

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	19	17	15	17	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Note:
85		



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 31 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 19 Punkte)

Allgemeines

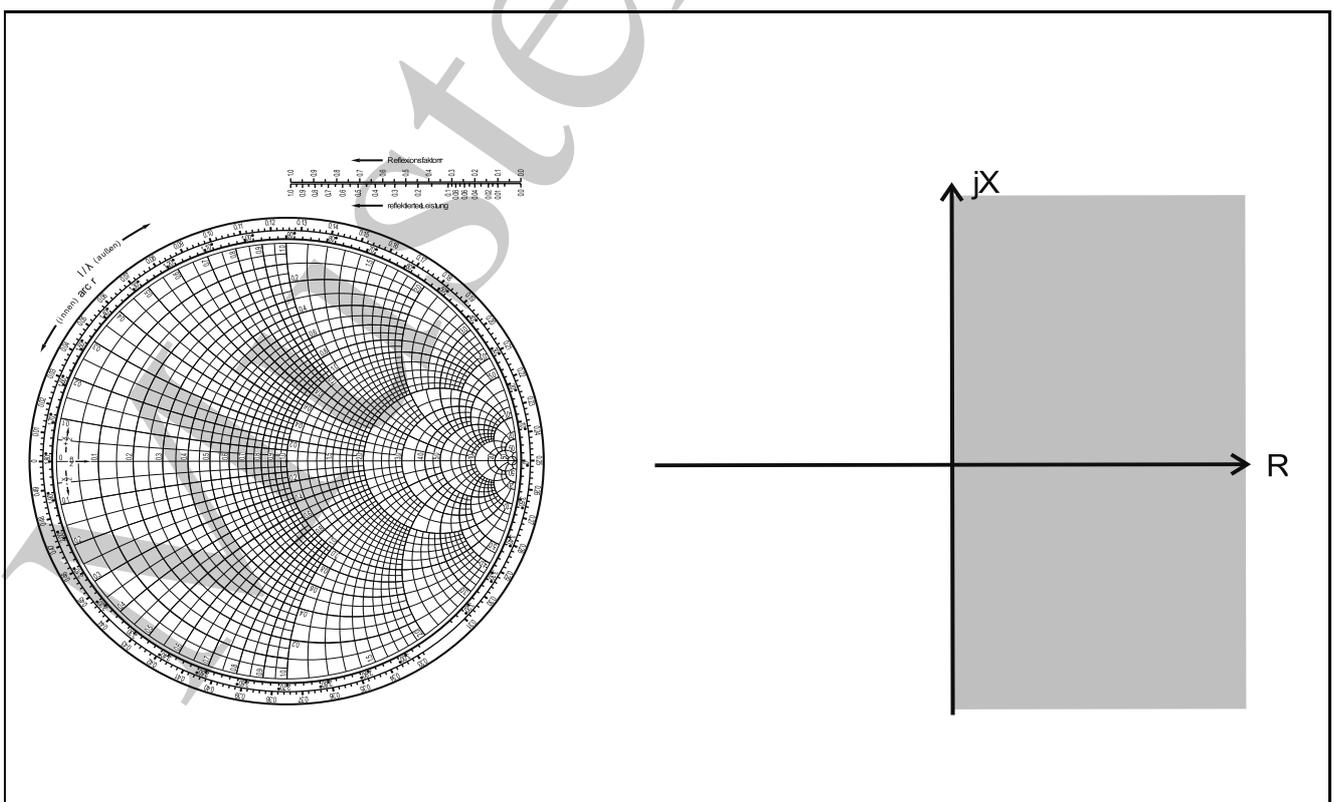
a) Welche Bauelemente können Sie in der Hochfrequenztechnik zur verlustfreien Impedanzanpassung nutzen? Was sind jeweils die Kenngrößen?

(3 P.)

- Spulen , Kapazität C
- Kondensatoren, Induktivität L
- Leitungen, Wellenwiderstand Z_L und Leitungslänge l

b) Markieren Sie im Diagramm der Widerstandsebene den Bereich der innerhalb des Smith-Charts liegt.

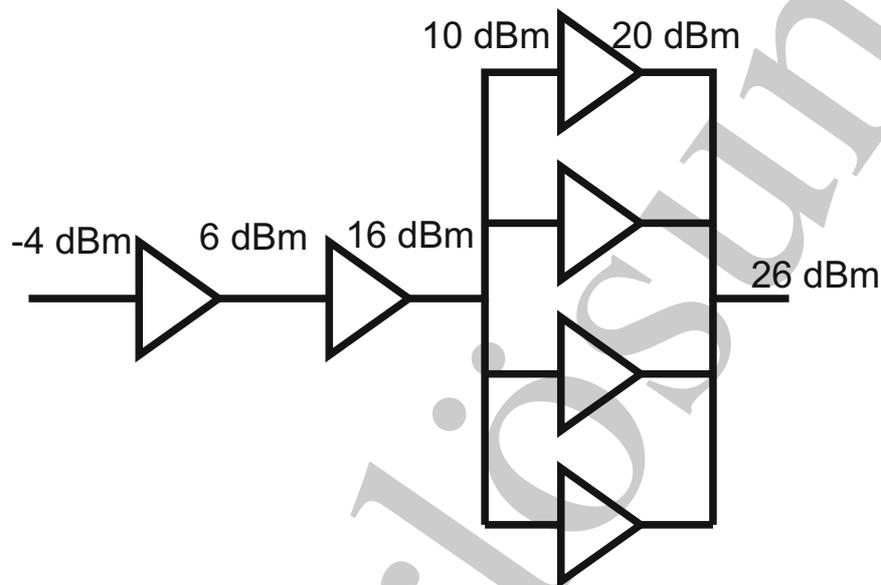
(1 P.)



- c) Ein Kommunikationssystem liefert ein Signal mit einer Leistung von -4 dBm. Die Leistung soll nun auf 26 dBm verstärkt werden. Es stehen Ihnen Verstärker mit einer maximalen linearen Ausgangsleistung von 20 dBm und einer Verstärkung von 10 dB zur Verfügung. Verteilernetzwerke sind dabei verlustlos anzunehmen. (2 P.)
- Wie viele Verstärker benötigen sie mindestens? Zeichnen Sie ein Blockschaltbild der Gesamtschaltung mit möglichst wenigen Verstärkern.

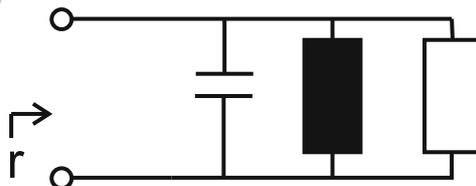


Man benötigt 6 Verstärker (siehe Schaltbild).



- d) Gegeben ist folgender Schaltkreis:

(3 P.)



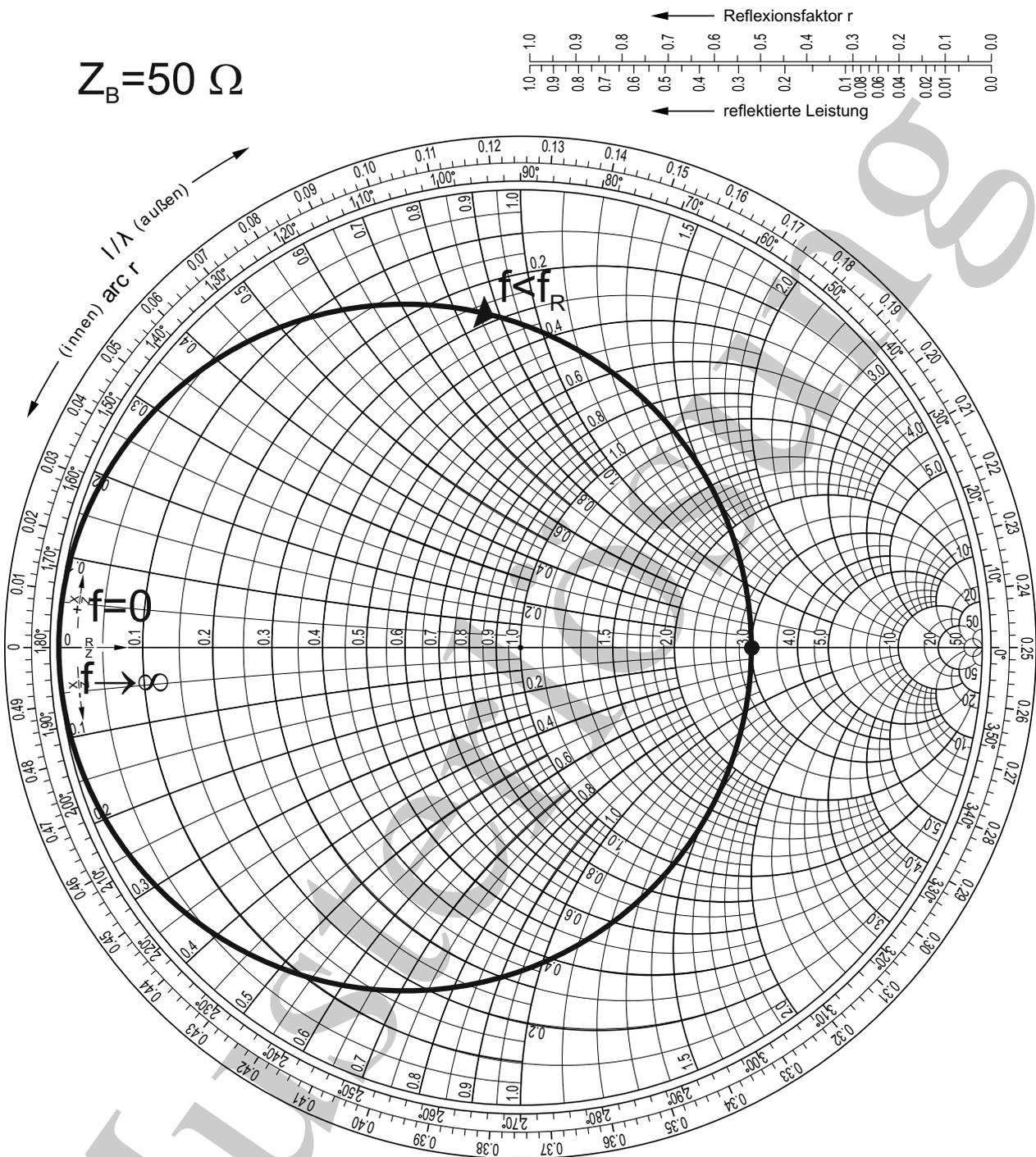
$$L=1 \text{ nH}; C=1 \text{ pF}; R=150 \text{ } \Omega$$

Zeichnen Sie den Verlauf des Reflexionsfaktors von $f = 0$ bis $f \rightarrow \infty$ in das gegebene Smithdiagramm.

Bei welcher Frequenz schneidet der Reflexionsfaktor die reelle Achse?



$Z_B = 50 \Omega$



Bei 0 GHz startet der Reflexionsfaktor im Kurzschlusspunkt. Mit steigender Frequenz transformiert der Reflexionsfaktor auf einem $G=\text{const}$. Kreis.

Bei der Resonanzfrequenz $f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 5 \text{ GHz}$ schneidet r die Achse bei 150Ω , mit $Z_B = 50 \Omega$ bei $\frac{R}{Z_B} = 3$.

e) Ein Verstärker hat folgende Eigenschaften:

(4P.)

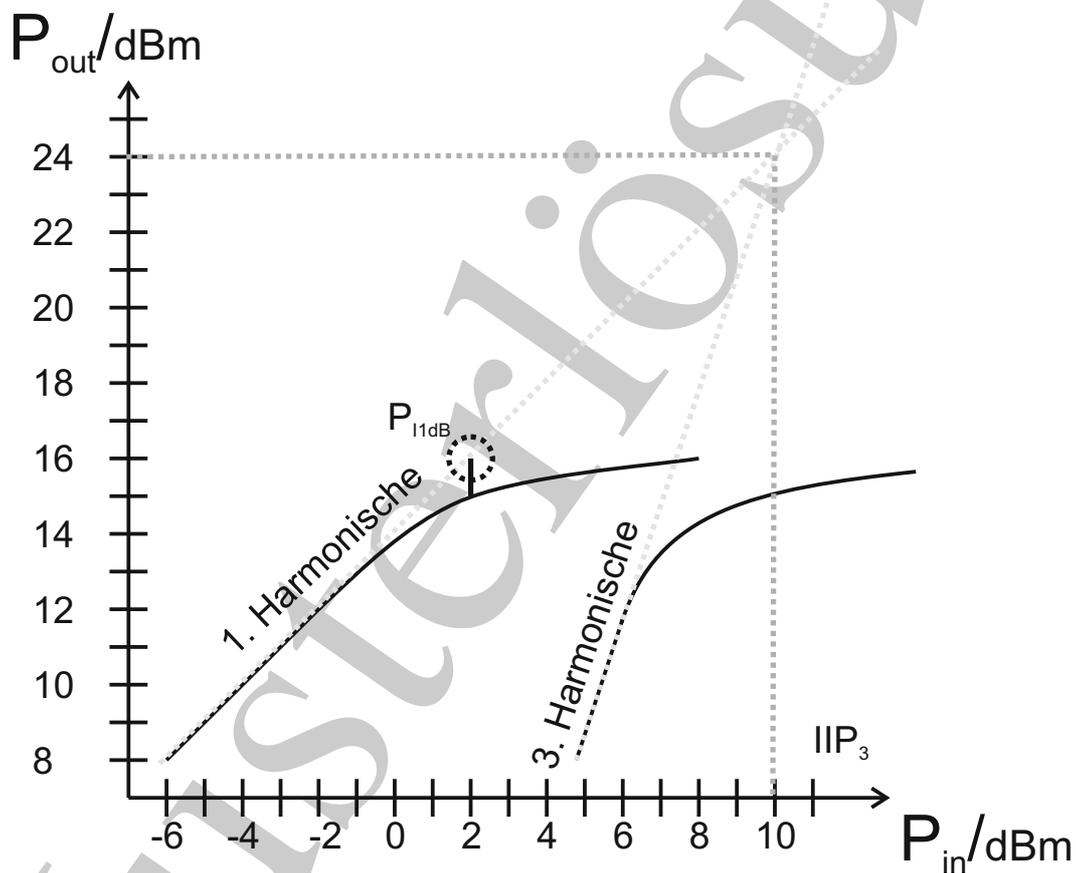
- Die lineare Verstärkung ist 14 dB.
- Der 1-dB Kompressionspunkt ist bei 2 dBm Eingangsleistung.
- Der „Third Input Intercept Point (IIP3)“ beträgt 10 dBm.



Zeichnen Sie den Leistungsverlauf der 1. und 3. Harmonischen in das gegebene Diagramm.

Es muss erkenntlich sein, wie Sie an Ihre Ergebnisse kommen.

Welche Ausgangsleistung liefert der Verstärker im 1 dB-Kompressionspunkt?

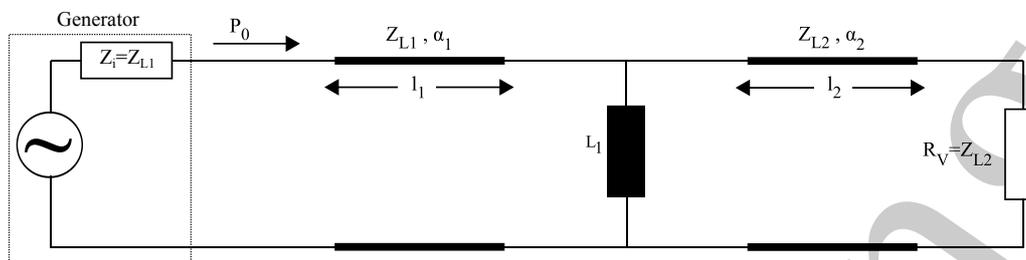


Verstärkergewinn: $G = 14$ dB

OIP3 = 24 dBm

P-1dB = 15 dBm

- f) Ein Generator speist die Leitungskonfiguration mit einer Leistung P_0 . Über zwei schwach verlustbehaftete Leitungen der Längen l_1 und l_2 wird ein reeller Verbraucher R_V angeschlossen. An der Verbindung beider Leitungen ist eine kleine Induktivität parallel geschaltet. (6 P.)



$$\begin{aligned} Z_{L1} &= 50 \, \Omega, & \alpha_1 &= 0,2 \, \text{dB/m}, & l_1 &= 15 \, \text{m} \\ Z_{L2} &= 150 \, \Omega, & \alpha_2 &= 1,2 \, \text{dB/m}, & l_2 &= 2,5 \, \text{m} \\ L_1 &= 18 \, \text{nH} & P_0 &= 1 \, \text{W}, & f &= 300 \, \text{MHz} \end{aligned}$$

- Wie viel Leistung erreicht den Verbraucher?
- Wie viel Leistung wird in Leitung 1 verbraucht?
- Wie groß ist $|S_{11}|$ der Gesamtschaltung in dB?

Hinweis: Für diese Aufgabe benötigen Sie kein Smithdiagramm.

Zuerst Reflexionsfaktor an Leitungsverbindung ausrechnen:

$L_1 \parallel Z_{\text{ein},l_2}$, l_2 transformiert Z_V nicht, daher gilt $L_1 \parallel Z_V$:

$$Z_2 = 1 / \left(\frac{1}{Z_V} + \frac{1}{j\omega L_1} \right) = 7,301 + j32,278 \, \Omega$$

$$r = \frac{Z_2 - Z_{L1}}{Z_2 + Z_{L1}} \rightarrow |r| = 0,81$$

$\Rightarrow 66\%$ ($= |r_1|^2$) der Leistung wird reflektiert.

Leitung 1:

$$\text{Leistung am Leitungsende: } P_{1H}(l_1) = P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} =$$

$$\text{an der Verzweigung reflektiert: } P_{1R}(l_1) = |r_1|^2 \cdot P_{1H}(l_1)$$

$$\text{Verlustleistung der hinlaufenden Welle: } \Delta P_{1H} = P_{1H}(0) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$$

$$\text{Verlustleistung der rücklaufenden Welle: } \Delta P_{1R} = P_{1R}(l_1) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$$

$$\text{gesamte Verlustleistung: } \Delta P_1 = \Delta P_{1H} + \Delta P_{1R} = P_0 \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1}) [1 + |r_1|^2 e^{-2\alpha_1 l_1}]$$

In Leitung 2 auftretende Verlustleistung:

$$\text{eingespeiste Leistung in Leitung 2: } P_{2H}(0) = (1 - |r_1|^2) \cdot P_{1H}(l_1)$$

$$\text{dem Verbraucher zugeführte Leistung } P_W: P_W = (1 - |r_1|^2) P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} \cdot e^{-2\alpha_2 l_2}$$

$$\text{Umrechnung von } \alpha \text{ in } \left[\frac{\text{dB}}{\text{m}} \right] \rightarrow \alpha \text{ in } \left[\frac{1}{\text{m}} \right]: \frac{\alpha}{\text{dB/m}} = 8,69 \frac{\alpha}{1/\text{m}}$$

Zahlenwerte:

Leitung 1: $\alpha_1 = 0,2 \text{ dB/m}$, $l_1 = 15 \text{ m} \rightarrow 3 \text{ dB} = \frac{1}{2}$

Leitung 2: $\alpha_2 = 1,2 \text{ dB/m}$, $l_2 = 2,5 \text{ m} \rightarrow 3 \text{ dB} = \frac{1}{2}$

\Rightarrow Leistung am ende der Leitung 1: $P_{1H} = P_0/2 = 500 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung: $P_{1R} = P_0/2 * |r|^2 = 328,05 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung an Generator: $P_R = P_{1R}/2 = 164,025 \text{ mW}$

\Rightarrow in Leitung 1 verbrauchte Leistung: $\Delta P_1 = P_{1R}/2 \cdot P_0/2 = 664,025 \text{ mW}$

Leistung an Verbraucher: $P_W = P_{1H} \cdot (1 - |r|^2)/2 = 85,975 \text{ mW}$

Am Eingang reflektierte Leistung:

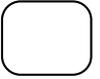
$$|r_{ein}|^2 = \frac{P_R}{P_0}$$

$$|r_{ein}| = 0,405 \Rightarrow |S_{11}| = 20 \log 0,405 = -7,85 \text{ dB}$$

Aufgabe 2

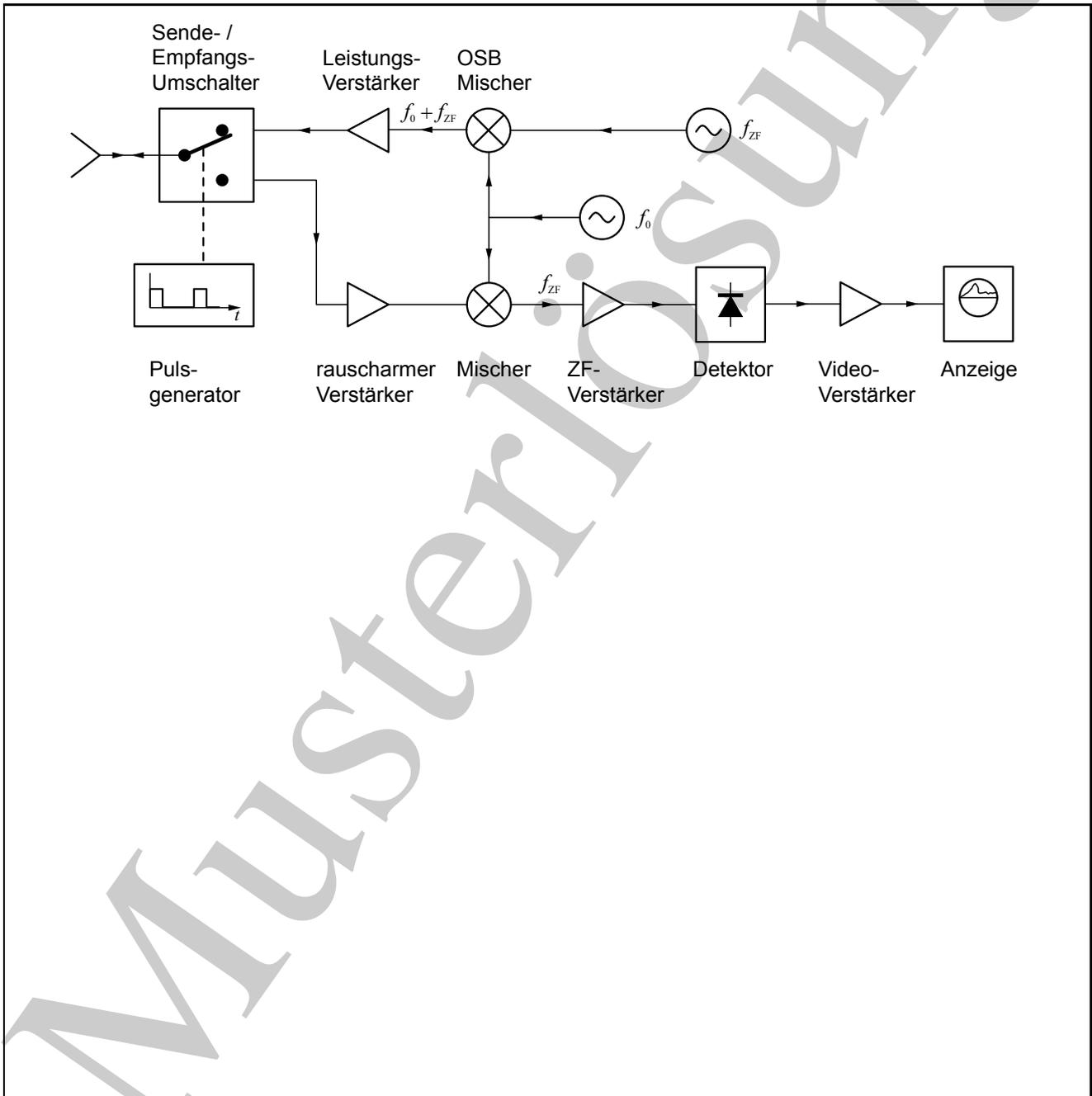
(gesamt 17 Punkte)

Radar und Rauschen



a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild eines typischen Pulsradarsystems.

(4P.)



- b) Ein Puls-Radar mit der Betriebsfrequenz 10 GHz hat einen Sende- sowie Empfangs-Antennengewinn von 28 dBi und eine Puls-Sendeleistung von 2 kW. Der geringste Empfangspegel, der vom Radar detektiert werden kann beträgt -90 dBm. Bis zu welcher Reichweite kann ein Ziel mit einem Rückstreuquerschnitt von 12 m^2 detektiert werden? Nennen Sie zwei Möglichkeiten diese Reichweite zu erhöhen.

(5 P.)



Gewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{28/10} = 631$$

Geforderte Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{\min} = 10^{-90/10} \text{ mW} = 10^{-12} \text{ W}$$

Wellenlänge:

$$\lambda = c_0/f = 0,03 \text{ m}$$

Umstellen der Radargleichung liefert die maximale Entfernung:

$$R_{\max} = \left(\frac{P_s G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 P_{\min}} \right)^{1/4} = 8114 \text{ m}$$

2 aus:

- Antennengewinn erhöhen
- Sendeleistung erhöhen
- Empfänger-Empfindlichkeit verbessern
- Frequenz verringern bzw. Wellenlänge erhöhen

- c) Welche Pulswiederholfrequenz wählen Sie in einem Puls-Radar, so dass Sie mindestens bis zu einer Reichweite von 5 km Ziele eindeutig detektieren können? (2 P.)

(2 P.)



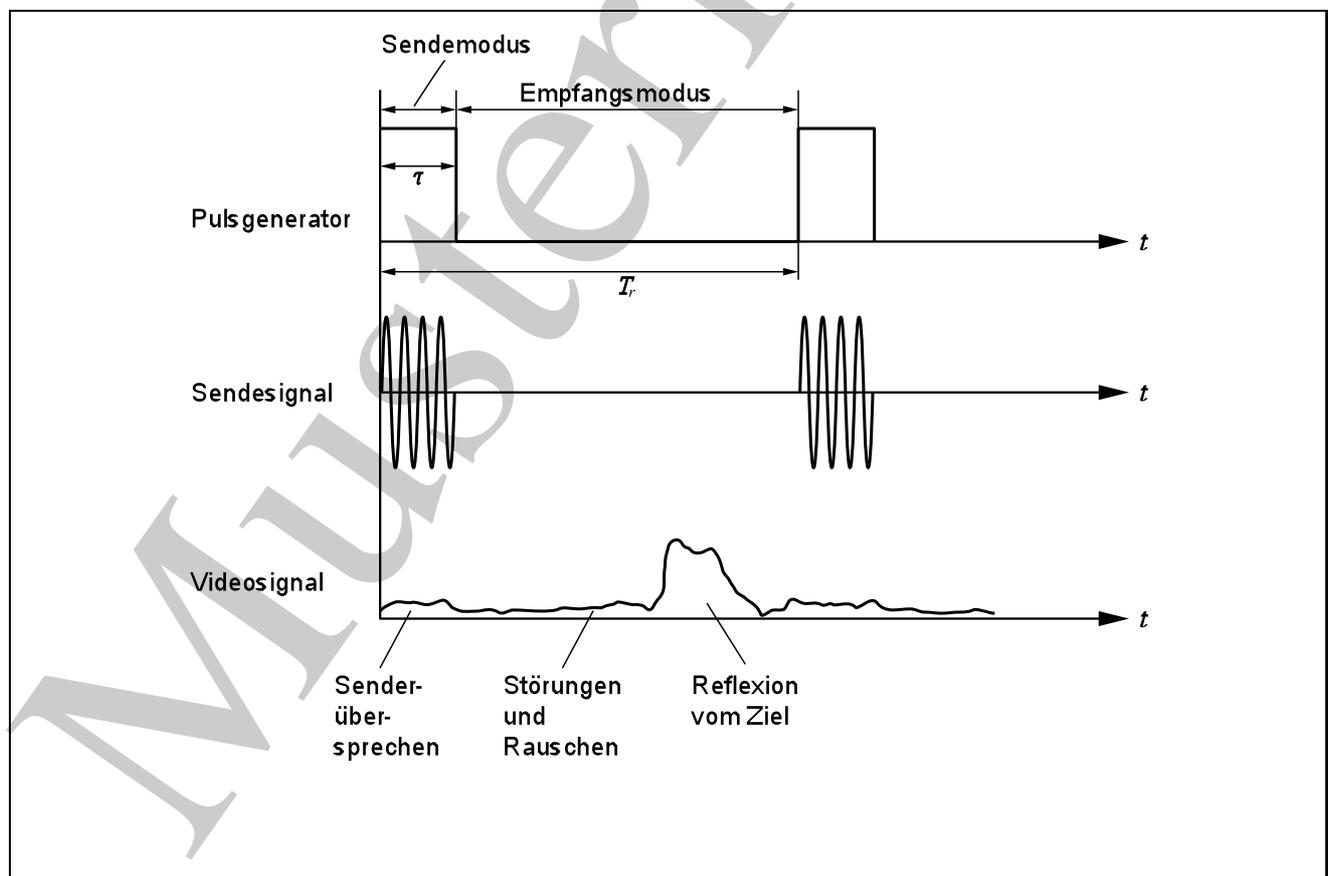
Das Radarsignal muss den Hin- und Rückweg zum Ziel zurücklegen. Während dieser Zeit darf kein neuer Puls abgestrahlt werden.

$$\text{Maximale Signal-Laufzeit } T_{max} = \frac{2R_{max}}{c_0} = 33,3 \mu\text{s}$$

$$\text{PRF darf also maximal } PRF_{max} = 1/T_{max} = 30 \text{ kHz betragen.}$$

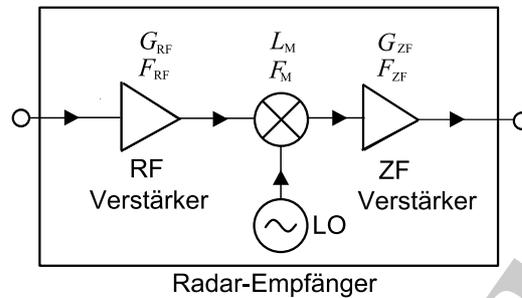
- d) Zeichnen Sie in nachfolgendes Diagramm das Signal des Pulsengenerators, das gesendete Signal und ein beispielhaft detektiertes Ziel des Puls-Radars von Aufgabenteil c) ein. Eine Berechnung der Amplituden ist nicht notwendig. (2 P.)

(2 P.)



Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben zu lösen!

Ein Radarempfänger besteht aus den in der Abbildung dargestellten Komponenten: Einem rauscharmen Verstärker, einem Abwärtsmischer, sowie einem ZF-Verstärker.



Die Kennwerte der einzelnen Komponenten lauten:

$$G_{RF} = 16 \text{ dB}, F_{RF} = 3 \text{ dB}$$

$$L_M = 10 \text{ dB}, F_M = 6 \text{ dB}$$

$$G_{ZF} = 30 \text{ dB}, F_{ZF} = 6 \text{ dB}$$

- e) Berechnen Sie die Gesamtverstärkung und die Gesamt rauschzahl des Systems und geben Sie die Werte in dB an. (4P.)

Berechnung der Gesamtverstärkung direkt aus Addition der dB-Werte:

$$G_{ges}|_{dB} = 16 \text{ dB} - 10 \text{ dB} + 30 \text{ dB} = 36 \text{ dB}$$

Umrechnung in lineare Werte für Rauschzahlberechnung:

Verstärkung RF: 39.8107 (linear) - (auch 40 o.k.)

Rauschzahl RF: 1.9953 (linear) - (auch 2 o.k.)

Verstärkung Mischer: 0.1 (linear)

Rauschzahl Mischer: 3.9811 (linear) - (auch 4 o.k.)

Verstärkung ZF: 1000 (linear)

Rauschzahl ZF: 3.9811 (linear) - (auch 4 o.k.)

Rauschzahl mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl (lineare Werte einsetzen!)

$$F_{ges} = F_{RF} + \frac{F_M - 1}{G_{RF}} + \frac{F_{ZF} - 1}{G_{RF} G_M}$$

Rauschzahl Gesamt: 2.819 (linear)

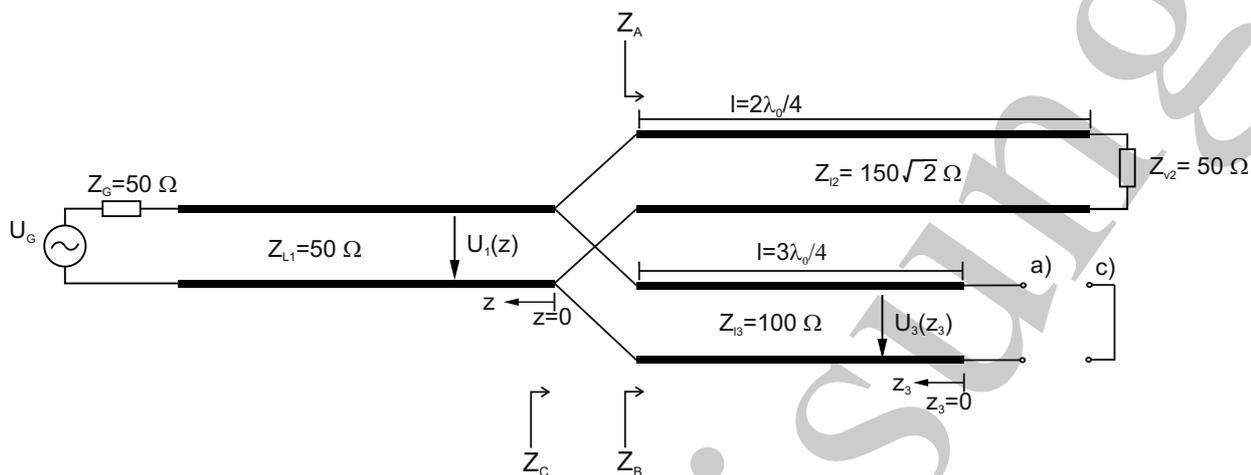
Rauschzahl Gesamt: 4.5009 dB

Aufgabe 3

(gesamt 15 Punkte)

Stehende Wellen

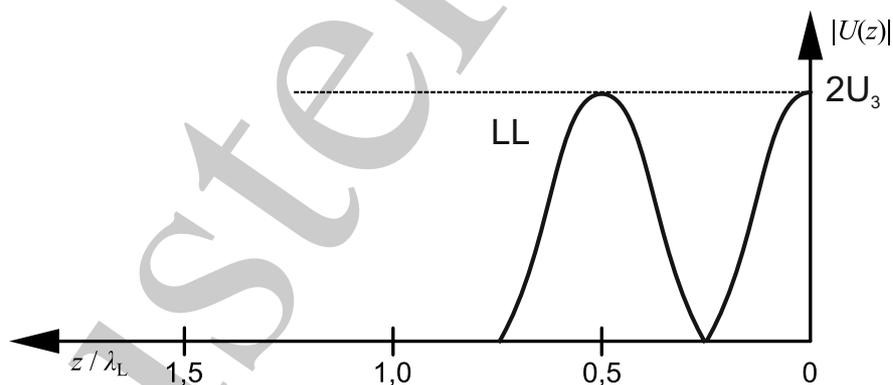
Gegeben sei folgende Schaltung:



- a) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z_3)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z_3)$ auf der mit einem Leerlauf abgeschlossenen **Leitung 3** in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Die einlaufende Welle habe die Amplitude U_3 .

(3 P.)

Es gilt der Verlauf im Leerlauf bis 0,75:

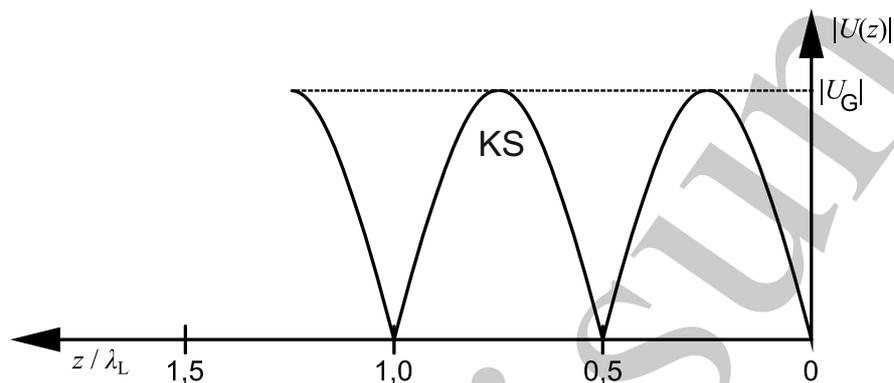


b) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der **Leitung 1** in das dafür vorgesehene Diagramm ein. (3 P.)

- Wie groß ist $|U(z)|$?
- Für welche z/λ gilt $|U(z)| = 0$?



Es gilt der Verlauf im Kurzschlussfall:

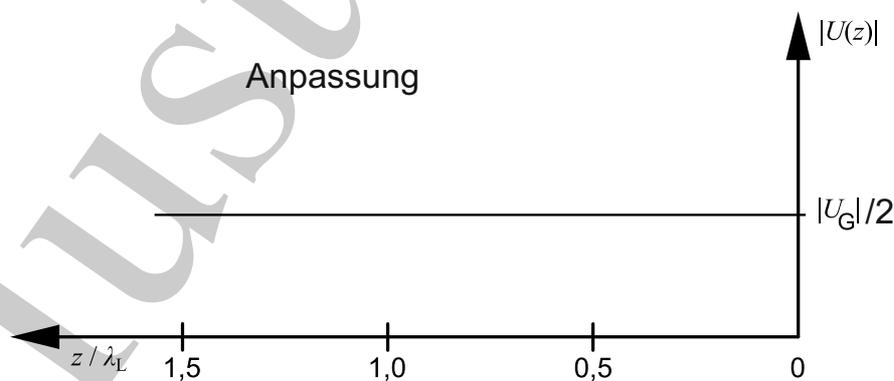


c) Nun wird der Leerlauf an Leitung 3 mit einer Brücke kurzgeschlossen. (3 P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der **Leitung 1** in das dafür vorgesehene Diagramm ein.



Z_B ist jetzt ein Leerlauf, l_2 transformiert nicht \Rightarrow Anpassung:



- d) Sie haben die Möglichkeit, das Signal auf **Leitung 1** an der Stelle $0,125\lambda_L$ mit einem Oszilloskop abzutasten. Zeichnen Sie mindestens 1,5 Perioden des gemessenen Signals $U(t)$ in das gegebene Diagramm ein.

(3 P.)

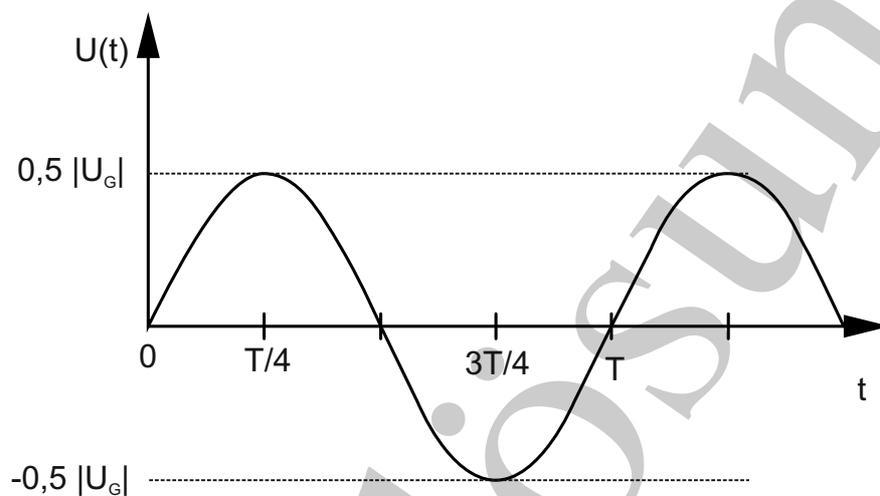


An Leitung 3 ist wie im Aufgabenteil c ein Kurzschluss angeschlossen.

Anpassung, daher sieht das Signal bei allen z gleich aus.

Sinus einzeichnen.

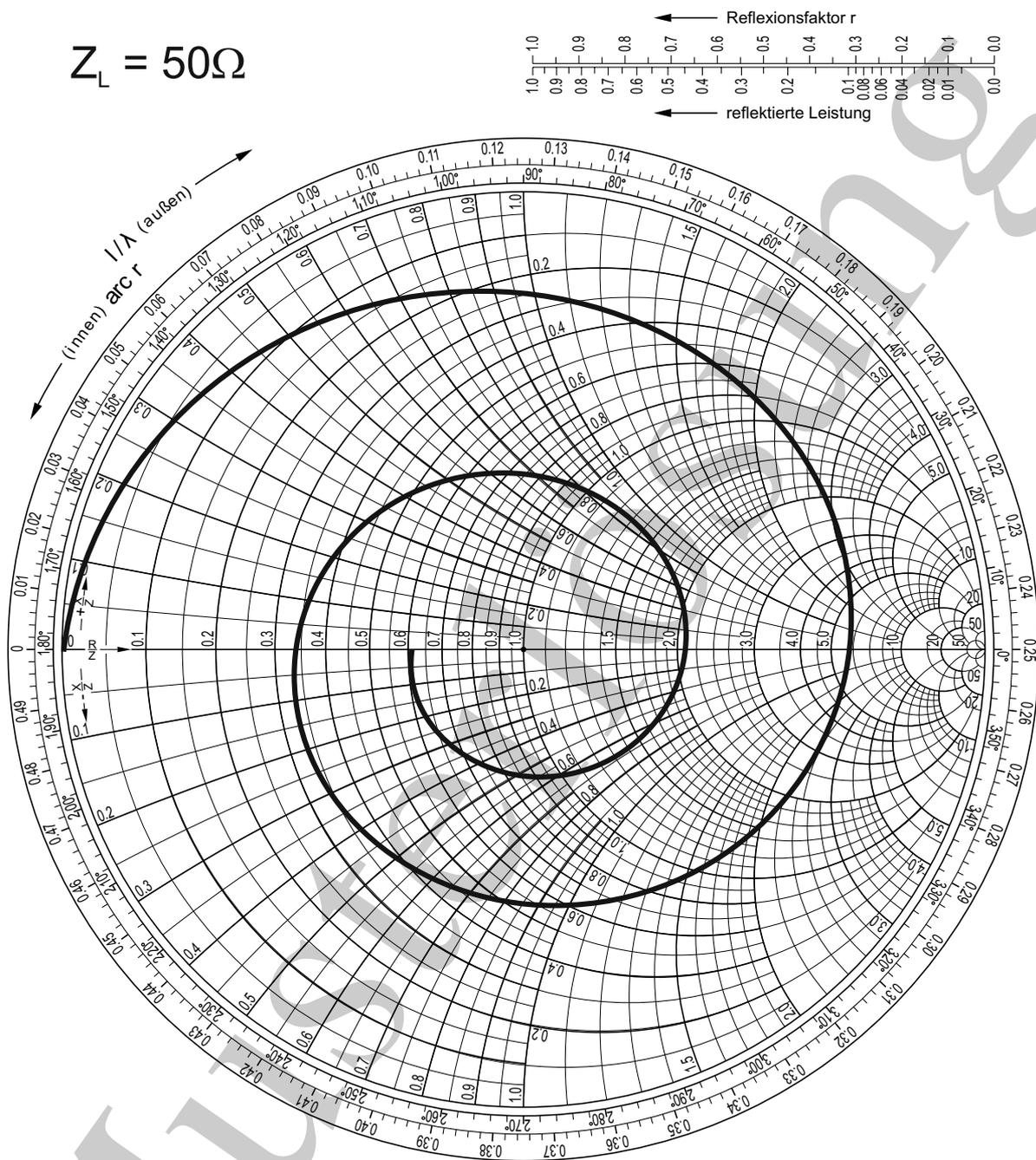
Achsen richtig bechriften!



- e) Im Nachfolgenden Smith-Chart wurde der Reflexionsfaktor einer verlustbehafteten Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) für unterschiedliche Leitungslängen ($l = 0..L_{max}$) und konstante Frequenz ($f = 150$ MHz) aufgetragen.

(3 P.)

$$Z_L = 50\Omega$$



1. Wurde die Leitung mit einem Leerlauf oder einem Kurzschluss abgeschlossen?
2. Bestimmen Sie die maximale Leitungslänge L_{max} bei der gemessen wurde.
3. Wie groß ist die Leitungsdämpfung in dB/m?

1. Kurzschluss, da $\gamma(l = 0) = -1$

2. Da das S.D. insgesamt zweimal vollständig umlaufen wird, ist die maximale, vermessene Leitungslänge:

$$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda = c_0/f = \underline{2 \text{ m.}}$$

3. Durch Ablesen des Betrags des Reflexionsfaktors lässt sich bestimmen, dass dieser nach einem vollen Umlauf auf die Hälfte abgefallen ist. Dies bedeutet, dass die in eine Richtung durch die Leitung transmittierte Leistung um $\frac{1}{4}$ pro Meter abnimmt:

$$\frac{G}{dB/m} = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) = -6 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{dB/m} = -\frac{G}{dB/m} = \underline{6 \text{ dB}}$$

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Ein 4-Port-Netzwerk hat folgende Streumatrix:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0,1e^{j\pi/2} & 0,8e^{-j\pi/4} & 0,3e^{-j\pi/4} & 0 \\ 0,8e^{-j\pi/4} & 0 & 0 & 0,4e^{j\pi/4} \\ 0,3e^{-j\pi/4} & 0 & 0 & 0,6e^{-j\pi/4} \\ 0 & 0,4e^{j\pi/4} & 0,6e^{-j\pi/4} & 0 \end{pmatrix}$$

a) Ist das Netzwerk verlustfrei? Begründen Sie ihre Antwort.

(1P.)

Um verlustfrei zu sein muss \mathbf{S} unitär sein:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 = (0,1)^2 + (0,8)^2 + (0,3)^2 = 0,74 \neq 1$$

Das Netzwerk ist nicht verlustfrei.

b) Ist das Netzwerk umkehrbar? Begründen Sie ihre Antwort.

(1P.)

Das Netzwerk ist umkehrbar, da \mathbf{S} symmetrisch ist.

- c) Wie groß ist die Reflexionsdämpfung an Port 1 in dB, wenn alle anderen Ports reflexionsfrei abgeschlossen werden? (1 P.)

Wenn die Ports 2, 3 und 4 angepasst sind, ist $r = S_{11}$.
Die Reflexionsdämpfung RL beträgt dann $RL = -20\log(r) = -20\log(0,1) = 20 \text{ dB}$.

- d) Wie groß sind die Einfügeverluste in dB und die Phasendrehung in Grad zwischen den Ports 2 und 4, wenn alle anderen Ports reflexionsfrei abgeschlossen sind? (2 P.)

Wenn die Ports 1 und 3 reflexionsfrei abgeschlossen sind, sind die Einfügeverluste

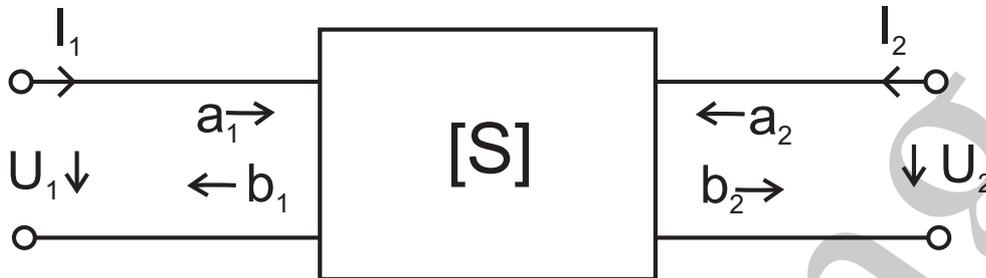
$$IL = -20\log|S_{42}| = -20\log(0,4) = 8,0 \text{ dB}$$

Die Phasendrehung beträgt 45° .

- e) Wie groß ist der komplexe Reflexionsfaktor an Port 1, wenn Port 3 mit einem Kurzschluss abgeschlossen wird und Port 2 und Port 4 reflexionsfrei abgeschlossen sind? (2 P.)

$$r = S_{11} - S_{13}S_{31} = 0,1j - (0,3e^{-j\pi/4}0,3e^{-j\pi/4}) = 0,1j - (0,09e^{-j\pi/2}) = 0,1j + 0,09j = 0,19j$$

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben zu lösen!



f) Wie sind die folgenden Parameter definiert?

- Z_{11}
- Y_{12}
- S_{21}

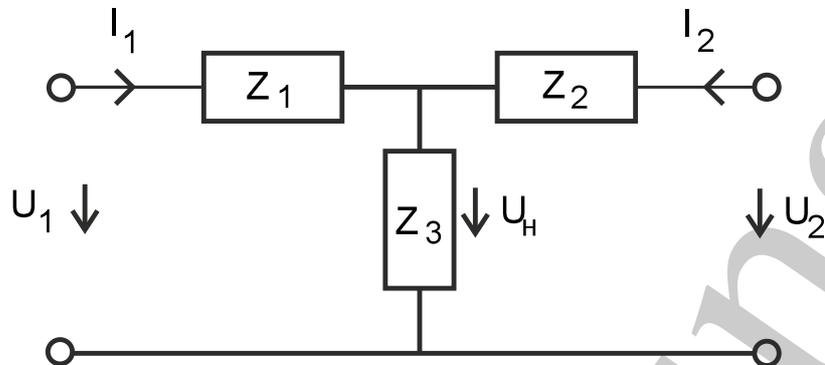
(3 P.)



- $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$
- $Y_{12} = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{U_1=0}$
- $S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$

Die folgende Teilaufgabe ist unabhängig von den vorherigen Teilaufgaben zu lösen!

Es wird das abgebildete T-Netzwerk betrachtet:



g) Geben Sie die allgemeine Definition der ABCD-Matrix an.

(2 P.)

Die ABCD-Matrix ist definiert als:

$$\begin{aligned} U_1 &= AU_2 - BI_2 \\ I_1 &= CU_2 - DI_2 \end{aligned}$$

h) Bestimmen Sie die ABCD-Matrix für das abgebildete T-Netzwerk.

(5 P.)

Berechnung von A:

$$A = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_2=0}$$

d.h. Leerlauf an Port 2 notwendig, damit $I_2=0$ ist. Daher ist

$$\begin{aligned} U_H &= \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} U_1 = U_2 \\ A &= 1 + \frac{Z_1}{Z_3} \end{aligned}$$

Berechnung von B:

$$B = \frac{U_1}{-I_2} \Big|_{U_2=0}$$

d.h. Kurzschluss an Port 2 notwendig, damit $U_2=0$.

$$-I_2 = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1$$

in B eingesetzt:

$$B = \frac{U_1}{I_1} \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right)$$

mit

$$\frac{U_1}{I_1} = (Z_1 + Z_2 || Z_3)$$

folgt für B

$$\begin{aligned} B &= Z_1 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} + Z_2 || Z_3 \left(1 + \frac{Z_2}{Z_3}\right) \\ &= Z_1 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \frac{Z_3 + Z_2}{Z_3} \\ &= Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \end{aligned}$$

Berechnung von C:

$$C = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{I_2=0}$$

d.h. Leerlauf an Port 2 notwendig, damit $I_2=0$ ist. Daher ist

$$U_H = I_1 Z_3 = U_2$$

$$C = \frac{1}{Z_3}$$

Berechnung von D:

$$D = \frac{I_1}{-I_2} \Big|_{U_2=0}$$

d.h. Kurzschluss an Port 2 notwendig, damit $U_2=0$ ist. Daher ist

$$-I_2 = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1$$

$$D = 1 + \frac{Z_2}{Z_3}$$

Musterlösung

Aufgabe 5

(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm

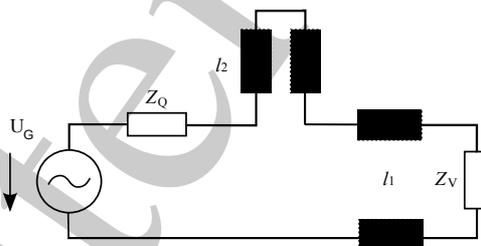
a)

(5 P.)

Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = (200 - j100) \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen ausschließlich Leitungen mit folgenden Eigenschaften:

- $Z_L = 50 \Omega$
- $l/\lambda < 0,25$
- $\epsilon_r = 1$

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit genau zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Länge der verwendeten Leitungen an, für die bei einer Frequenz von 2 GHz Anpassung herrscht.



Auswahl der Bezugsimpedanz, 50Ω , da Z_L vorgegeben

Start: $Z_V = 4 - 2j$, Ziel: $Z_Q^* = 1$

kürzester Weg:

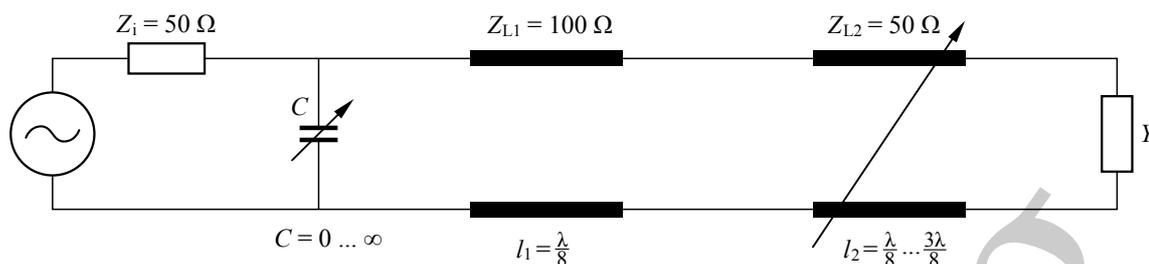
Leitungstransformation nach $Z_2 Z_B = 1 - 1,8j$

Leitungslänge ist $l/\lambda = 0,316 - 0,264 = 0,049$. Mit 2 GHz und $\epsilon = 1$ ist Leitungslänge $l_1 = 7,35 \text{ mm}$.

Serienspule mit $B_L = 1,8$, da keine Spule erlaubt \Rightarrow Serienstichleitung.

Da $l < 0,25\lambda$, Kurzschluss am Leitungsende.

Ablesen: $l/\lambda = 0,169$, mit $f = 2 \text{ GHz}$ ist $l_2 = 25,35 \text{ mm}$



Die Admittanz $Y = (12 - j16)$ mS soll an eine Quelle mit dem Innenwiderstand $Z_i = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Dazu dienen zwei Leitungen mit den Leitungslängen l_1 und l_2 sowie die Kapazität C .

- b) Bestimmen Sie l_2 und C , um Y verlustfrei an Z_i anzupassen. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen. Kennzeichnen Sie eindeutig den Transformationsweg. (12 P.)

Smithdiagramm bezogen auf $Z_{B2} = Z_{L2} = 50 \Omega$, wegen erster Leitungstrafo. Startpunkt einzeichnen:

$$Y Z_{B2} = 12 - j16 \text{ mS } 50 \Omega = 0,6 - j0,8 \text{ (Startpunkt)}$$

Drehung von Y durch Leitung 2 um variable Länge von $l_2 = \frac{\lambda}{8} \hat{=} 90^\circ$ bis $l_2 = \frac{3\lambda}{8} \hat{=} 270^\circ$ ergibt den möglichen Bereich für Y

Halbkreis übertragen in Smithdiagramm bezogen auf $Z_{B1} = Z_{L1} = 100 \Omega$

Endpunkte:

$$Y' Z_{B2} = 0,34 \Rightarrow Y' Z_{B1} = 6$$

$$Y'' Z_{B2} = 3 \Rightarrow Y'' Z_{B1} = 0,68$$

Kreis bleibt tangential zum Einheitskreis (Winkeltreue), daher liegt der neue Kreismittelpunkt auf der reellen Achse

Drehung des Kreisbogens durch Leitung 1 um $l_1 = \frac{\lambda}{8} \hat{=} 90^\circ$ im Uhrzeigersinn \Rightarrow Schnittpunkt mit G-Konstant Kreis nach Zielpunkt konstruieren: $SP = 2 - j1,4$

Transformation durch C auf dem G Konstant Kreis in den Zielpunkt $Y_i = 1/50 * 100 = 2$. Wert

von C :

$$j\omega C = G_C = j1,4 / (100\Omega) \rightarrow \omega C = 14 \text{ mS}$$

SP transformiert auf m-Kreis auf $SP' = 0,95 + j1,15$

Übertrag von SP' in erstes SD:

$$SP'' = (0,95 + j1,15) / 100 * 50 = (0,475 + j0,575) / 50 \Omega$$

l_2 transformiert auf SP'' , Ablesen:

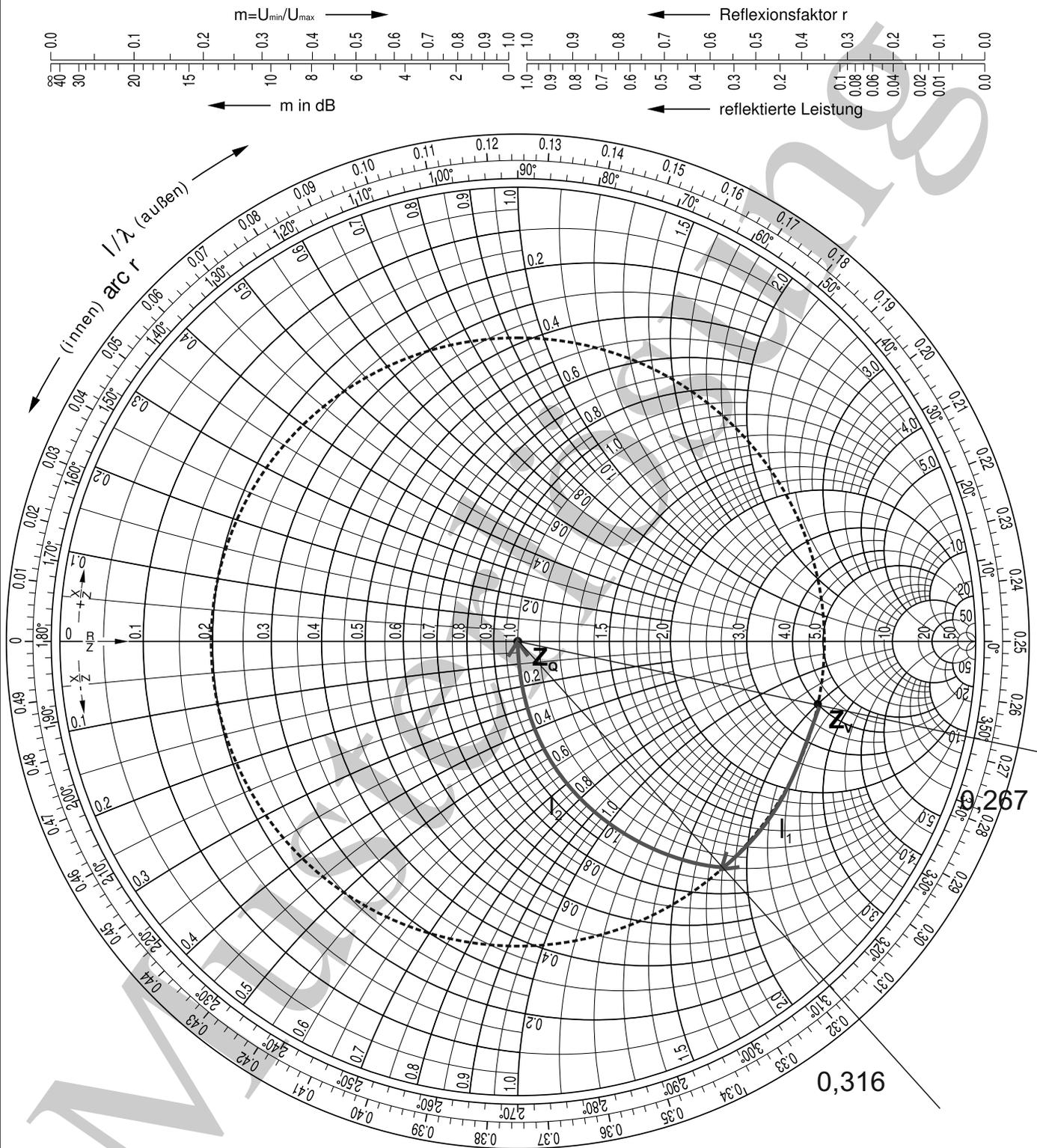
$$l_2 / \lambda = 0,345 - 0,125 = 0,22$$

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$



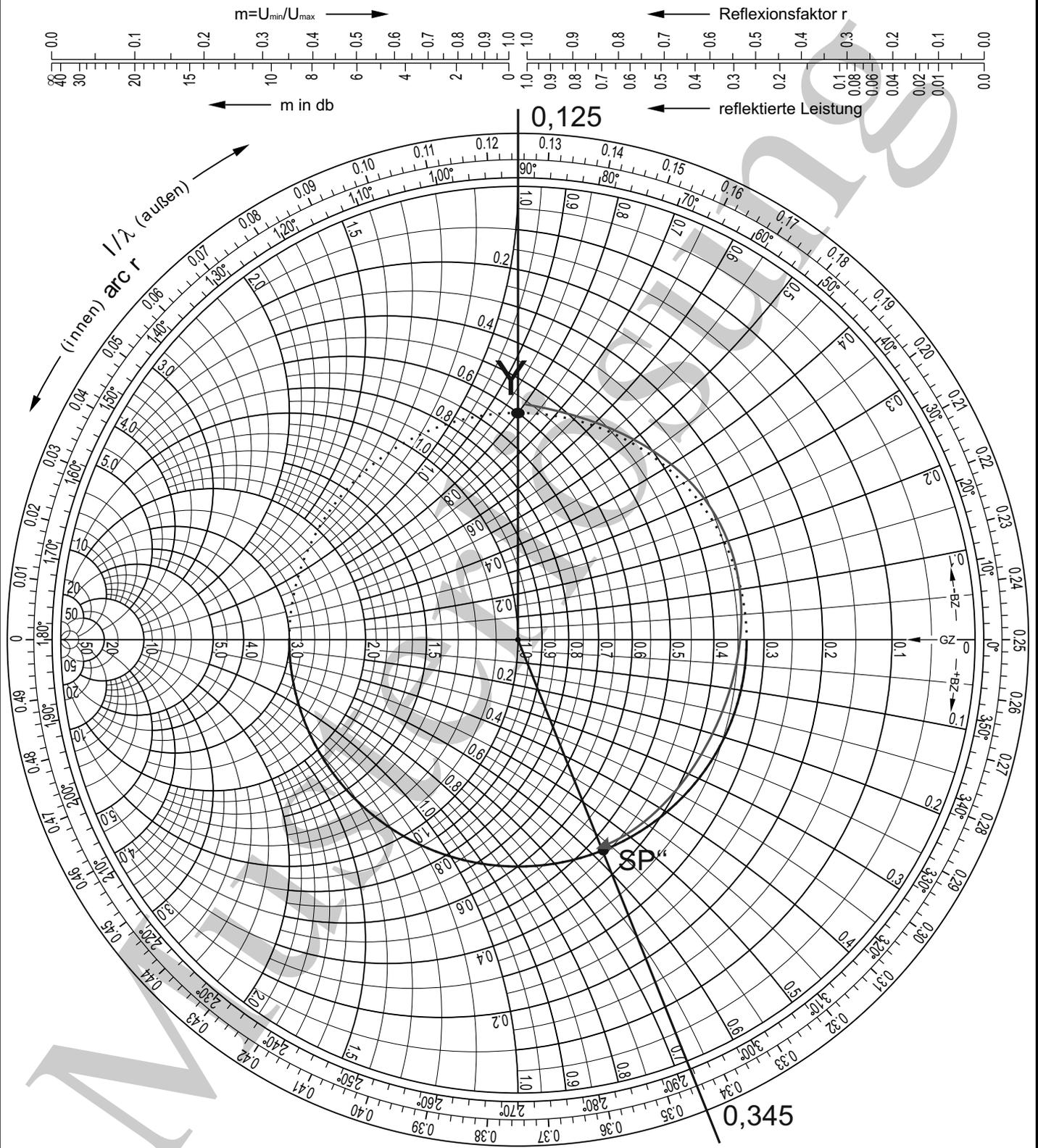
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$



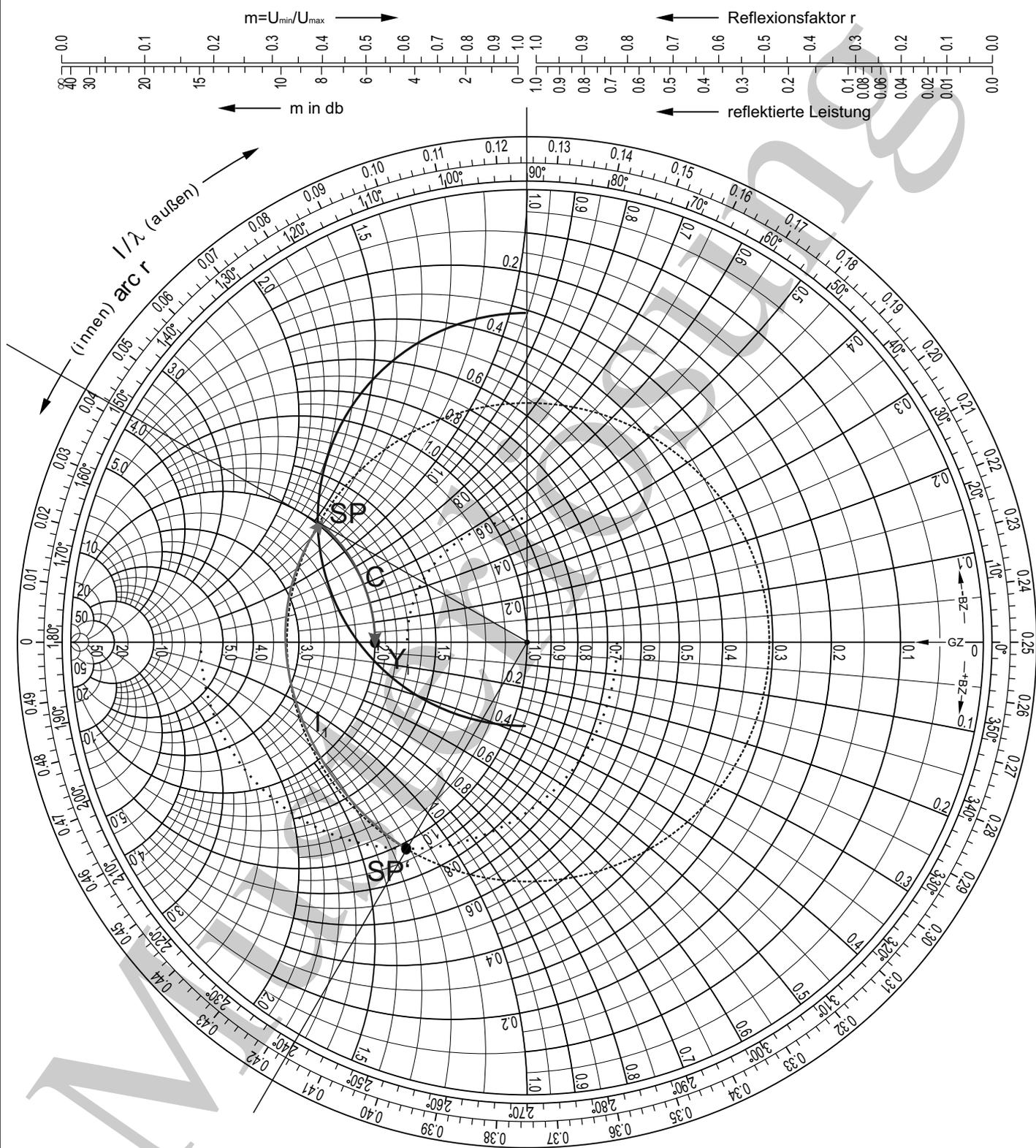
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

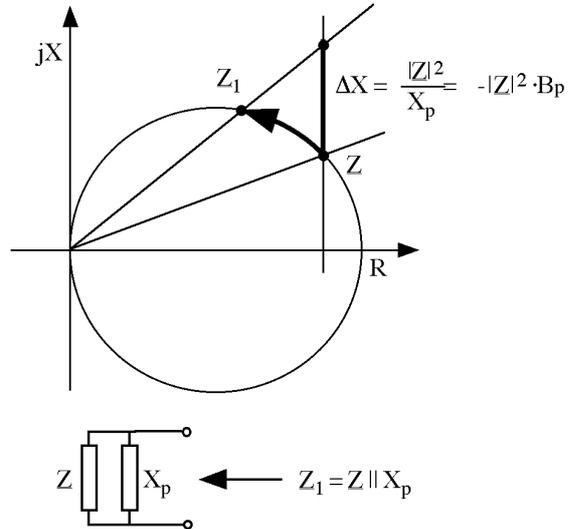


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

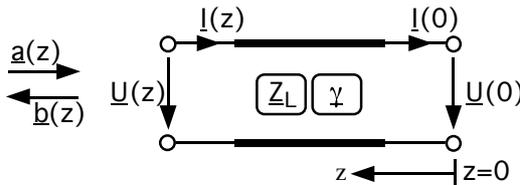
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor \rightarrow Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w

mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

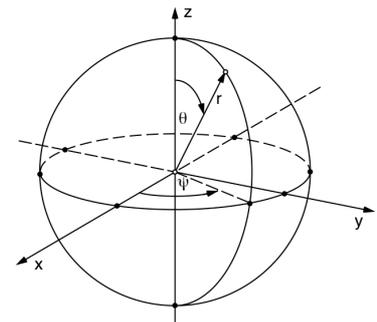
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Big|_{\alpha=0}$$

Kugelkoordinaten



Azimuth: ψ Elevation: θ

Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Oberfläche: $F = 4 \pi r^2$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$$

$$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{21}}{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}