

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|----|----|----|----|----|
| erreichbare Punkte | 17 | 18 | 17 | 17 | 16 |
| erzielte Punkte | | | | | |

Gesamtbewertung

| Punkte maximal: | Gesamtpunkte: | Bonus: | Note: |
|-----------------|---------------|---|-------|
| 85 | | Ja: <input type="checkbox"/> Nein: <input type="checkbox"/> | |



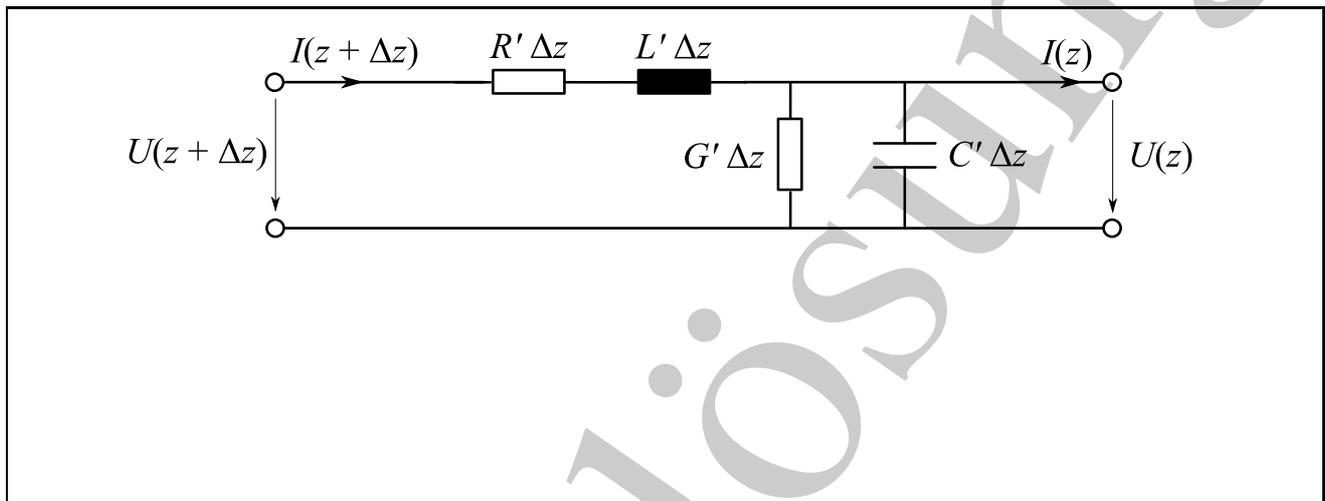
1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 29 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines

- a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines kurzen Abschnitts
- Δz
- einer verlustbehafteten Leitung. (2 P.)

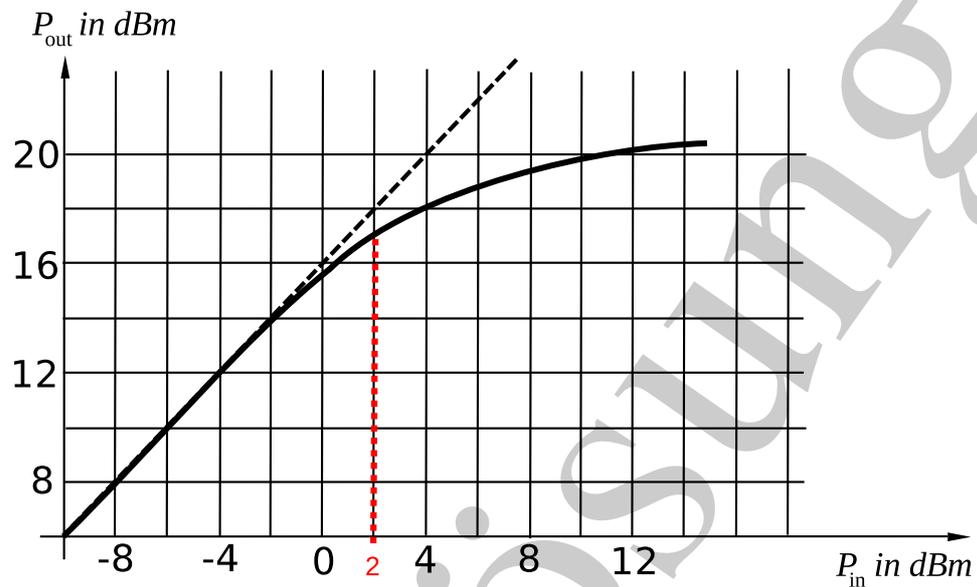


- b) Eine Antenne strahlt bei einer Frequenz von 5,8 GHz ab und wird mit einer Leistung von 85 W versorgt. In 200 m Entfernung wird eine Leistungsdichte von
- $8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- der Hauptkeule gemessen. Wie groß ist der Antennengewinn in dBi? (2 P.)

$$G = \frac{4\pi \cdot S \cdot r^2}{P} = \frac{4\pi \cdot 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot (200 \text{ m})^2}{85 \text{ W}} = 47,31 \hat{=} 16,75 \text{ dBi}$$

MUSTERLÖSUNG

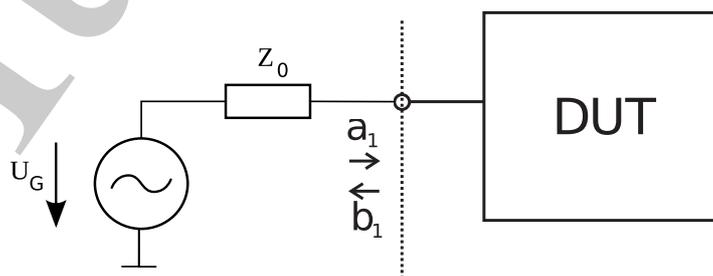
- c) Gegeben ist die folgende Verstärkerkennlinie. Geben Sie die Verstärkung im linearen Bereich und den P_{1dB} -Punkt bezogen auf den Eingang an. Ergänzen Sie dazu die Grafik. (2 P.)

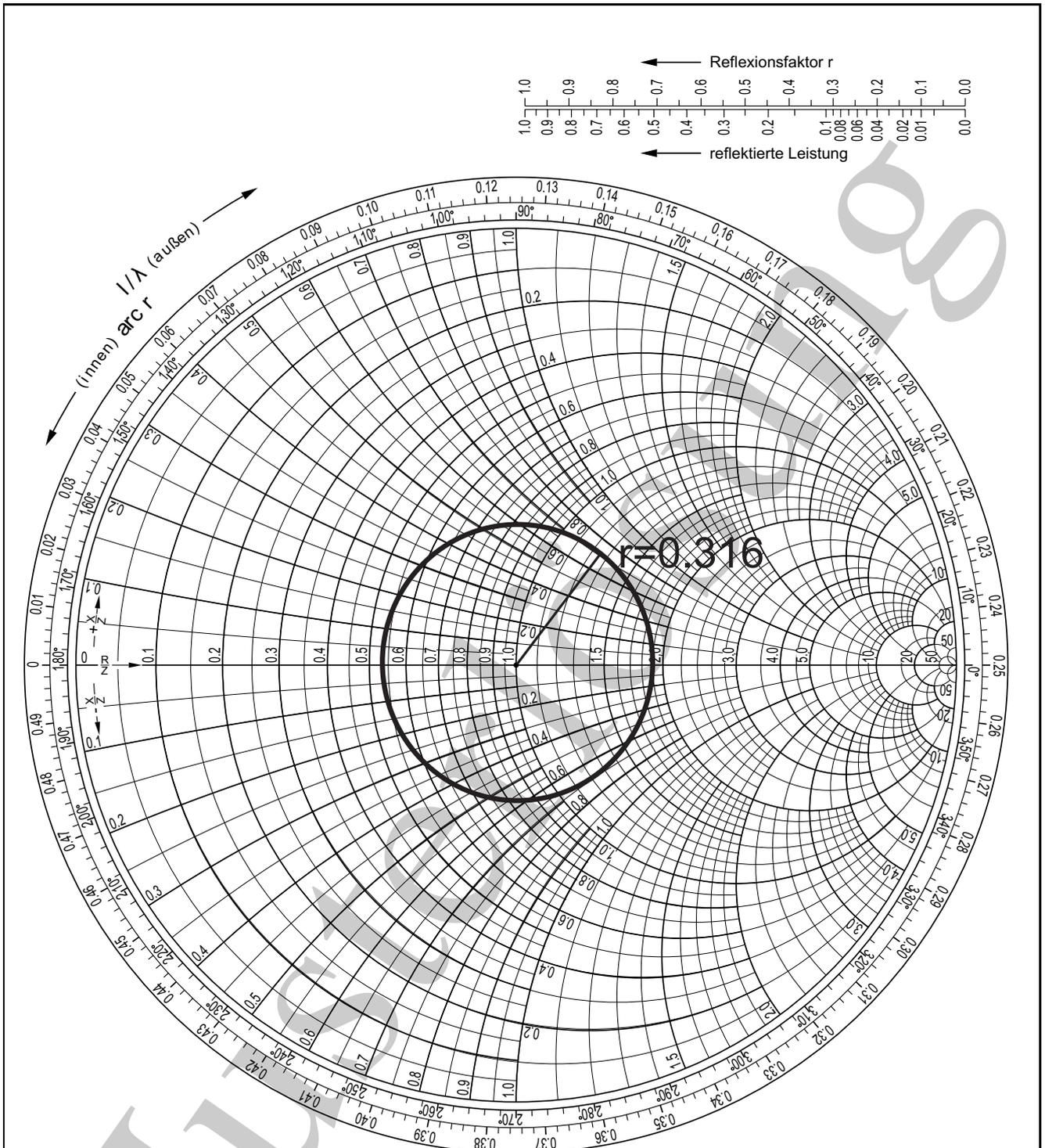


Die Verstärkung beträgt 16 dB.

Der 1 dB Kompressionspunkt bezogen auf den Eingang beträgt 2 dBm.

- d) Kennzeichnen Sie den Bereich für S_{11} im Smithdiagramm, in dem die Anpassung besser als 10 dB ist. (2 P.)

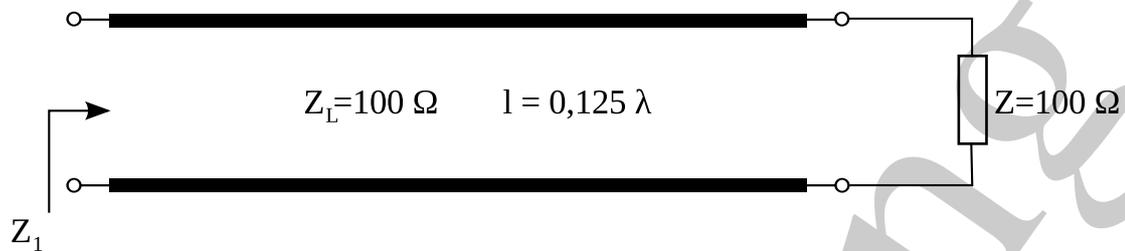




Innerhalb des Kreises ist die Anpassung besser als 10 dB. Rechnung: Entweder über $10^{-\frac{10}{20}} = 0,316$ oder 10 dB bedeutet 0,1 reflektierte Leistung. Für beides lässt sich der Radius im SD ablesen.

e) Geben Sie die Klemmenimpedanz Z_1 an.

(1P.)



Der Leitungswellenwiderstand entspricht der Abschlussimpedanz, somit herrscht Anpassung und folglich wird Z nicht transformiert.

$$Z_1 = 100 \Omega$$

f) Welche Funktion erfüllt ein Mischer in einem Mikrowellensystem? Mit welcher Art Bauelement kann er realisiert werden?

(2P.)

Ein Mischer wird zur Frequenzumsetzung genutzt. Er kann mit einem nichtlinearen Bauelement realisiert werden (z.B. Diode oder Transistor).

- g) Einem Verstärker werden zwei Sinusschwingungen mit $f_1 = 2,01$ GHz und $f_2 = 1,99$ GHz zugeführt. Bei welchen Frequenzen befinden sich die Intermodulationsprodukte 2. und 3. Ordnung? (4P.)

Intermodulations-/Mischprodukte 2. Ordnung:

$$f_1 - f_2 = 20 \text{ MHz}$$

$$f_1 + f_2 = 4 \text{ GHz}$$

Intermodulations-/Mischprodukte 3. Ordnung:

$$2 \cdot f_1 - f_2 = 2,03 \text{ GHz}$$

$$2 \cdot f_2 - f_1 = 1,97 \text{ GHz}$$

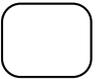
- h) Nennen Sie zwei verschiedene Rauscharten. (2P.)

2 mögliche aus:

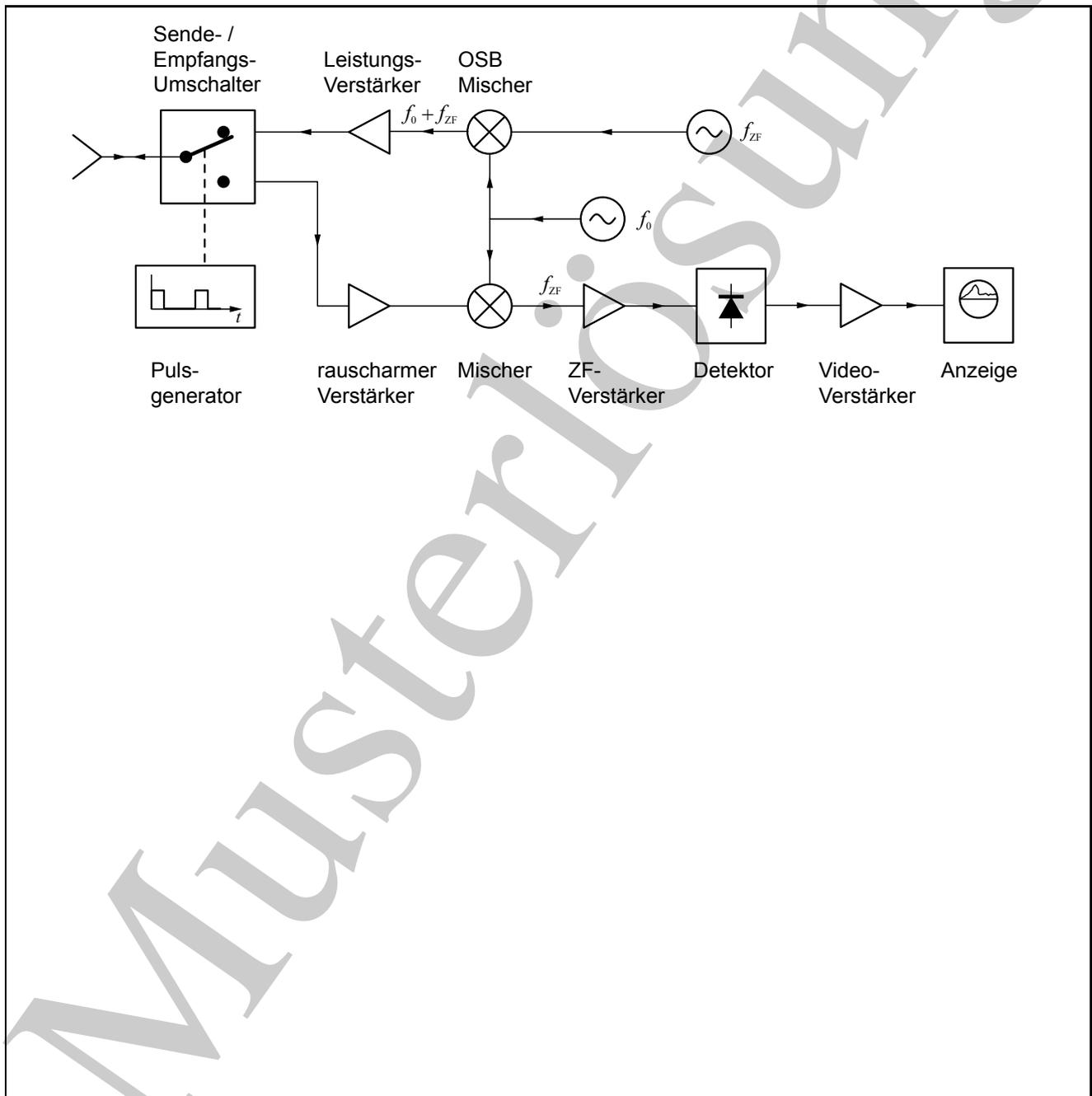
- Thermisches Rauschen
- Schrotrauschen
- Funkelrauschen
- Plasmarauschen
- Quantenrauschen

Aufgabe 2

(gesamt 18 Punkte)

Radar und Rauschen

- a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild eines typischen Pulsradarsystems und beschriften Sie die einzelnen Komponenten. (5 P.)



Ein monostatisches Puls-Radar soll zur Überwachung des näheren Luftraums bis 10 km um einen Flughafen eingesetzt werden. Die Trägerfrequenz beträgt 3 GHz, die Bandbreite $B = 150$ MHz und der Antennengewinn 28 dBi. Um Flugzeuge mit einem Radarrückstreuquerschnitt von 10 m^2 sicher detektieren zu können, wird ein SNR von mindestens 20 dB am Antenneneingang benötigt. Die Rauschzahl des gesamten Empfängers beträgt bei Umgebungs- und Antennentemperatur ($T = 300 \text{ K}$) $F = 5 \text{ dB}$.

- b) Wie groß muss die Sendeleistung in dBm gewählt werden, um die gestellten Anforderungen zu erfüllen? (5 P.)

Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 0,1 \text{ m}$$

Antennengewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{28/10} = 630,96$$

SNR in lineare Größe umrechnen:

$$\text{SNR}_{\text{in}} = 10^{20/10} = 100$$

Das SNR berechnet sich wie folgt: $\text{SNR}_{\text{in}} = \frac{P_{\text{Rx}}}{kBT}$

Die Rauschzahl wird hier nicht benötigt, da das SNR am Empfängereingang gegeben ist, d.h. noch bevor das zusätzliche Rauschen generiert wird.

Umstellen der Radargleichung liefert die maximale Entfernung:

$$P_{\text{Tx}} = \frac{\text{SNR}_{\text{in}} \cdot kBT \cdot (4\pi)^3 \cdot R^4}{G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma} = 30,95 \text{ kW} = 74,91 \text{ dBm}$$

c) Wie groß ist das SNR am Empfängerausgang?

(1 P.)



$$\text{SNR}_{\text{out}} = \text{SNR}_{\text{in}} - F_{\text{dB}} = 20 \text{ dB} - 5 \text{ dB} = 15 \text{ dB}$$

d) Das Flugüberwachungsradar soll auch bei dichtem Nebel funktionieren, wozu die Sendeleistung erhöht wird. Der Nebel weist eine zusätzliche Dämpfung von 0,2 dB/km auf. Wie hoch muss die neue Sendeleistung mindestens sein?

(2 P.)



Hierbei muss insbesondere beachtet werden, dass die Wegstrecke zwischen Radar und Flugzeug doppelt zurückgelegt wird.

$$P_{\text{Tx,Nebel}} = P_{\text{Tx}} + 2 \cdot 10 \text{ km} \cdot 0,2 \text{ dB/km} = 74,91 \text{ dBm} + 4,00 \text{ dB} = 78,91 \text{ dBm}$$

e) Die Antenne weist in Elevationsrichtung die folgende Richtcharakteristik auf:

(5 P.)

$$C(\theta) = \frac{|E(\theta)|}{|E(\theta)|_{\max}} = \left| \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(5,236 \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)}{5,236 \cdot \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)} \right|$$

Wie groß ist die Reichweite des Radars, wenn das Flugzeug unter einem Anflugwinkel von $\theta = 10^\circ$ eintrifft? Verwenden Sie als Sendeleistung Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe b). Falls Sie diese nicht lösen konnten, verwenden Sie alternativ eine Sendeleistung von 80 dBm. Gehen Sie ebenfalls von einem notwendigen SNR von 20 dB am Antenneneingang aus.

Hinweis: Achten Sie auf die richtige Verwendung von Spannungs- und Leistungsgrößen sowie auf die Rechnung mit Winkelgrößen!

Berechnung der Richtcharakteristik für $\theta = 10^\circ = \frac{\pi}{18} = 0,175$:

$$C\left(\frac{\pi}{18}\right) = \left| \cos\left(\frac{\pi}{18} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\cos\left(5,236 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{18} - \frac{\pi}{2}\right)\right)}{5,236 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{18} - \frac{\pi}{2}\right)} \right| = 0,855$$

Hinweis: Der Wert für die Richtcharakteristik hat rein definitionsgemäß stets einen Wert, der kleiner gleich eins ist.

Berechnung des neuen Gewinns für $\theta = 10^\circ$:

$$G_{10^\circ} = G \cdot C\left(\frac{\pi}{18}\right)^2 = 460,84$$

Umstellen der Radargleichung und Einsetzen der quadrierten Richtcharakteristik:

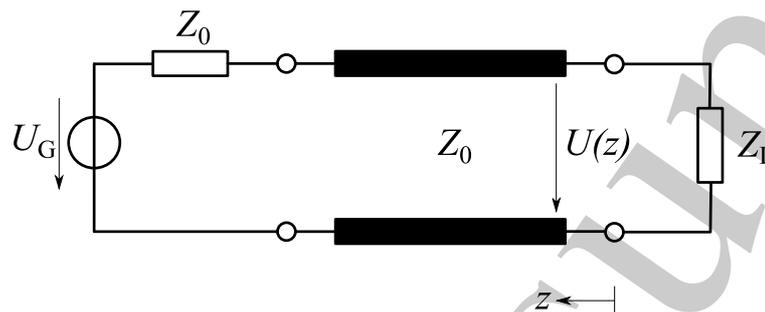
$$R_{\max} = \left(\frac{P_{Tx} G_{10^\circ}^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \text{SNR} kBT} \right)^{1/4} = 8550 \text{ m}$$

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Gegeben sei die in der Skizze gezeigte, verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine Spannungsamplitude von $U_G = 4 \text{ V}$ aufweist.



- a) Berechnen Sie für den Fall $Z_L = (30 + j40) \Omega$ die Werte $\frac{z}{\lambda}$, für die $|U(z)|$ minimal bzw. maximal wird.

(3 P.)

Berechnung des Reflexionsfaktors:

$$r_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{j}{2}$$

$$\Rightarrow |r_L| = \frac{1}{2}, \quad \varphi_L = \frac{\pi}{2}$$

Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} = \frac{\pi}{2} - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} = -\frac{1}{8} - \frac{n}{2}$$

Maxima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\max} = \frac{\pi}{2} - 4\pi \frac{z_{\max}}{\lambda} \stackrel{!}{=} n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{z_{\max}}{\lambda} = \frac{1}{8} - \frac{n}{2}$$

- b) Berechnen Sie das Minimum und Maximum von $|U(z)|$ auf der Leitung für den Fall $Z_L = (30 + j40) \Omega$. (2 P.)



$$|U(z)|_{\max} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 + |r_L|) = 3 \text{ V}$$

$$|U(z)|_{\min} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 - |r_L|) = 1 \text{ V}$$

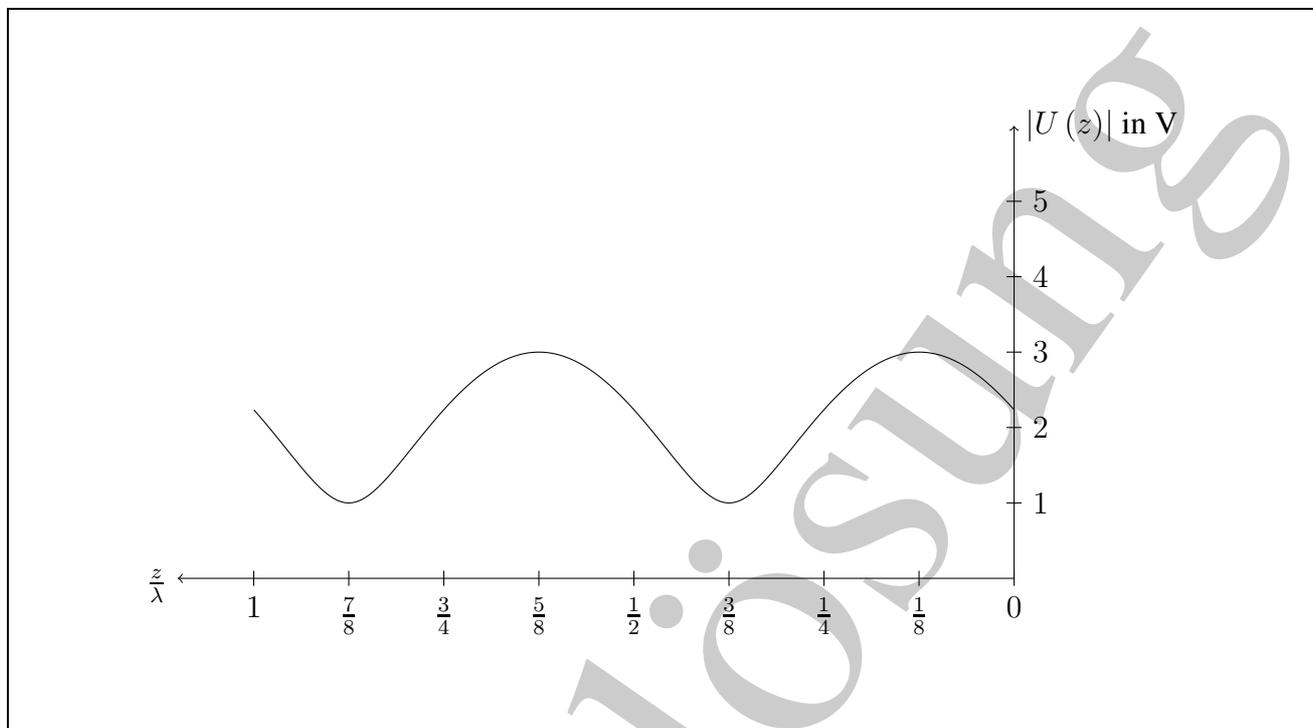
- c) Berechnen Sie den Wert für $|U(z)|$ an der Stelle $z = 0$ für den Fall $Z_L = (30 + j40) \Omega$. (1 P.)



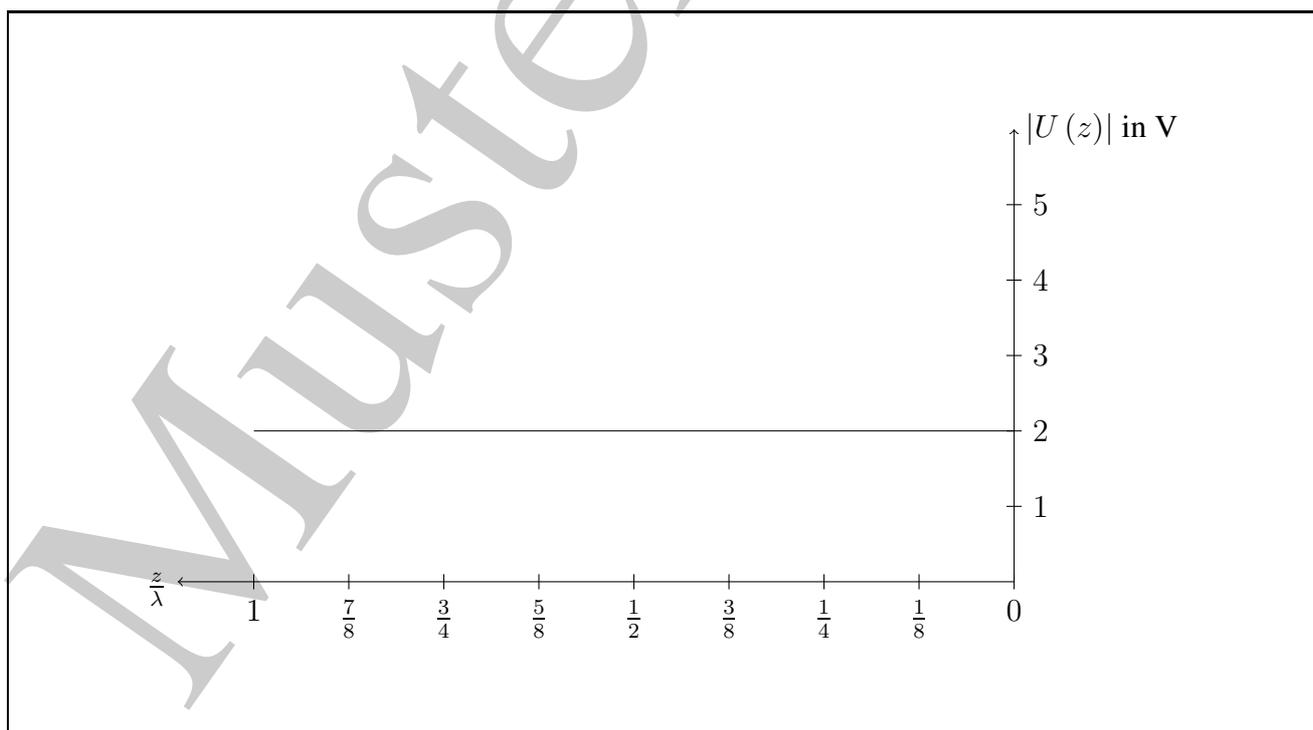
$$|U(z)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + |r_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)}|$$

$$\Rightarrow |U(0)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + 0,5 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}| \approx 2,24 \text{ V}$$

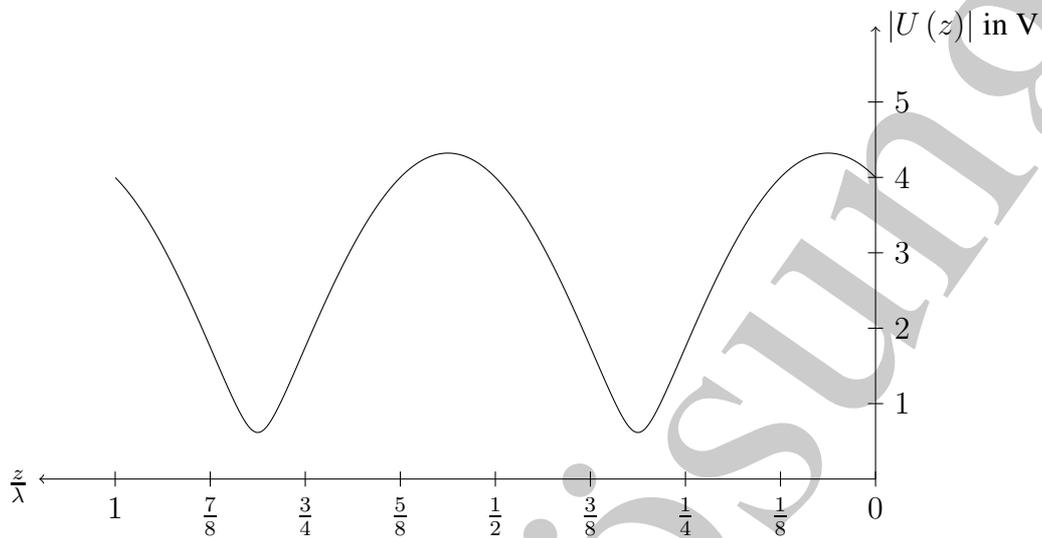
- d) Skizzieren Sie mithilfe Ihrer Ergebnisse aus a) - c) den Spannungsverlauf auf der Leitung für den Fall $Z_L = (30 + j40) \Omega$. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (2 P.)



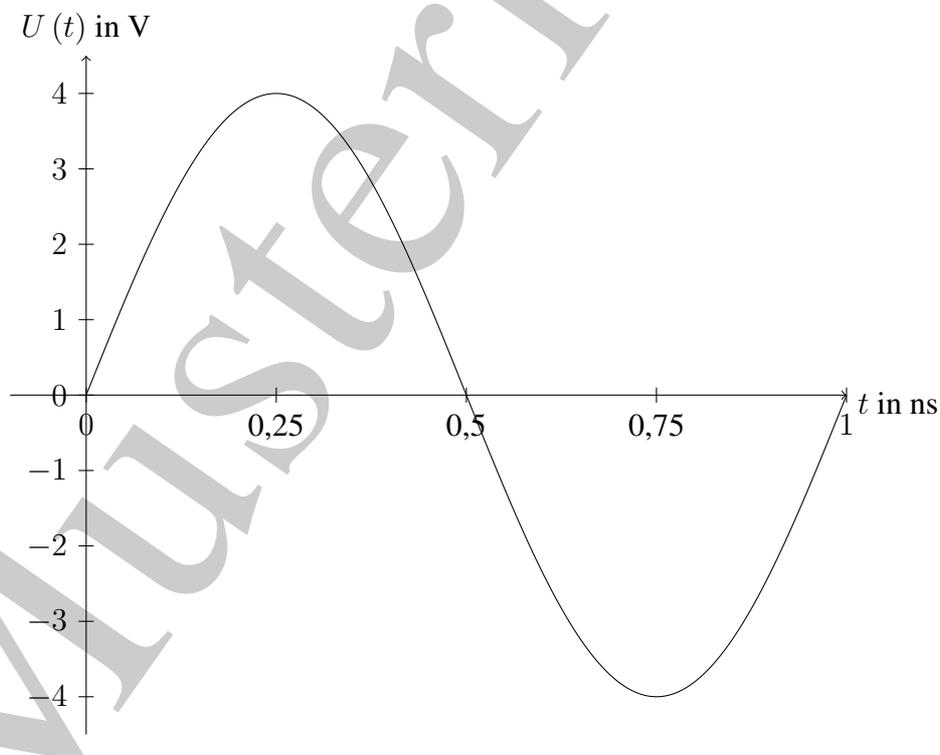
- e) Skizzieren Sie nun den Spannungsverlauf auf der Leitung für den Fall $Z_L = Z_0$. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (2 P.)



- f) Gegeben sei der folgende Spannungsverlauf auf einer verlustlosen Leitung. Zeichnen Sie eine Periode des **zeitlichen** Spannungsverlauf $U(t)$ an der Stelle $\frac{z}{\lambda} = 0$. Die Wellenlänge auf der Leitung beträgt $\lambda = 30$ cm und die Leitung weist eine effektive relative Dielektrizitätszahl von $\epsilon_{r,\text{eff}} = 1$ auf. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (3 P.)



$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c_0} = 1 \text{ ns}$$



- g) Welche Frequenzabhängigkeiten haben die Längs- und die Querdämpfung einer Leitung und welche physikalischen Effekte sind für die jeweilige Dämpfung verantwortlich?

(4P.)

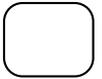


Längsdämpfung: $\propto \sqrt{\omega}$, verursacht durch ohmschen Widerstand und Skineneffekt
Querdämpfung: $\propto \omega$, verursacht durch dielektrische Verluste

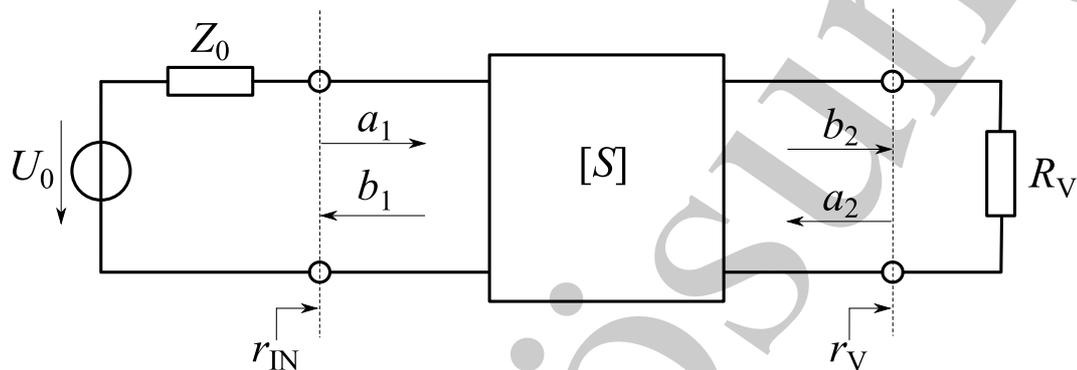
Musterlösung

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Das unten gezeigte Zweitor wird durch die Streumatrix $[S] = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,05 \\ 5 & 0,1 \end{pmatrix}$ beschrieben. Der Bezugswiderstand für die Streuparameter ist $Z_0 = 50 \Omega$. Das Zweitor wird durch eine Quelle mit $a_1 = 1 \sqrt{W}$ gespeist. Der Lastwiderstand beträgt $R_V = Z_0/4$.



a) Berechnen Sie den Wert der Streuvariablen b_2 .

(4P.)



$$r_V = \frac{a_2}{b_2} = \frac{R_V - Z_0}{R_V + Z_0} = -0,6$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 + S_{22}r_V b_2$$

$$b_2(1 - S_{22}r_V) = S_{21}a_1$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}r_V} a_1 = 4,72 \sqrt{W}$$

b) Welche Leistung wird von R_V aufgenommen (Angabe in W)?

(2 P.)



$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_V|^2) = 7,13 \text{ W}$$

c) Leiten Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{IN} als Funktion von r_V und den S -Parametern her.

(3 P.)



$$b_2 = \frac{a_2}{r_V} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_V} - S_{22}}$$
$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_V} - S_{22}}$$
$$\Rightarrow r_{IN} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_V}{1 - S_{22}r_V}$$

d) Berechnen Sie den Wert der Streuvariablen b_1 .

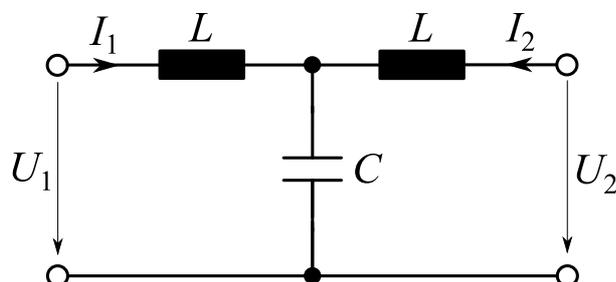
(3 P.)



$$\begin{aligned}b_1 &= r_{\text{IN}} \cdot a_1 \\r_{\text{IN}} &= S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_V}{1 - S_{22}r_V} = 0,16 \\ \Rightarrow b_1 &= 0,16 \sqrt{W}\end{aligned}$$

Musterlösung

Gegeben sei folgendes Zweitor.



e) Bestimmen Sie die Z -Parameter Z_{11} und Z_{12} des Zweitors.

(2P)



$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{j\omega C}$$

f) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1P)



Tiefpass-Filter

g) Bestimmen Sie für obiges Zweitor S_{11} als Funktion von L , C und Z_0 .

(2 P.)

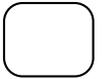


$$Z_{\text{IN}} = j\omega L + \frac{(j\omega L + Z_0) \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + Z_0 + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$S_{11} = r_{\text{IN}} \Big|_{a_2=0} = \frac{Z_{\text{IN}} - Z_0}{Z_{\text{IN}} + Z_0}$$

Aufgabe 5

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

- a) Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = (100 + j80) \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. (4P.)



Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Spulen mit beliebiger Induktivität
- Kondensator mit beliebiger Kapazität

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein geeignet normiertes Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von 1GHz Anpassung herrscht.



Auswahl der Bezugsimpedanz 50Ω

$$Z_V/Z_B = 2 + j1,6, Z_Q = 1$$

Beispiel 1:

Parallele Spule nach $Z_1/Z_B = 1 + j1,5$

$$\Rightarrow \frac{Z_B}{j\omega L} = Y_1 \cdot Z_B - Y_V \cdot Z_B = \frac{1}{1+j1,5} - \frac{1}{2+j1,6} = -j0,218 \Rightarrow L = 36,50 \text{ nH}$$

Serieller Kondensator nach $Z_Q = 1 \Rightarrow \frac{1}{j\omega C Z_B} = \frac{Z_V}{Z_B} - \frac{Z_1}{Z_B} = 1 - (1 + j1,5) = -j1,5 \Rightarrow C = 2,12 \text{ pF}$

Beispiel 2:

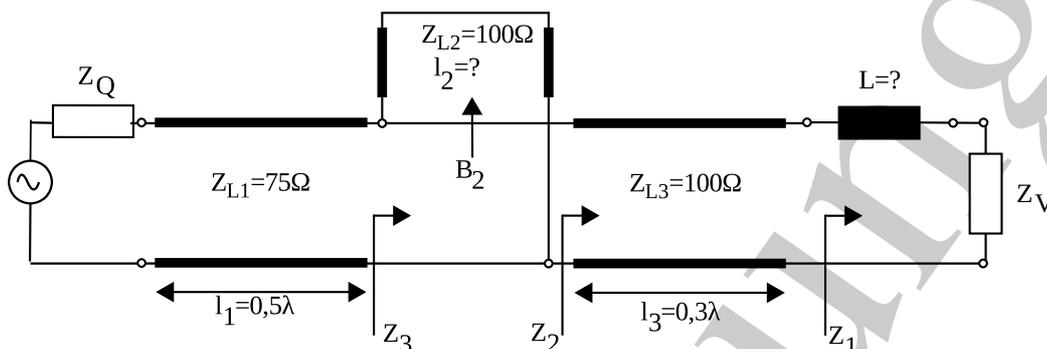
Paralleler Kondensator nach $Z_1/Z_B = 1 - j1,5$

$$\Rightarrow j\omega C \cdot Z_B = Y_2 \cdot Z_B - Y_V \cdot Z_B = \frac{1}{1-j1,5} - \frac{1}{2+j1,6} = j0,705 \Rightarrow C = 2,24 \text{ pF}$$

Serielle Spule nach $Z_Q = 1$

$$\Rightarrow \frac{j\omega L}{Z_B} = \frac{Z_V}{Z_B} - \frac{Z_2}{Z_B} = 1 - (1 - j1,5) = j1,5 \Rightarrow L = 11,94 \text{ nH}$$

Gegeben sei die unten skizzierte Transformationschaltung mit veränderlicher Induktivität L und einer Stichleitung mit der variablen Länge l_2 . Die Werte für die übrigen Leitungen können Sie der Schaltung entnehmen. Der Wert der komplexen Quellenimpedanz beträgt $Z_Q = (10 - j40)\Omega$, die Impedanz des Verbrauchers beträgt $Z_V = (150 + j300)\Omega$. Die Betriebsfrequenz der Schaltung ist 1 GHz. Alle Leitungen sind verlustfrei und besitzen eine relative Dielektrizitätszahl von $\epsilon_r = 1$.



- b) Bestimmen Sie die Induktivität L und die Länge der Stichleitung l_2 , so dass der Verbraucher an die Quelle leistungsangepasst ist. Begründen Sie welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen und beschreiben Sie die einzelnen Transformations Schritte. Der Lösungsweg bzw. die Zuordnung der einzelnen Transformations Schritte zu den Transformations Elementen muss klar erkennbar sein. (12 P.)

Prinzipiell können beide Diagrammart verwendet werden, da sowohl eine serielle Spule als auch eine parallele Stichleitung vorkommen. Da Impedanzen gegeben sind, wählen wir die Widerstandsform.

Die Leitung 1 ist exakt eine halbe Wellenlänge lang und hat deshalb keine Auswirkung.

Das Smith Chart wird folglich auf 100Ω normiert, wegen der Transformation von Leitung 3.

Die Anpassbedingung lautet $Z_3 = Z_Q^*$, da Leitung 1 keine Auswirkung hat.

Einzeichnen des Zielpunkts $Z_Q^* = (0,1 + j0,4)100\Omega$

Einzeichnen von $Z_V = (1,5 + j3,0)100\Omega$.

Z_1 liegt auf einem R-const Kreis von Z_V aus. In diesem Fall oberhalb von Z_V , da L in Richtung positiverer Blindwiderstände transformiert.

Leitung l_3 dreht den kompletten Kreisbogen um $0,3\lambda = 216^\circ$ im Uhrzeigersinn um den Ursprung $\rightarrow Z_2$. Diesen Kreisbogen einzeichnen.

Z_V wird auf $(0,125 + j0,05)100\Omega$ transformiert. Die möglichen Werte für Z_2 liegen rechts davon im Uhrzeigersinn auf dem gedrehten Kreisbogen.

Für eine erfolgreiche Transformation muss Z_2 auf einem G-const-Kreis um $Z_Q^* = Z_3$ liegen. Diesen folglich einzeichnen (mittels eines Thales-Kreises, da man sich in Widerstandsform befindet).

Der Schnittpunkt dieses G-const-Kreises mit dem gedrehten R-const-Kreis ist bei $Z_2 = (0,025 + j0,2)100 \Omega$. Dieser Punkt legt folglich den Transformationsweg eindeutig fest.

Von diesem Punkt ausgehend zeichnet man den m-Kreis der Leitung 3 zurück, um so den genauen Punkt von Z_1 zu finden. Dieser liegt bei $Z_1 \approx (1,5 + j8,5)100 \Omega$.

Den ganzen Transformationsweg einzeichnen.

Bauteilwerte bestimmen:

Spule L :

$$jX_L = Z_1 - Z_V = j(8,5 - 3,0)100 \Omega = j550 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = 87,54 \text{ nH}$$

Leitung l_2 :

Der Blindleitwert transformiert Z_2 in Z_Q^* . Um B_2 zu bestimmen, liest man zuerst Y_2 und Y_Q^* ab (180° gespiegelt im S.D.) Alternative ist die rechnerische Bestimmung.

$$Y_2 \cdot 100 \Omega = 0,61 - j4,92$$

$$Y_Q^* \cdot 100 \Omega = 0,59 - j2,35$$

$$\text{Somit beträgt } Y_{l_2} \cdot 100 \Omega \approx j2,57$$

Daraus kann man die Länge von Leitung 2 bestimmen:

$$Y_{l_2} \cdot Z_{L2} = -j \cot(\beta l_2) \rightarrow \beta l_2 = \text{atan}\left(-\frac{1}{2,57}\right) = -0,059 \rightarrow \frac{l_2}{\lambda} = 0,441$$

Die Addition von 0,5 ist notwendig, um eine positive Länge der Leitung zu bekommen.

Alternativ kann die Länge der Leitung auch mit der äußeren Hilfsskala des Smith Diagramms abgelesen werden. Entweder $B_2 \cdot Z_{L2}$ an einem SD in Leitwertform oder X_2/Z_{L2} an einem SD in Widerstandsform.

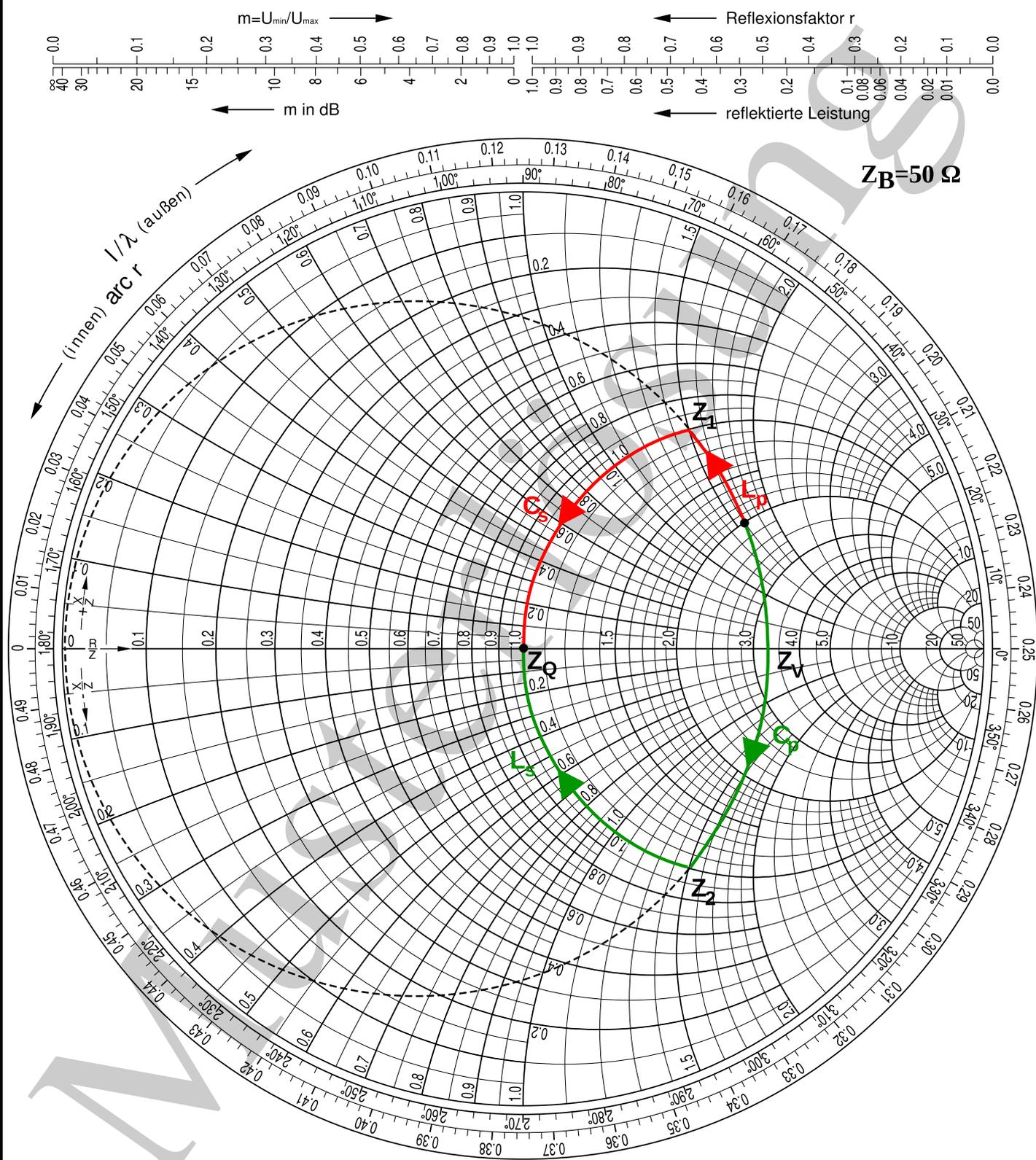
$$l_2 = 0,441\lambda = 13,23 \text{ cm}$$

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$



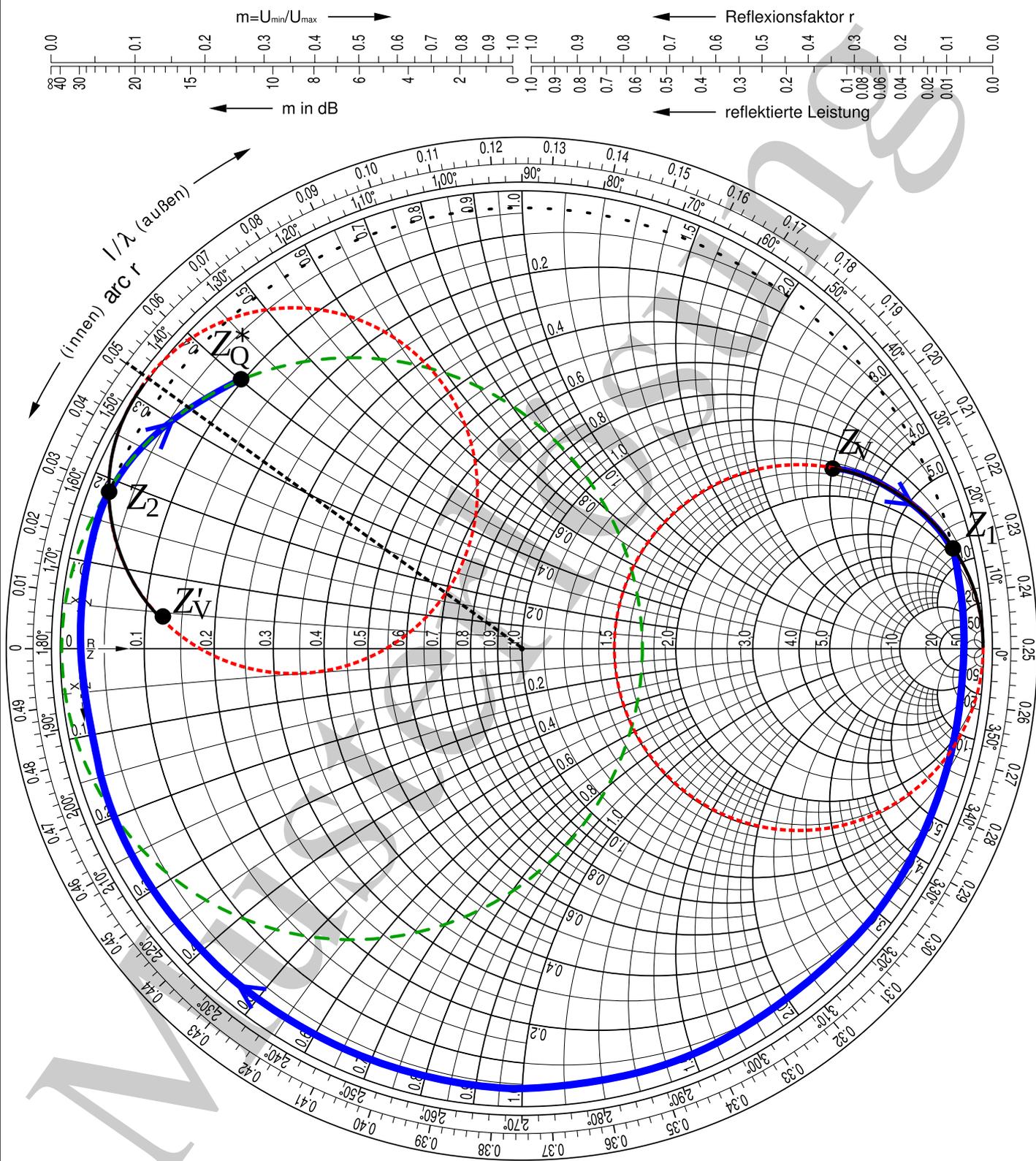
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$



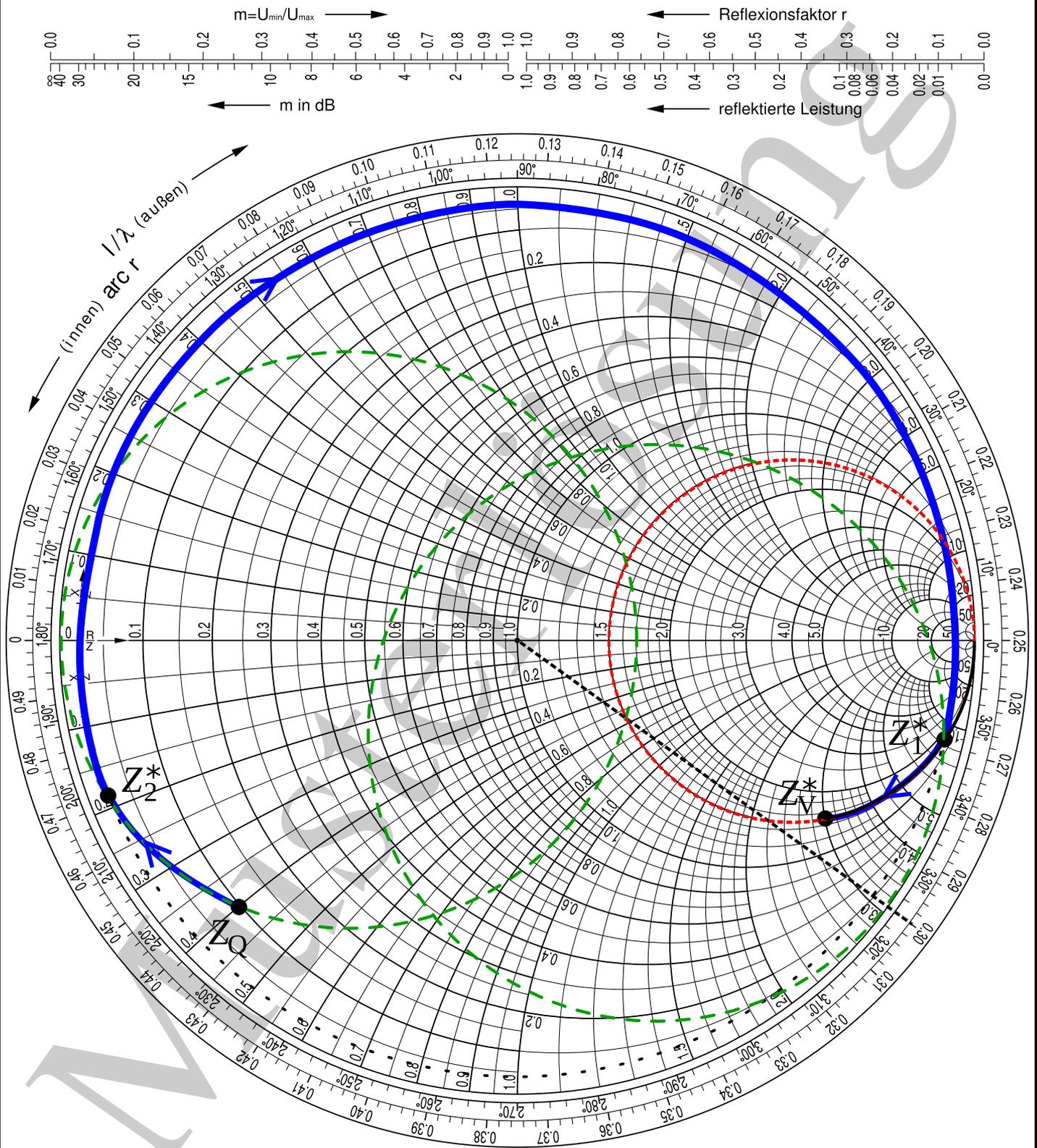
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b*

Widerstandsform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$



Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ **Admittanz**

$$\underline{Z} = R + jX \quad \underline{Y} = G + jB$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

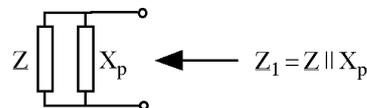
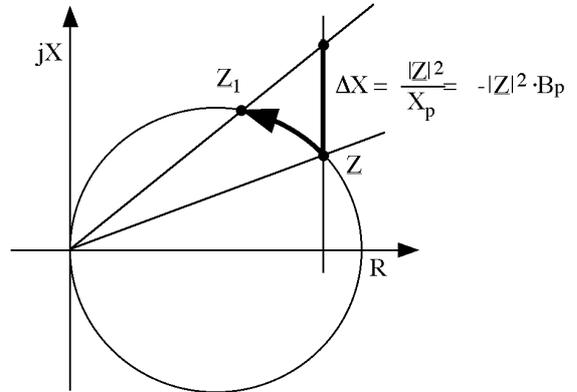


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

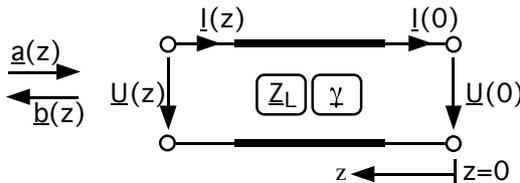
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega k \mu}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor \rightarrow Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w

mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$

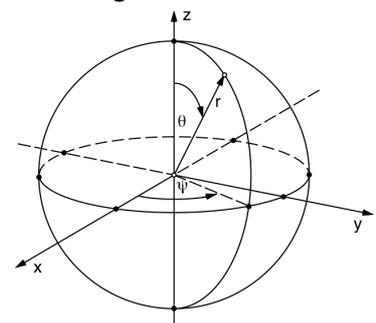
$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma}l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma}l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \Big|_{\alpha=0}$$

Kugelkoordinaten



Azimuth: ψ

Elevation: θ

Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Oberfläche: $F = 4 \pi r^2$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$$

$$c_0 = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

| | [S] | [Z] | [Y] | [A] (ABCD) | [T] |
|----------|---|---|---|--|--|
| S_{11} | S_{11} | $\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$ | $\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$ | $\frac{T_{12}}{T_{22}}$ |
| S_{12} | S_{12} | $\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$ | $\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$ | $\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$ |
| S_{21} | S_{21} | $\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$ | $\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$ | $\frac{1}{T_{22}}$ |
| S_{22} | S_{22} | $\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$ | $\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$ | $\frac{-T_{21}}{T_{22}}$ |
| Z_{11} | $Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | Z_{11} | $\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{A}{C}$ | |
| Z_{12} | $Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | Z_{12} | $\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{AD - BC}{C}$ | |
| Z_{21} | $Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | Z_{21} | $\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{1}{C}$ | |
| Z_{22} | $Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | Z_{22} | $\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$ | $\frac{D}{C}$ | |
| Y_{11} | $Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | $\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$ | Y_{11} | $\frac{D}{B}$ | |
| Y_{12} | $Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | $\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$ | Y_{12} | $\frac{BC - AD}{B}$ | |
| Y_{21} | $Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | $\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$ | Y_{21} | $\frac{-1}{B}$ | |
| Y_{22} | $Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$ | $\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$ | Y_{22} | $\frac{A}{B}$ | |
| A | $\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$ | $\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$ | $\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$ | A | |
| B | $Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$ | $\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$ | $\frac{-1}{Y_{21}}$ | B | |
| C | $\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$ | $\frac{1}{Z_{21}}$ | $\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$ | C | |
| D | $\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$ | $\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$ | $\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$ | D | |
| T_{11} | $\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$ | | | | T_{11} |
| T_{12} | $\frac{S_{11}}{S_{21}}$ | | | | T_{12} |
| T_{21} | $\frac{-S_{22}}{S_{21}}$ | | | | T_{21} |
| T_{22} | $\frac{1}{S_{21}}$ | | | | T_{22} |