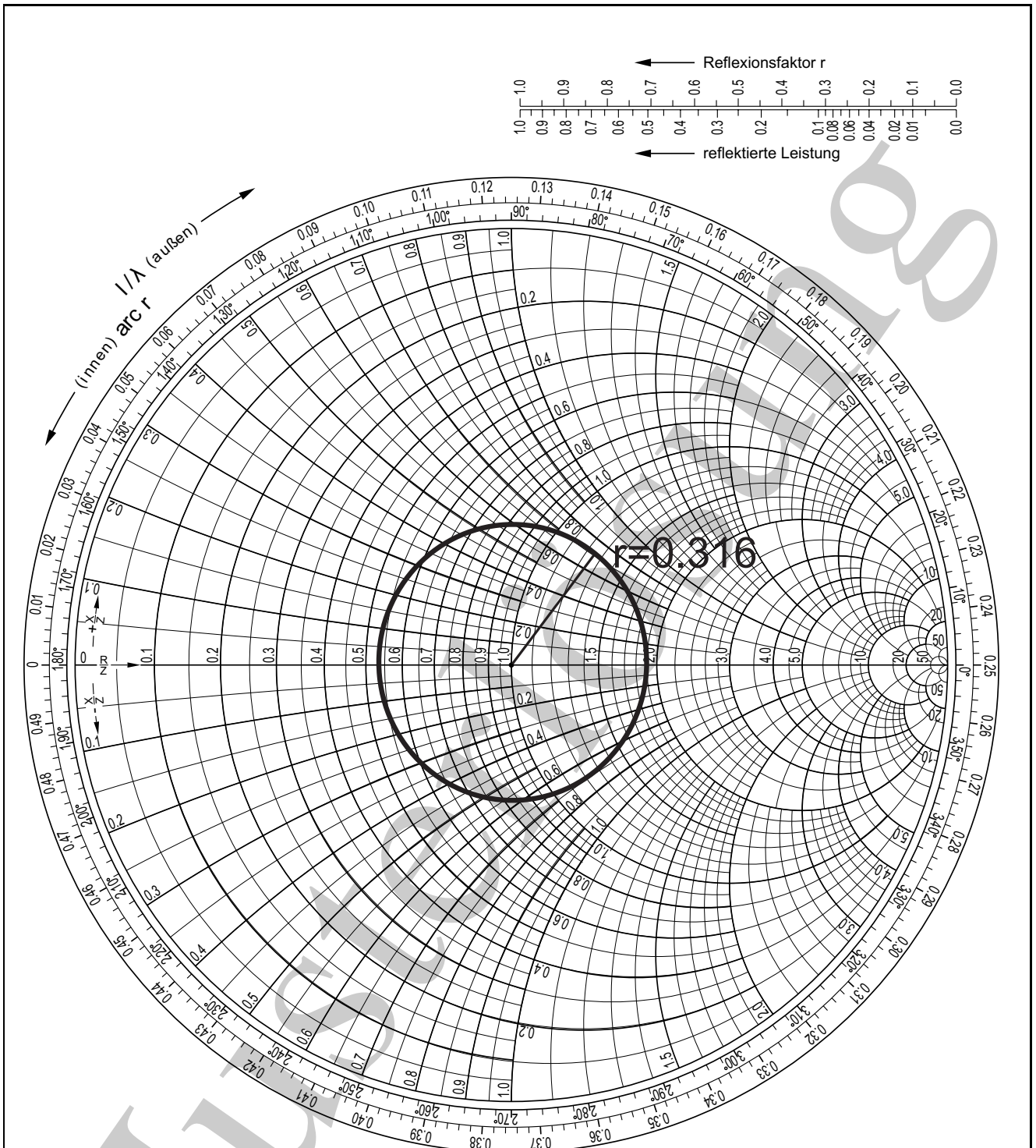


Das Smithdiagramm eignet sich als zeichnerischer Lösungsweg für Anpassungsprobleme. Vorteile:

- Große Real und Imaginärteile in Diagramm mit begrenzter Ausdehnung eintragbar
- Reflexionsfaktor direkt ablesbar
- Einfache Durchführung von Leitungstransformationen

- d) Kennzeichnen Sie den Bereich für  $S_{11}$  im Smithdiagramm, in dem die Anpassung besser als 10 dB ist. (2 P.)





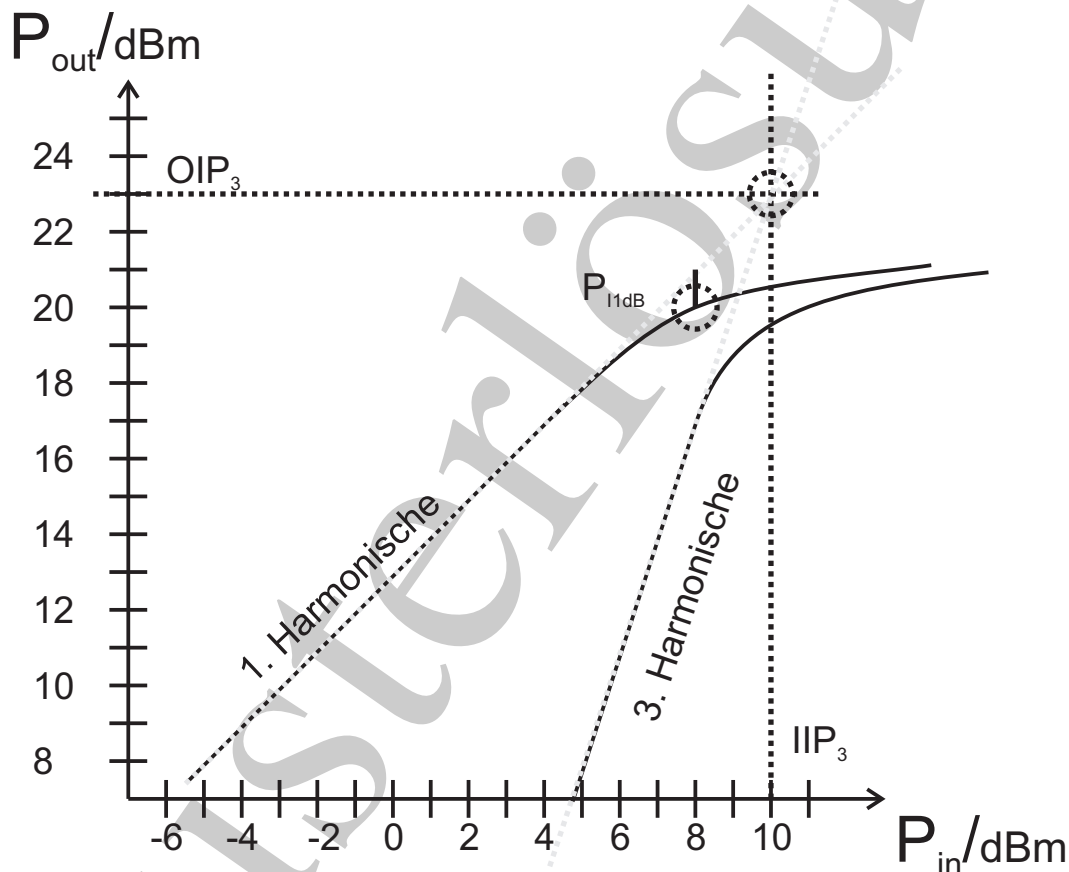
Innerhalb des Kreises ist die Anpassung besser als 10 dB. Rechnung: Entweder über  $10^{-\frac{10}{20}} = 0,316$  oder 10 dB bedeutet 0,1 reflektierte Leistung. Für beides lässt sich der Radius im SD ablesen.

e) Ein Verstärker hat folgende Eigenschaften:

(5 P.)

- Der 1-dB Kompressionspunkt ist bei 20 dBm Ausgangsleistung und 8 dBm Eingangsleistung.
- Der „Third Input Intercept Point (IIP3)“ beträgt 10 dBm.

Zeichnen Sie den Leistungsverlauf der 1. und 3. Harmonischen in das gegebene Diagramm. Wie groß ist die lineare Verstärkung? Geben Sie den OIP3 an. Der Lösungsweg muss klar erkennbar sein.

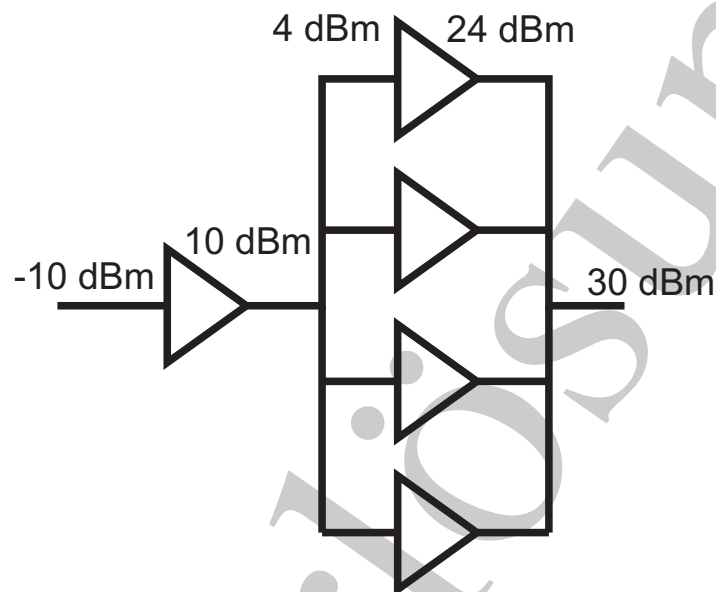


- P-1dB einzeichnen. Dann 1 dB darüber eine Hilfsgerade mit Steigung 1 Zeichnen: 1. Harmonische.
- 1. Harmonische verlängern. Schnittpunkt mit Hilfgeraden und Eingangsleistung von 10 dBm ergibt IP3. Es folgt: OIP3 ist 23 dBm.
- Ablesen Verstärkung. Bei 0 dBm Eingangsleistung erreicht man 13 dBm Ausgangsleistung, daher ist die lineare Verstärkung 13 dB.
- Von IP3 Hilfslinie mit Steigung 3 einzeichnen. 3. Harmonische.

- f) In der Mikrowellentechnik müssen Verstärker mit eingeschränkter Ausgangsleistung parallelgeschaltet werden, damit sich ihre Leistung addiert. Ein Sensor erzeugt ein Datensignal von  $100 \mu\text{W}$ . Für eine Drahtlosübertragung soll dieses Signal mit 1 Watt gesendet werden. Es stehen Ihnen Verstärker mit einer maximalen linearen Ausgangsleistung von 24 dBm und einer Verstärkung von 20 dB zur Verfügung. Zeichnen Sie ein Blockschaltbild der Gesamtschaltung. Wie viele Verstärker benötigen Sie? (2 P.)



Man benötigt 5 Verstärker (siehe Schaltbild).



## Aufgabe 2

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

a)



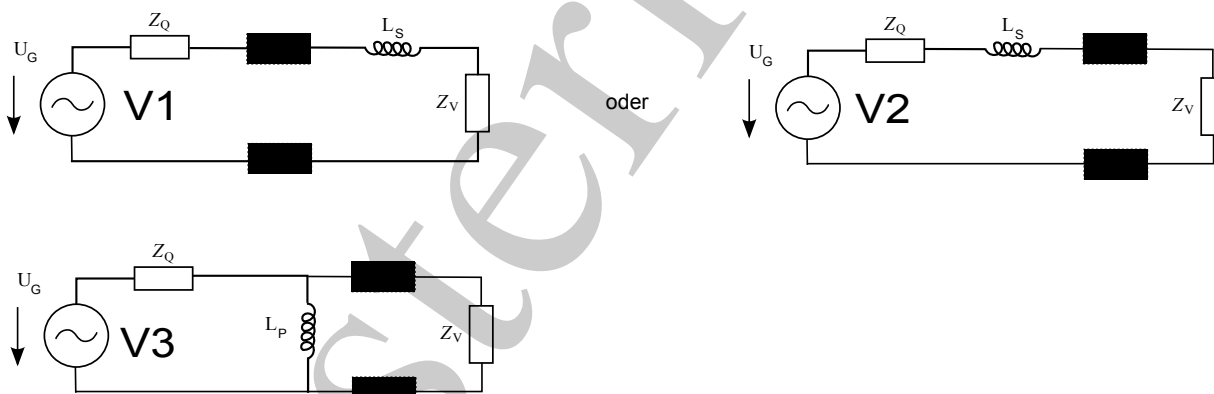
(4P.)



Ein Verbraucher mit der Impedanz  $Z_V = 200 - j300 \Omega$  soll an eine Quelle mit der Impedanz  $Z_Q = 50 \Omega$  reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Spulen mit beliebiger Induktivität
- Leitungen beliebiger Länge

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von 2 GHz Anpassung herrscht.



Auswahl der Bezugsimpedanz, zB  $100 \Omega$

$$Z_V = 2 - 3j, Z_Q = 0,5$$

Beispiel 1:

$$\text{Serienspule nach } Z_A = 2 \Rightarrow L_S = \frac{3Z_B}{2\pi f} = 23,87 \text{ nH}$$

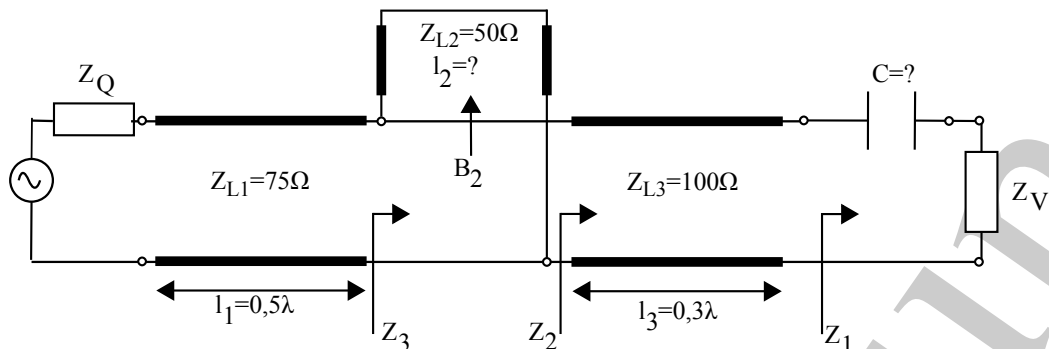
Leitungslänge ist  $\lambda/4$ , da  $Z_A$  reell. Mit 2 GHz ist Leitungslänge 3,75 cm.

$$\text{Werte V2: } L_S \text{ ist } 11,94 \text{ nH, } l/\lambda = 0,0515 \Rightarrow l = 7,725 \text{ mm}$$

$$\text{Werte V3: } l/\lambda = 0,1755 \Rightarrow l = 2,63 \text{ cm, } L_P \text{ ist } 2,65 \text{ nH}$$



Gegeben sei die unten skizzierte Transformationschaltung mit veränderlicher Kapazität  $C$  und einer Stichleitung mit der variablen Länge  $l_2$ . Die Werte für die übrigen Leitungen können Sie der Schaltung entnehmen. Der Wert der komplexen Quellenimpedanz beträgt  $Z_Q = (10 - j40)\Omega$ , die Impedanz des Verbrauchers beträgt  $Z_V = (150 + j100)\Omega$ . Die Betriebsfrequenz der Schaltung ist 500 MHz. Alle Leitungen sind verlustfrei.



- b) Bestimmen Sie die Kapazität  $C$  und die Länge der Stichleitung  $l_2$ , so dass der Verbraucher an die Quelle leistungsangepasst ist. Begründen Sie welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen und beschreiben Sie die einzelnen Transformationsschritte. Der Lösungsweg bzw. die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformations-elementen muss klar erkennbar sein.

(12 P.)



Musterlösung

Die Leitung 1 ist exakt eine halbe Wellenlänge lang und hat deshalb keine Auswirkung. Das Smith-Chart wird folglich auf  $100 \Omega$  normiert, wegen der Transformation von Leitung 3. Prinzipiell können beide Diagrammarten verwendet werden, da sowohl eine serielle Kapazität und eine parallele Stickleitung vorkommen. Da Impedanzen gegeben sind, wählen wir die Widerstandsform.

Die Anpassbedingung lautet  $Z_3 = Z_q^*$ , da Leitung 1 keine Auswirkung hat.

Einzeichnen von  $Z_v = (1,5 + j)100 \Omega$ .

$Z_1$  liegt auf einem R-const Kreis von  $Z_v$  aus. In diesem Fall unterhalb  $Z_v$ , da C in Richtung negativer Blindwiderstände transformiert.

Leitung  $Z_3$  dreht den kompletten Kreisbogen um  $0,3\lambda = 216^\circ$  im Uhrzeigersinn um den Ursprung  $\rightarrow Z_2$

$Z_v$  wird auf  $(0,414 - j0,0408)100 \Omega$  transformiert. Die anderen Werte für  $Z_2$  liegen oberhalb dieses Startpunkts.

Einzeichnen des Zielpunkts  $Z_q^* = (0,1 + j0,4)100 \Omega$

Für eine erfolgreiche Transformation muss  $Z_3$  auf einem G-const-Kreis um  $Z_q^*$  liegen. Diesen folglich einzeichnen (mittels eines Thales-Kreises, da man sich in Widerstandsform befindet)

Der Schnittpunkt dieses Kreises mit  $Z_2$  ist bei  $(0,358 + j0,693)100 \Omega$ . Dieser Punkt legt folglich den Transformationsweg eindeutig fest.

Von diesem Punkt ausgehend zeichnet man den m-Kreise der Leitung 3 zurück, um so den genauen Punkt von  $Z_1$  zu finden. Dieser liegt bei  $(1,5 - j1,867)100 \Omega$

Den ganzen Transformationsweg einzeichnen

Bauteilwerte bestimmen

Kondensator C:

$$X_C = -(1,867 + 1)100 \Omega = -286,7 \Omega$$

$$C = -\frac{1}{\omega X_C} = 1,11 \text{ pF}$$

Leitung  $l_2$ :

Der Blindleitwert transformiert  $Z_2$  in  $Z_q^*$ . Um  $B_2$  zu bestimmen, liest man zuerst  $Y_2$  und  $Y_q^*$  ab ( $180^\circ$  gespiegelt im S.D.) Alternative ist die rechnerische Bestimmung.

$$Y_2 \cdot 100 \Omega = 0,588 - j1,139$$

$$Y_q^* \cdot 100 \Omega = 0,588 - j2,353$$

$$\text{Somit beträgt } B_2 \cdot 100 \Omega = 1,214$$

Daraus kann man die Länge von Leitung 2 bestimmen:

$$B_2 \cdot Z_{L2} = -1,214 \frac{50 \Omega}{100 \Omega} = -0,607 = \cot(\beta l_2)$$

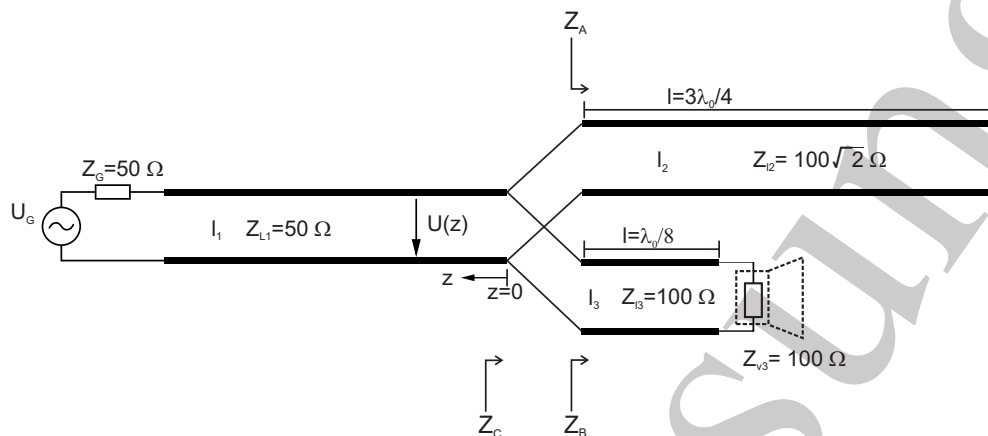
$$l_2 = 0,163\lambda = 9,78 \text{ cm}$$

## Aufgabe 3

(gesamt 19 Punkte)

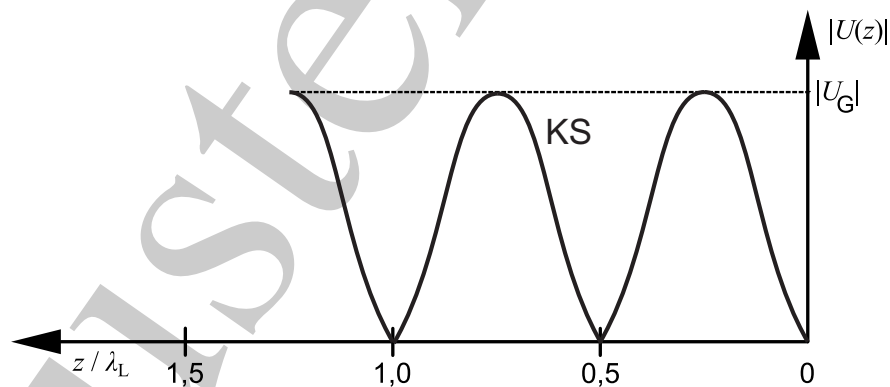
Stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung.



- a) Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz  $f_0$ . Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages  $|U(z)|$  (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude  $U(z)$  auf der Meßleitung ( $L_1$ ) für  $z \geq 0$  in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms! (4P.)

$Z_{l2}$  transformiert den Leerlauf in einen Kurzschluss.  
 $Z_C$  ist somit 0 und es gilt der Verlauf im Kurzschlussfall:



- b) Wie müssen Sie die jetzt leer laufende Leitung  $l_2$  abschließen, damit Anpassung vorliegt und die angeschlossene Sendevorrichtung Leistung übertragen kann? (2 P.)



Sie benötigen ein  $Z_A$  von  $100 \Omega \Rightarrow$  Widerstand von  $200 \Omega$  am Leitungsanschluss.

- c) Die Leitung  $l_2$  wird aus der Schaltung entfernt ( $Z_C = Z_B$ ). Die Generatorspannung sei nun  $U_G = 3 \text{ V} \sin(2\pi ft)$ . Wie viel Leistung in Watt erreicht die an Leitung  $l_3$  angeschlossene Antenne ( $Z_{v3}$ ). (4 P.)



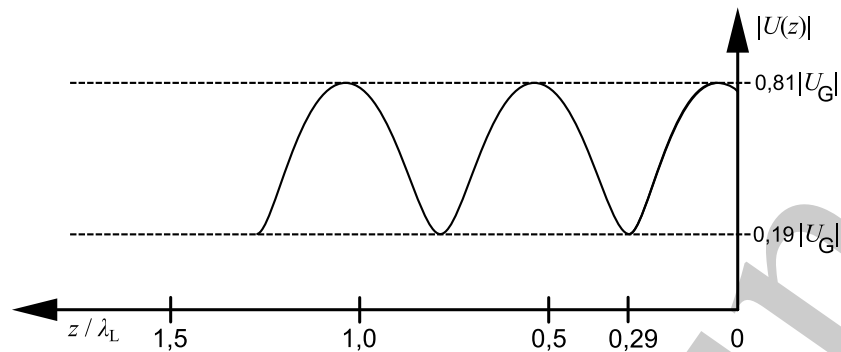
Reflexionsfaktor ist  $r = \frac{100-50}{100+50} = 1/3$

Hinlaufende Welle:  $P_H = U_{rms}^2 / Z_G = \frac{(\frac{U_G}{2\sqrt{2}})^2}{Z_G} = 22,5 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung:  $P_R = P_H \cdot |r|^2 = \frac{P_H}{9} = 2,5 \text{ mW}$

Leistung zur Antenne:  $P_H - P_R = (22,5 - 2,5) \text{ mW} = 20 \text{ mW}$

- d) Eine Mikrostreifenleitung wird mit einer Impedanz  $Z_V$  abgeschlossen. Es ergibt sich die folgende abgetastete Spannungamplitude entlang der Leitung. (6 P.)



Berechnen Sie  $Z_V$  und geben Sie an mit welchen Bauteilen (inkl. deren Werte) solch ein Abschluss realisiert werden kann. Die Wellenlänge auf der Leitung betrage  $\lambda_L = 0,3$  m und das  $\epsilon_{r,\text{eff}}$  der Leitung sei 2,3. Der Wellenwiderstand der Leitung ( $Z_L$ ) sei  $50 \Omega$ .

$$m = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{0,19 |U_G|}{0,81 |U_G|} = 0,2346$$

$$r = \frac{1 - m}{1 + m} = 0,62$$

$$\arg \{r\} = 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda_L} - n\pi$$

mit  $z_{\min} = 0,29\lambda_L$  und  $n = 1$  folgt:

$$\arg \{r\} = 0,16\pi$$

$$r = 0,62e^{j0,16\pi}$$

$$Z_2 = Z_L \frac{1 + r}{1 - r} \approx Z_L (2,0673 + j2,0061)$$

$$R = \operatorname{Re} \{Z_2\} = 103,4 \Omega$$

$$j\omega L = j2,0061 Z_L$$

$$f = \frac{c_0}{\lambda_L \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}} = 659,4 \text{ MHz}$$

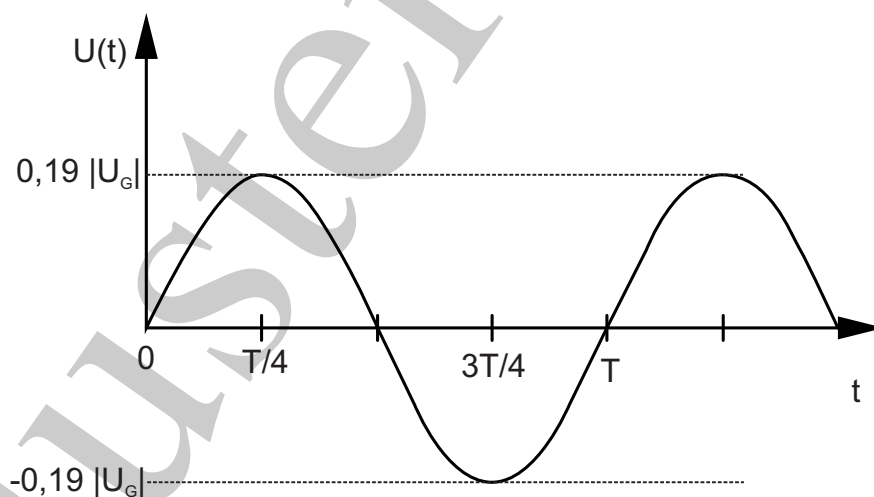
$$L = 29 \text{ nH}$$



- e) Sie haben die Möglichkeit das Signal auf der in Aufgabenteil d gegebenen Mikrostreifenleitung über der Zeit an der Stelle  $0,29\lambda_L$  abzutasten. Zeichnen Sie mindestens 1,5 Perioden des gemessenen Signals  $U(t)$  in das gegebene Diagramm ein. (3 P.)

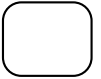


Maxima in Aufgabe d ablesen:  $0,19|U_G|$ , Sinus einzeichnen. Achsen richtig bechriften!



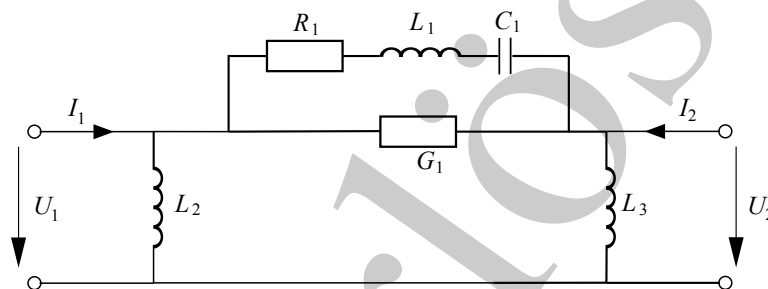
## Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

S-Parameter

Gegeben sei das nachfolgende Ersatzschaltbild. Der Bezugswiderstand sei  $Z_0 = 50 \Omega$ . Es gilt  $L_2 = L_3$ . Die Bauteile haben die folgenden Werte:

$$\begin{aligned} R_1 &= 20 \Omega \\ L_1 &= 0,01 \text{ nH} \\ C_1 &= 100 \text{ pF} \\ G_1 &= 0,001 \text{ S} \\ L_2 &= 10 \text{ nH} \\ L_2 &= L_3 \end{aligned}$$



a) Bestimmen Sie die Admittanzmatrix  $\mathbf{Y}$  des Resonators in allgemeiner Form.

(4P.)



$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{j\omega L_2} + G_1 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}}$$

wegen  $L_2 = L_3$  folgt:  $Y_{22} = Y_{11}$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0}$$

$$Y_{12} = - \left( G_1 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}} \right)$$

wegen  $L_2 = L_3$  folgt:  $Y_{12} = Y_{21}$



b) Berechnen Sie  $S_{11}$  und  $S_{22}$  in dB bei der Resonanzfrequenz des Serienschwingkreises.

(4P.)



- Bauteilwerte einsetzen, Y-Werte berechnen
- es gilt  $Y_{11} = Y_{22}$  und  $Y_{12} = Y_{21}$
- $S_{11}$  bestimmen

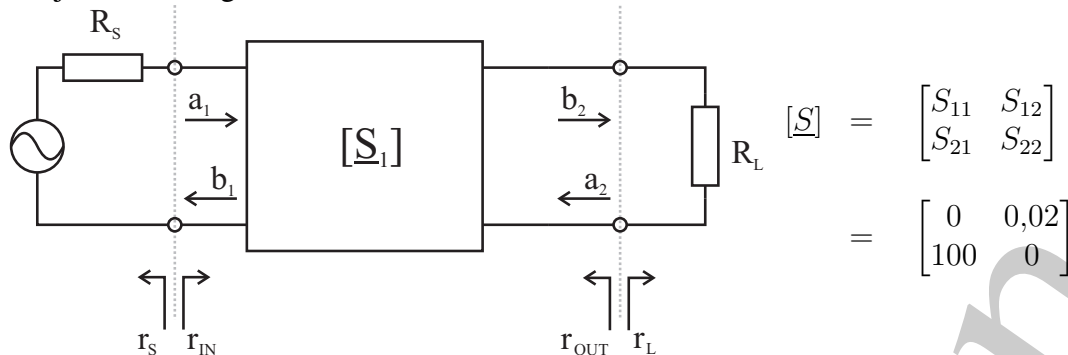
$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}}$$
$$f_{\text{res}} = 5,032 \text{ GHz}$$

$$Y_{11} = (0,0510 - j0,0032) \text{ S}$$
$$Y_{12} = -0,0510 \text{ S}$$

$$S_{11} = \frac{Y_0^2 - Y_{11}^2 + Y_{21}^2}{(Y_{11} + Y_0)^2 - Y_{21}^2}$$
$$S_{11} = 0,1394 + j0,1585$$
$$S_{11,\text{dB}} = -13,51 \text{ dB}$$
$$S_{22} = S_{11}$$

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben zu lösen!

Ab jetzt wird folgendes 2-Tor betrachtet:



Der Bezugswellenwiderstand ist als  $Z_0 = 50 \Omega$  definiert. Auf der Seite von Port 2 sei das Tor mit einer Last  $R_L = 60 \Omega$  abgeschlossen. Das 2-Tor wird bei der Frequenz  $f = 100 \text{ MHz}$  untersucht.

- c) Wird weniger als  $\frac{1}{100}$  der an Port 1 eingespeisten Leistung ( $a_1$ ) reflektiert? Geben Sie zusätzlich den Reflexionsfaktor in dB an. (3P)

Da das durch die S-Parameter charakterisierte System reflexionsfrei ( $S_{11} = 0$ ) ist, muss nur die Transmission des 2-Tors sowie die Reflexions zwischen Port 2 des 2-Tors und der Last  $r_L$  untersucht werden.

$$r_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} = 0,0909$$

$$P_r P_h = \frac{1/2 |b_1|^2}{1/2 |a_1|^2} = |r_{IN}|^2 = \left| S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} r_L}{1 - S_{22} r_L} \right|^2 = (0,02 \cdot 100 \cdot 0,0909)^2 = 0,0331 > \frac{1}{100}$$

$$r_{IN} = r_{IN} = 20 \cdot \log_{10}(|r_{IN}|) = -14,8081 \text{ dB}$$

- d) Ändert sich die Anpassung ( $r_{IN}$ ) an Port 1 wenn  $S_{22}$  von 0 auf 0,1 verändert wird? Warum? (1P.)



Ja, da in diesem Fall Mehrfachreflexionen auftreten. ( $r_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_L}{1-S_{22}r_L}$ )

$$r_{IN}|_{S_{22}=0} = S_{12}S_{21}r_L \neq r_{IN}|_{S_{22} \neq 0} = \frac{S_{12}S_{21}r_L}{1-S_{22}r_L}$$

- e) Wie groß ist die Spannungsverstärkung für ein Signal welches das 2-Tor von Tor 1 nach Tor 2 durchläuft? (1P.)



$$\frac{|U_{2,r}|}{|U_{1,h}|} = |S_{21}| = 100$$

- f) Kann der Reflexionsfaktor eines passiven 1-Tors größer als 1 werden? Warum? (1P.)



Um einen Reflexionsfaktor  $> 1$  zu erreichen muss mehr Signalleistung aus dem Tor zurückfließen als hineingesteckt wird. Dies ist nur mit aktiven Elementen zu erreichen. Es ist also nicht möglich.

g) Gegeben sei folgende S-Parameter Matrix eines verlustlosen, passiven und umkehrbaren

(3 P.)

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} |S_{11}| & |S_{12}| \\ |S_{21}| & |S_{22}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |0,5| & |S_{12}| \\ |S_{21}| & |S_{22}| \end{bmatrix}$$



Bestimmen Sie die fehlenden S-Parameter:  $|S_{12}|$ ,  $|S_{21}|$  und  $|S_{22}|$

Da das 2-Tor verlustlos und passiv ist muss die Energieerhaltung erfüllt werden:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \Rightarrow |0,5|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \Rightarrow |S_{21}| = 0,866 = |S_{12}|$$

Da das 2-Tor umkehrbar ist muss  $|S_{12}| = |S_{21}|$  gelten.

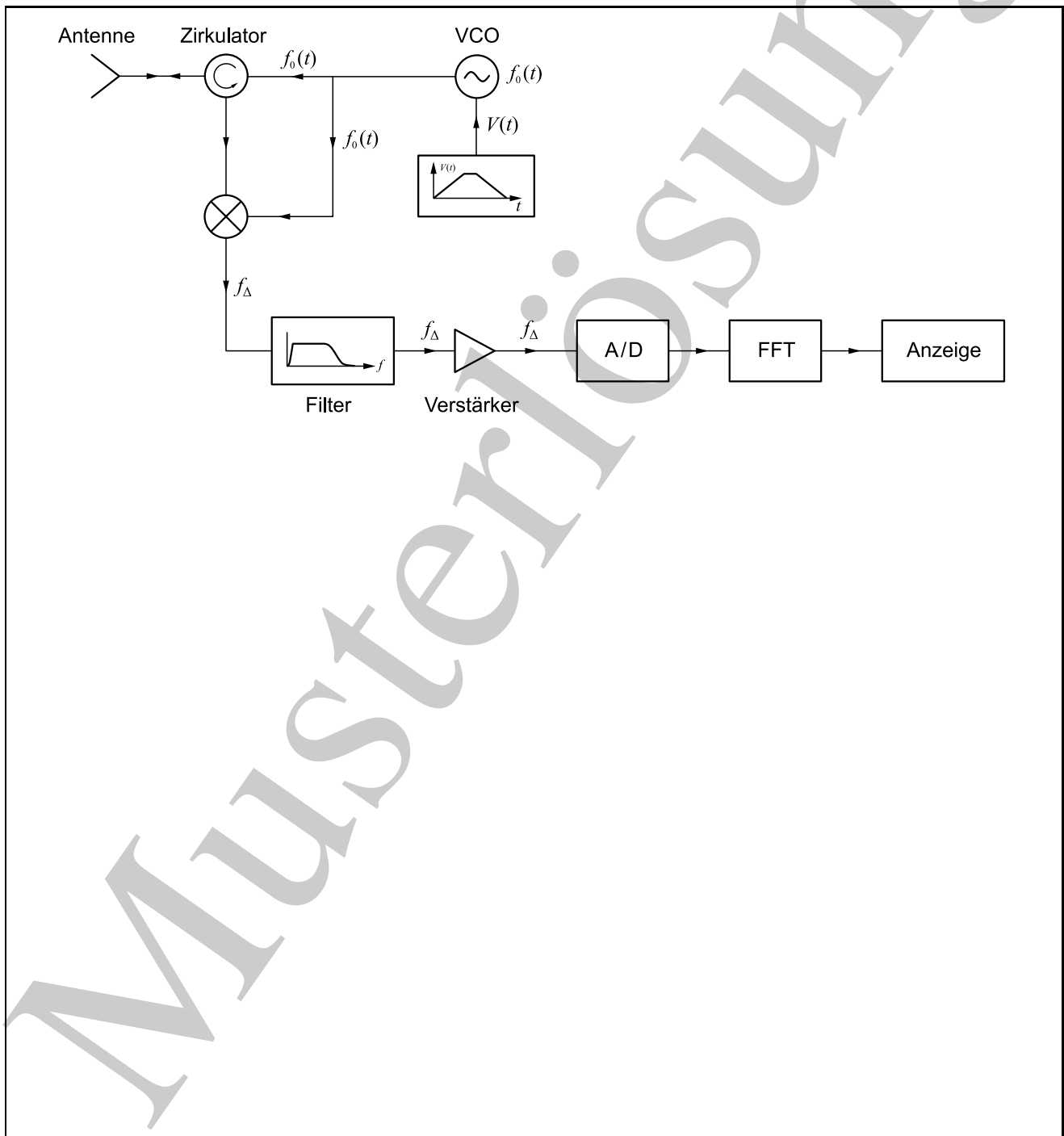
$$\text{Energieerhaltung: } |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 \Rightarrow |S_{22}|^2 + |0,866|^2 = 1 \Rightarrow |S_{22}| = 0,5 = |S_{11}|$$

**Aufgabe 5**

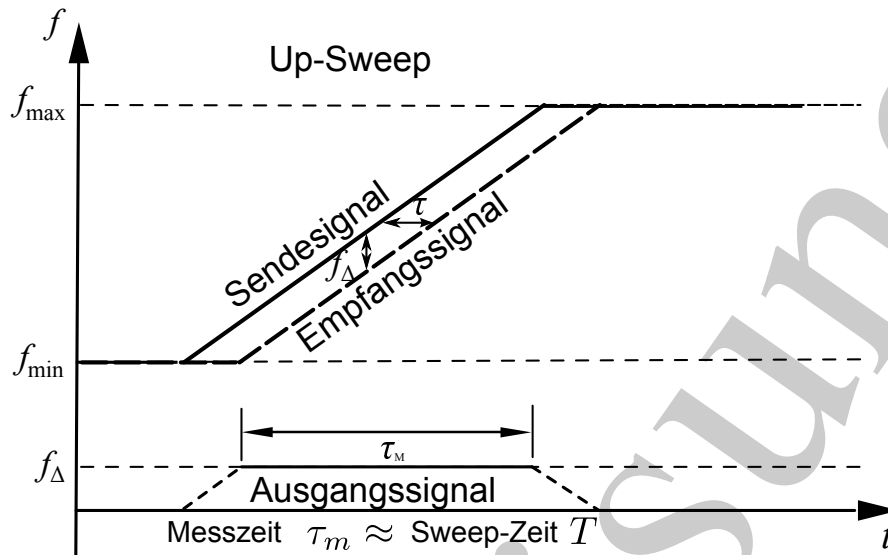
(gesamt 17 Punkte)

**Radar**

- a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen FMCW Radars in ein Blockschaltbild. (5 P.)



- b) Das FMCW-Radar soll nun bei einer Entfernung von 1 m und 2 m mit einer Messzeit von 1 ms in Luft messen. Die Bandbreite des Radars beträgt 1 GHz. Bei welchen Frequenzen befinden sich die Zwischenfrequenzsignale? (2 P.)

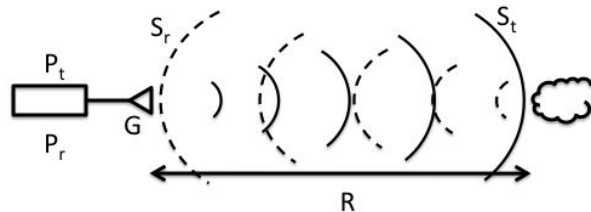


$$f_{r,1m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2r_{1m}}{c_0} = 6,67 \text{ kHz}$$

$$f_{r,2m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2r_{2m}}{c_0} = 13,34 \text{ kHz}$$

- c) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung  $P_t$ , dem Antennengewinn  $G$  (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand  $R$  und dem Radarrückstreuquerschnitt  $\sigma$  eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(5 P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung  $P_t$  durch eine Antenne mit dem Gewinn  $G$  ab, so beträgt die Leistungsdichte  $S_t$  an einem Ziel in der Entfernung  $R$

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- d) Das FMCW-Radar sendet bei einer Frequenz von 24 GHz mit einer Leistung von 10 dBm über eine Antenne mit 20 dBi. Berechnen Sie die Empfangsleistung einer Einzelmessung am Radar für eine Entfernung von 1 m und 2 m in dBm, wenn das Zielobjekt ein RCS von  $10 \text{ m}^2$  besitzt.

(2 P.)



Empfangsleistung aus Radargleichung mit Sendeleistung und Antennengewinn linear:

$$P_{t,lin} = 10 \text{ mW}$$

$$G_{lin} = 100$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 12,49 \text{ mm}$$

$$P_{r,1m} = P_t \frac{G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 78,61 \mu\text{W} \triangleq -11,05 \text{ dBm}$$

$$P_{r,2m} = 4,91 \mu\text{W} \triangleq -23,09 \text{ dBm}$$

- e) Zeichnen Sie das Empfangssignal im Basisband vor dem A/D-Wandler des FMCW-Radars unter Annahme eines  $50 \Omega$ -Systems für eine Entfernung von 1 m und 2 m in eine einzige Grafik. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(3 P.)



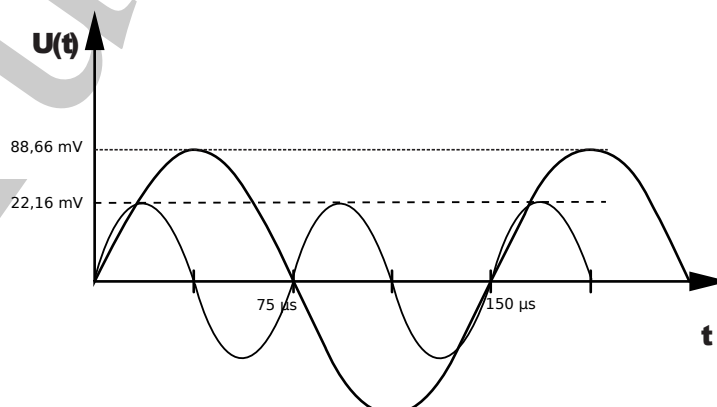
*Hinweis: Benutzen Sie die Aufgabenteile b) und d) zur Lösung.*

$$U_{r,1m} = \sqrt{78,61 \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 88,66 \text{ mV}$$

$$U_{r,2m} = \sqrt{4,91 \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 22,16 \text{ mV}$$

$$T_{r,1m} = \frac{1}{6,67 \text{ kHz}} \approx 150 \mu\text{s}$$

$$T_{r,2m} = \frac{1}{13,34 \text{ kHz}} \approx 75 \mu\text{s}$$



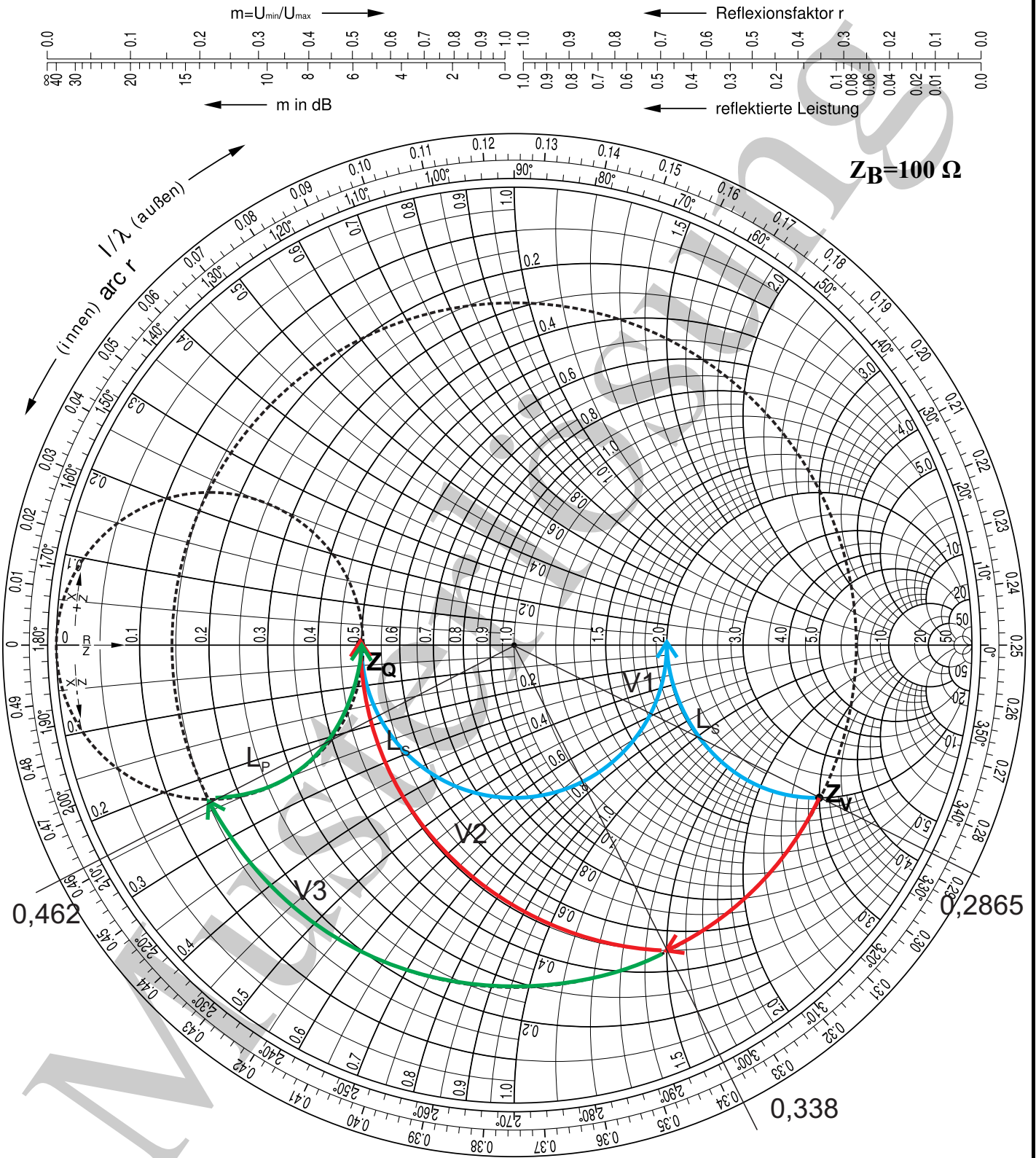


zugehörige  
Aufgabennummer:

2a

Widerstandsform

Bezugswiderstand  $Z_B = 100 \Omega$



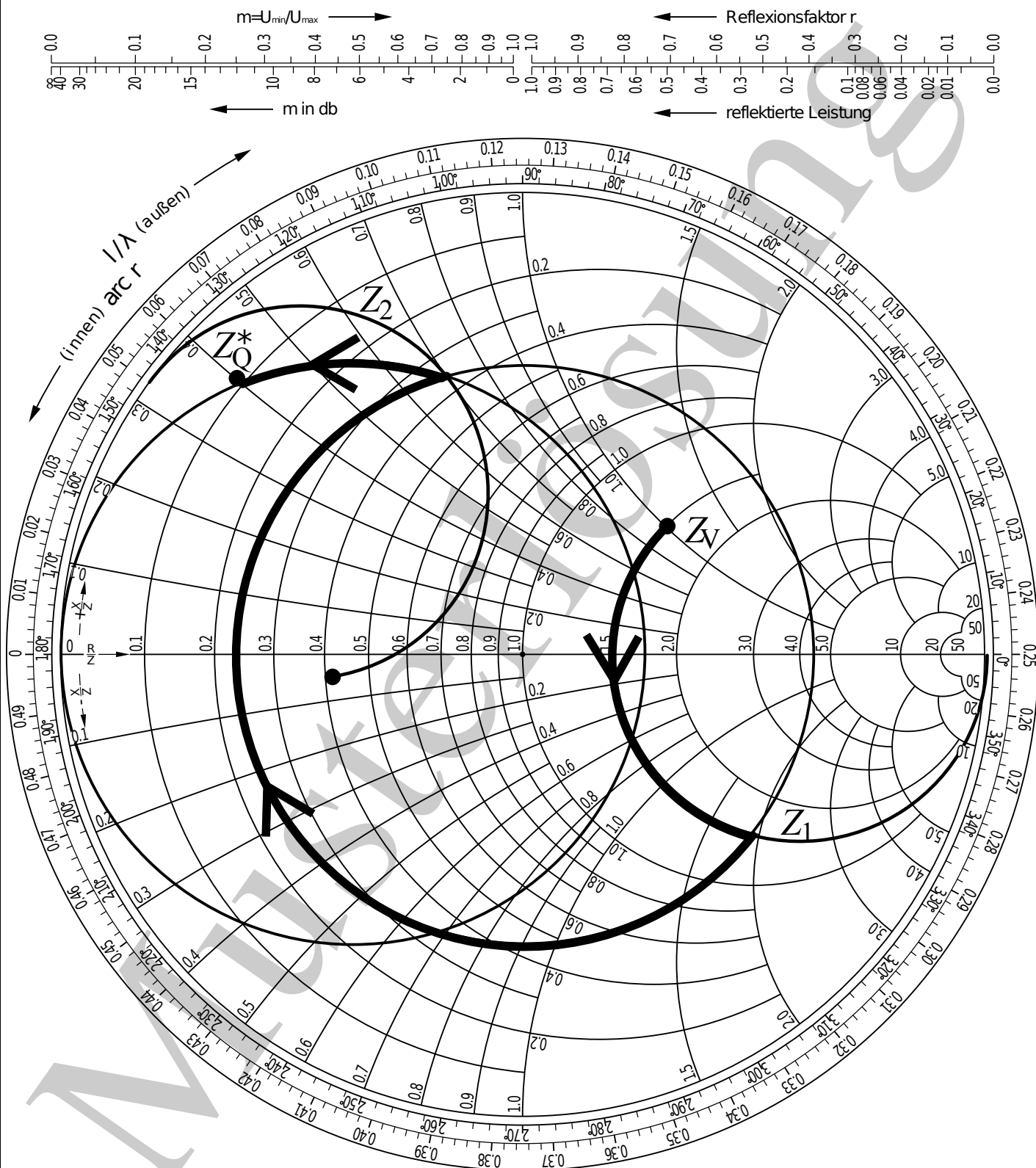
**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige  
Aufgabennummer:

2b

Leitwertform

Bezugswiderstand  $Z_B = 100 \Omega$



**Wichtig:** Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

**Impedanz**  $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$  **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

**Kompensation mit dualen Elementen**

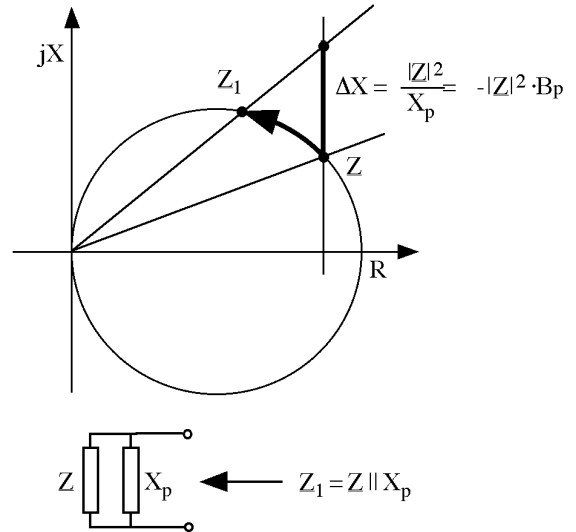


Bedingungen für Kompensation:  $X_s = R^2 \cdot B_p$

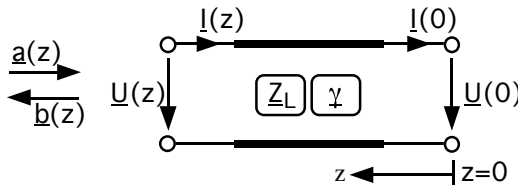
Frequenzfaktor:  $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz:  $|F(f_k)| = 1$

**Hilfskonstruktion zur Transformation**



**Leitungen**



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

**Koaxialleitung**

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

**ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)**

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

**schwach gedämpfte Leitungen ( $R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$ )**

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left( \frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

**Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)**

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

**Eindringtiefe s**

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

**Reflexionsfaktor r**

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

**Reflexionsfaktor  $\rightarrow$  Impedanz**

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

**Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis**

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

**Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung  $P_w$**

mit:  $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

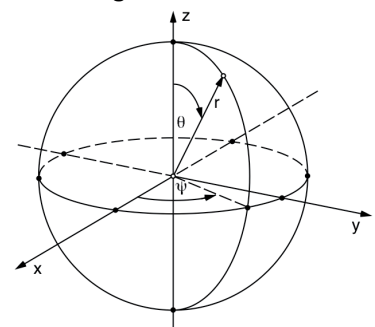
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

**Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung**

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Bigg|_{\alpha=0}$$

**Kugelkoordinaten**



Azimuth:  $\psi$       Elevation:  $\theta$

Volumen:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$       Oberfläche:  $F = 4 \pi r^2$

**Konstanten**

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$$

$$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
$S_{11}$	$S_{11}$	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
$S_{12}$	$S_{12}$	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
$S_{21}$	$S_{21}$	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
$S_{22}$	$S_{22}$	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
$Z_{11}$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{11}$	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
$Z_{12}$	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{12}$	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
$Z_{21}$	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$Z_{21}$	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
$Z_{22}$	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$Z_{22}$	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
$Y_{11}$	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{11}$	$\frac{D}{B}$	
$Y_{12}$	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{12}$	$\frac{BC - AD}{B}$	
$Y_{21}$	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{21}$	$\frac{-1}{B}$	
$Y_{22}$	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	$Y_{22}$	$\frac{A}{B}$	
$A$	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$A$	
$B$	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$B$	
$C$	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}$	$C$	
$D$	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$D$	
$T_{11}$	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				$T_{11}$
$T_{12}$	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				$T_{12}$
$T_{21}$	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				$T_{21}$
$T_{22}$	$\frac{1}{S_{21}}$				$T_{22}$