

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	17	17	17	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 28 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) bzw. im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

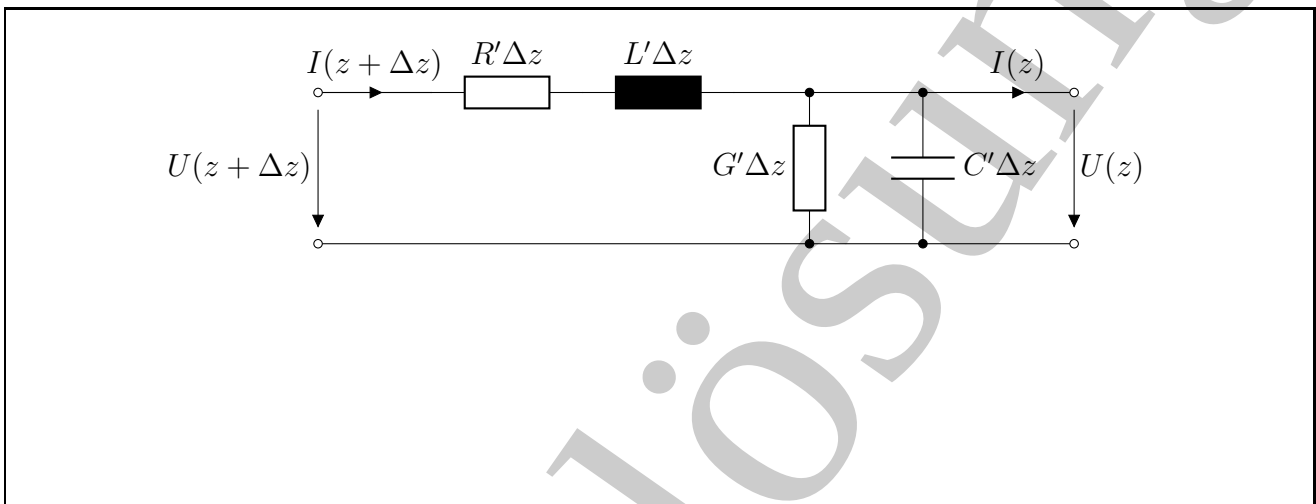
Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines

- a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines kurzen Abschnitts
- Δz
- einer verlustbehafteten Leitung.

(2 P.)

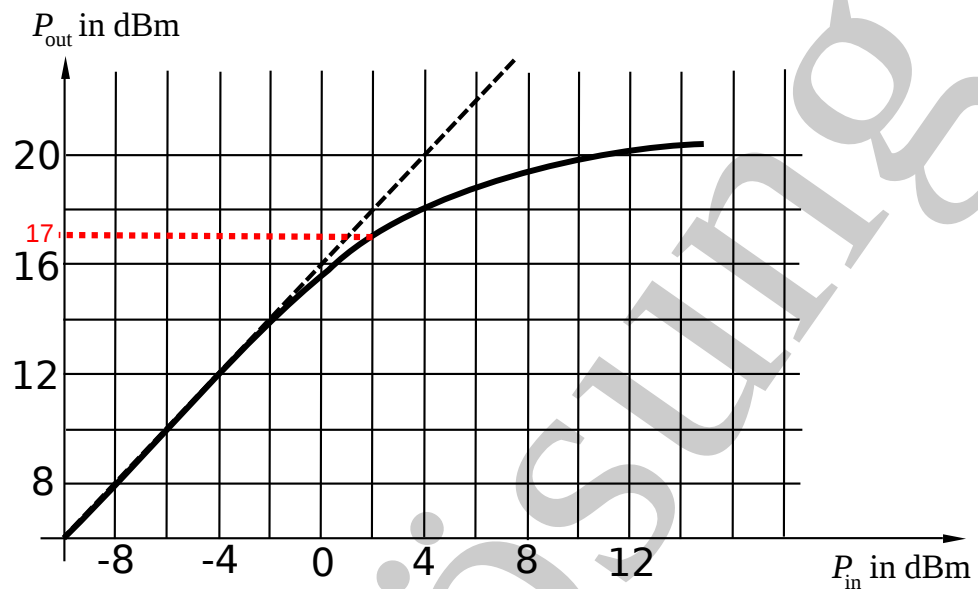


- b) Ein zylindrischer Kupferleiter wird von einem Wechselstrom der Frequenz 10 GHz durchflossen. Die Leitfähigkeit von Kupfer beträgt
- $\kappa = 5,8 \cdot 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$
- . Wie groß ist die Eindringtiefe?

(2 P.)

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \kappa}} = 0,66 \mu\text{m}$$

- c) Gegeben ist die folgende Verstärkerkennlinie. Geben Sie die Verstärkung im linearen Bereich und den 1 dB Kompressionspunkt bezogen auf den Ausgang an. Ergänzen Sie dazu die Grafik und zeichnen Sie den 1 dB Kompressionspunkt ein. (2 P.)

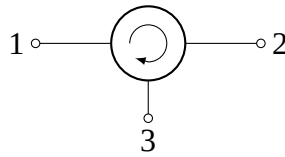


Die Verstärkung beträgt 16 dB.

Der 1 dB Kompressionspunkt bezogen auf den Ausgang beträgt 17 dBm.

d) Geben Sie die S-Matrix eines idealen Zirkulators an, der verlustlos und perfekt angepasst ist.

(1 P.)



$$S_{\text{Zirkulator}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e) Nennen Sie drei verschiedene Rauscharten.

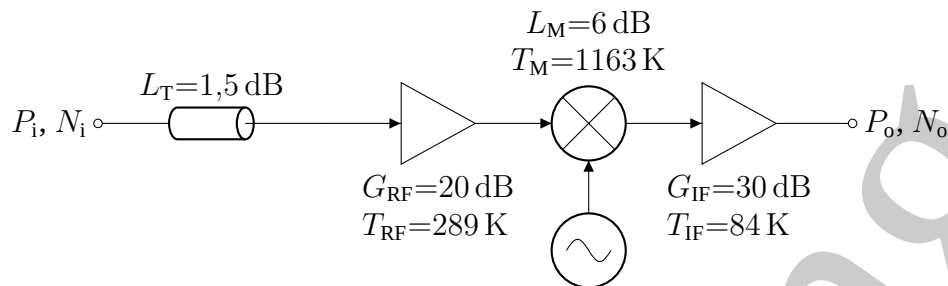
(3 P.)



3 aus:

- Thermisches Rauschen
- Schrotrauschen
- Funkelrauschen
- Plasmarauschen
- Quantenrauschen

Ein Mikrowellenempfänger hat folgende Parameter:



$$P_i = -80 \text{ dBm}$$

$$f = 4 \text{ GHz}$$

$$B = 1 \text{ MHz}$$

$$T_0 = 290 \text{ K (Bezugs- und Umgebungstemperatur)}$$

f) Berechnen Sie das Eingangs-SNR in dB des Mikrowellenempfängers.

(2 P.)

Die Eingangsrauschleistung (Thermisches Rauschen) beträgt:

$$N_i = kBT_0 = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} = -114 \text{ dBm}$$

Somit beträgt das Eingangs-SNR:

$$\frac{P_i}{N_i} = P_{i,\text{dBm}} - N_{i,\text{dBm}} = -80 \text{ dBm} - (-114 \text{ dBm}) = 34 \text{ dB}$$

g) Berechnen Sie das Ausgangs-SNR des Mikrowellenempfängers in dB.

(5 P.)



dB-Werte in lineare Werte umrechnen und Rauschtemperaturen berechnen:

$$G_{\text{RF}} = 10^{20/10} = 100 \quad G_{\text{IF}} = 1000 \quad L_{\text{T}} = \frac{1}{G_{\text{T}}} = 1,41 \quad L_{\text{M}} = \frac{1}{G_{\text{M}}} = 4$$

$$T_{\text{M}} = 1163 \text{ K} \quad T_{\text{RF}} = 289 \text{ K} \quad T_{\text{IF}} = 84 \text{ K} \quad T_{\text{e,T}} = (L_{\text{T}} - 1) T_0 = 119,6 \text{ K}$$

Die System-Rauschtemperatur (Leitung, Verstärker, Mischer, Verstärker) ergibt sich zu:

$$T_{\text{sys}} = T_{\text{e,T}} + \frac{T_{\text{RF}}}{1/L_{\text{T}}} + \frac{T_{\text{M}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}} + \frac{T_{\text{IF}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}(1/L_{\text{M}})}$$

$$= 119,6 \text{ K} + 407,5 \text{ K} + 16,4 \text{ K} + 4,7 \text{ K} = 548,2 \text{ K}$$

Die gesamte unverstärkte Rauschleistung mit N_i am Ausgang beträgt:

$$N_o = N_i + kBT_{\text{sys}} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} + 7,6 \cdot 10^{-15} \text{ W} = 1,16 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -109,4 \text{ dBm}$$

Damit ergibt sich ein Ausgang-SNR von (die Verstärkung geht nicht mit ein, da Signal und Rauschen gleichermaßen verstärkt werden)

$$\frac{P_o}{N_o} = -80 \text{ dBm} - (-109,4 \text{ dBm}) = 29,4 \text{ dB}$$

Musterlösung

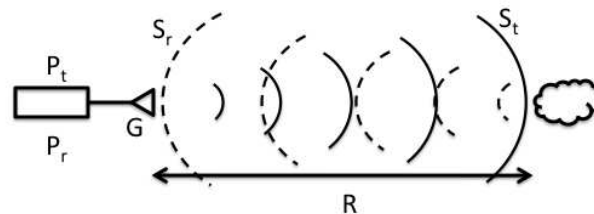
Aufgabe 2

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellensysteme

- a) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4 P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

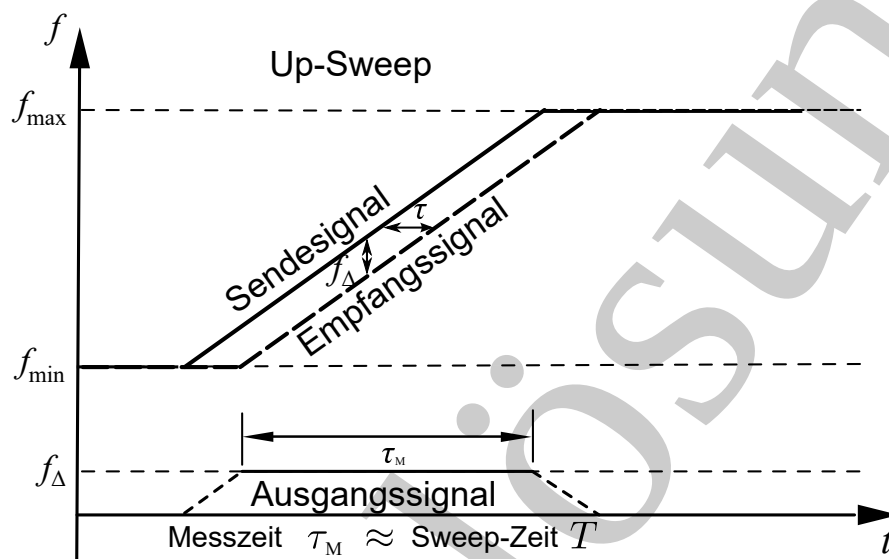
$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

b) Das monostatische FMCW-Radar soll nun mit einer Trägerfrequenz von $f_0 = 24$ GHz ein bewegtes Objekt mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h in einer Entfernung von 15 m mit einer Messzeit von $\tau_M = 1$ ms in Luft messen. Die Bandbreite des Radars beträgt $B = 250$ MHz.

(3 P.)



- Wie groß ist die Entfernungsauflösung ΔR des Radars?
- Wie groß ist die Dopplerauflösung Δf_D des Radars?
- Wie groß ist die gemessene Dopplerverschiebung f_D des Objekts?



$$\Delta R = \frac{c_0}{2 \cdot B} = 0,6 \text{ m}$$

$$\Delta f_D = \frac{1}{\tau} = 1 \text{ kHz}$$

$$f_D = \frac{2 \cdot f_0 \cdot v}{c_0} \approx 2,22 \text{ kHz}$$

- c) Das monostatische FMCW-Radar sendet bei einer Frequenz von 24 GHz mit einer Leistung von 12 dBm. Welchen Antennengewinn in dBi weist das Radar auf, wenn sich für ein Objekt mit einem RCS von 10 m^2 in einer Entfernung von 15 m eine Empfangsleistung am Antennenausgang von -80 dBm ergibt?

(4 P.)



Logarithmische Werte in lineare umrechnen.

$$P_{t,\text{lin}} = 15,8 \text{ mW} = 0,0158 \text{ W}$$

$$P_{r,\text{lin}} = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ mW} = 1,0 \cdot 10^{-11} \text{ W}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 12,5 \text{ mm}$$

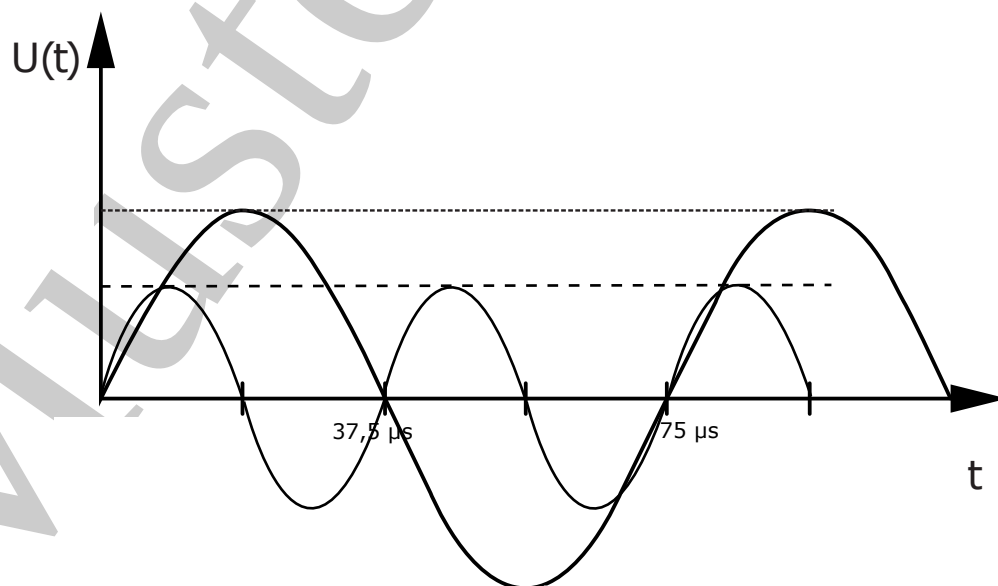
$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

$$G = \sqrt[2]{\frac{P_r (4\pi)^3 R^4}{P_t \lambda^2 \sigma}}$$

$$= 6,1 \hat{=} 8,1 \text{ dBi}$$

- d) Gegeben seien die beiden in folgender Grafik dargestellten Ausgangssignale des vorher beschriebenen Radars ($B = 250 \text{ MHz}$). Berechnen Sie an Hand der Periodendauern $T_{r,1} = 37,5 \mu\text{s}$ und $T_{r,2} = 75 \mu\text{s}$, in welcher Entfernung sich die beiden zugehörigen Ziele befinden.

(4 P.)



$$f_{\Delta,1} = \frac{1}{T_{r,1}} = \frac{1}{37,5 \mu\text{s}} \approx 26,67 \text{ kHz}$$

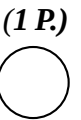
$$f_{\Delta,2} = \frac{1}{T_{r,2}} = \frac{1}{75 \mu\text{s}} \approx 13,33 \text{ kHz}$$

$$f_{\Delta} = \frac{B}{\tau_M} \cdot \frac{2R}{c_0}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{f_{\Delta,1} \cdot \tau_M \cdot c_0}{2 \cdot B} = 16 \text{ m}$$

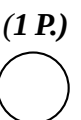
$$\Rightarrow R_2 = \frac{f_{\Delta,2} \cdot \tau_M \cdot c_0}{2 \cdot B} = 8 \text{ m}$$

- e) Wie hoch ist die äquivalente Rauschtemperatur T_A einer Antenne mit einem Antennenwirkungsgrad von $\eta = 0,9$, einer Umgebungstemperatur von $T_{\text{therm}} = 300 \text{ K}$ und einer Hintergrundtemperatur von $T_H = 150 \text{ K}$? (1 P.)



$$\begin{aligned} T_A &= \eta T_H + (1 - \eta) T_{\text{therm}} \\ &= 165 \text{ K} \end{aligned}$$

- f) Wie lautet die Definition des komplexen Poynting-Vektor $\vec{S}$? Geben Sie eine mathematische Definition an. (1 P.)



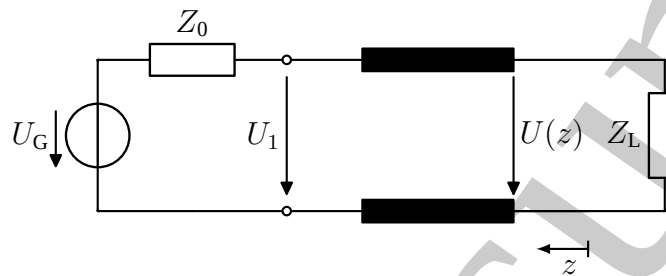
$$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H})$$

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Gegeben sei die in der Skizze gezeigte verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine Spannungsamplitude von $U_G = 2 \text{ V}$ und eine Frequenz von $f = 600 \text{ MHz}$ aufweist. Die Last habe eine Impedanz von $Z_L = (10 + j20) \Omega$.



a) Bestimmen Sie das Stehwellenverhältnis auf der Leitung.

(4 P.)

Reflexionsfaktor berechnen:

$$r_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = (0,5 + j0,5) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

Maximum und Minimum berechnen:

$$|U(z)|_{\max} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 + |r_L|) = 1,707 \text{ V}$$

$$|U(z)|_{\min} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 - |r_L|) = 0,293 \text{ V}$$

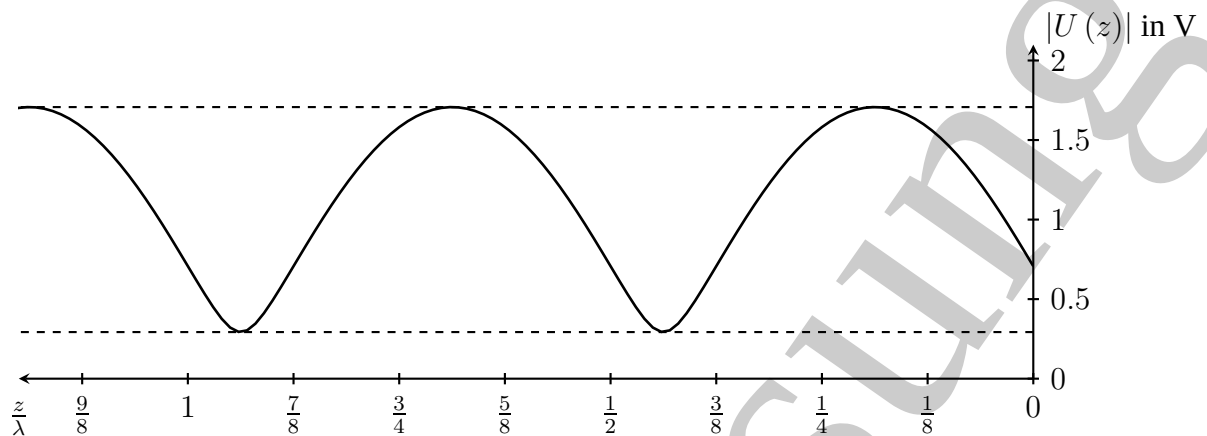
VSWR berechnen:

$$\text{VSWR} = \frac{|U(z)|_{\max}}{|U(z)|_{\min}} = 5,83$$

Alternativ VSWR direkt aus Reflexionsfaktor

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = 5,83$$

- b) Skizzieren Sie den Spannungsverlauf auf der Leitung. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (4 P.)



Bestimmung der Phase des Reflexionsfaktors aus der Phasenbedingung für Minima:

$$\begin{aligned}\varphi_L - 2\beta z_{\min} &= \frac{3\pi}{4} - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} &= -\frac{1}{16} - \frac{n}{2} \\ \frac{z_{\min,1}}{\lambda} &= \frac{7}{16}\end{aligned}$$

Abstand max-min:

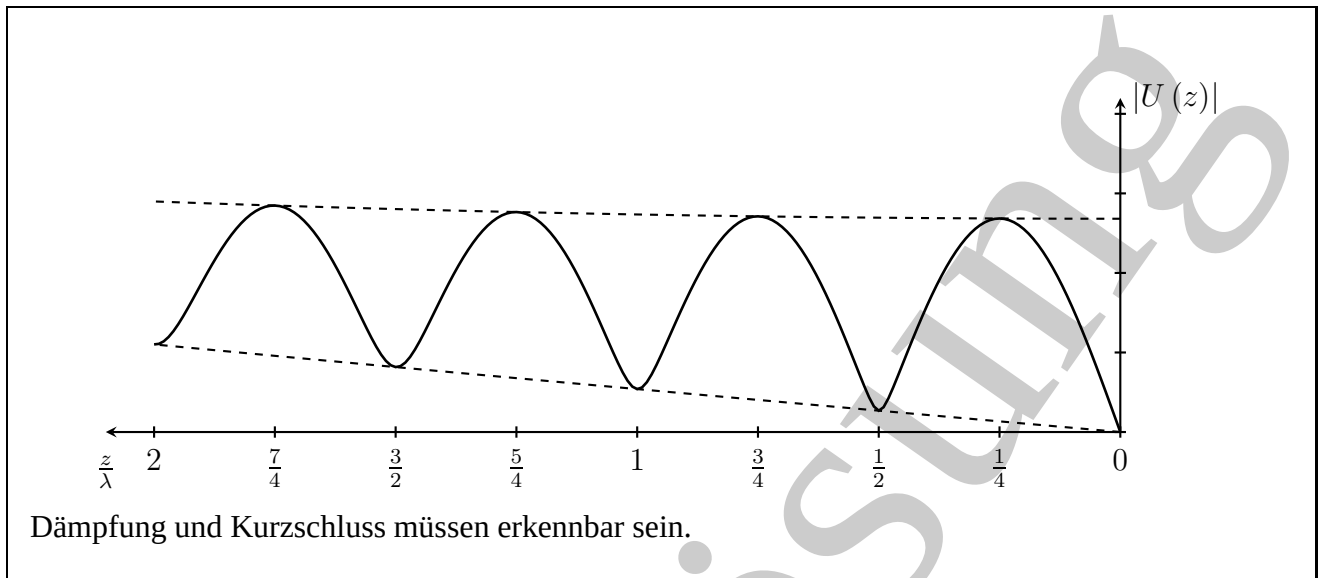
$$\left| \frac{z_{\min}}{\lambda} - \frac{z_{\max}}{\lambda} \right| = 0,25$$

Maximum und Minimum aus a):

$$|U(z)|_{\max} = 1,707 \text{ V}$$

$$|U(z)|_{\min} = 0,293 \text{ V}$$

- c) Skizzieren Sie den Spannungsverlauf auf einer verlustbehafteten kurzgeschlossenen Leitung. Der Kurzschluss befindet sich bei $z = 0$. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen. (2 P.)



- d) Welche Frequenzabhängigkeit weist die Querdämpfung einer Leitung auf und welcher physikalische Effekt ist dafür verantwortlich? (2 P.)



Querdämpfung $\propto \omega$ oder $\propto f$

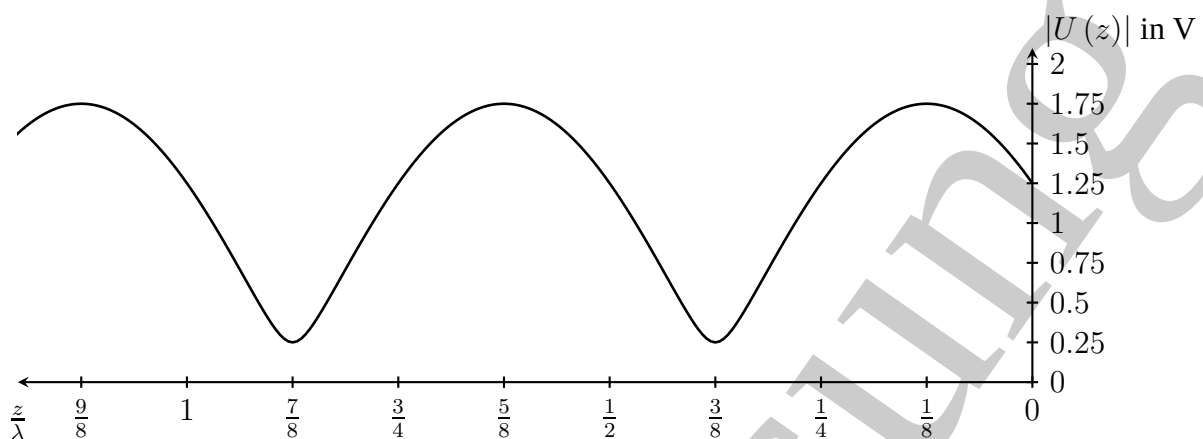
Dielektrische Verluste - Umladungsverluste

- e) Gegeben sei eine kurzgeschlossene, verlustlose Leitung mit $Z_0 = 50 \Omega$ und der Länge $l = \frac{\lambda}{12}$. Bestimmen Sie die Eingangsimpedanz der Leitung. (1 P.)



$$Z_{\text{IN}} = jZ_0 \tan(\beta l) = j28,9 \Omega$$

- f) Gegeben sei der folgende Spannungsverlauf auf einer verlustlosen Leitung mit Wellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Ermitteln Sie Phase (im Bereich $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_L \leq \frac{\pi}{2}$) und Betrag des Reflexionsfaktors der Lastimpedanz, mit der die Leitung an der Stelle $\frac{z}{\lambda} = 0$ abgeschlossen ist. (4 P.)



Bestimmung der Phase des Reflexionsfaktors aus der Phasenbedingung für Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

Aus der Abbildung:

$$\frac{z_{\min}}{\lambda} = \frac{3}{8} + \frac{n}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \frac{\pi}{2}$$

Bestimmung des Betrags des Reflexionsfaktors:

$$\text{VSWR} = \frac{|U(z)|_{\max}}{|U(z)|_{\min}} = \frac{1 + |r_L|}{1 - |r_L|}$$

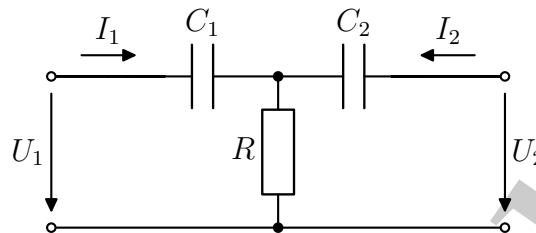
$$|r_L| = \frac{|U(z)|_{\max} - |U(z)|_{\min}}{|U(z)|_{\max} + |U(z)|_{\min}} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Gegeben sei folgendes Zweitor.

a) Bestimmen Sie die Z -Parameter des Zweitors.

(4 P.)

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = R + \frac{1}{j\omega C_1} \\
 Z_{21} &= \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = R \\
 Z_{12} &= \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = R \\
 Z_{22} &= \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = R + \frac{1}{j\omega C_2}
 \end{aligned}$$

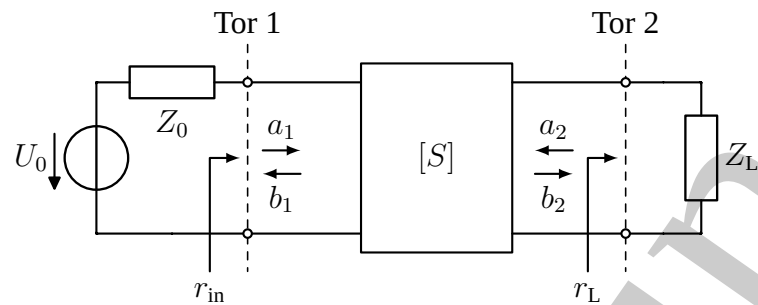
b) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)

Hochpass-Filter

- c) Leiten Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{in} als Funktion von r_{L} und den S -Parametern des folgenden Zweitors her.

(4 P.)



$$b_2 = \frac{a_2}{r_L} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_L} - S_{22}}$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_L} - S_{22}}$$

$$\Rightarrow r_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_L}{1 - S_{22}r_L}$$

d) Geben Sie die S-Parameter eines Zweitors mit folgenden Eigenschaften an:

(3 P.)

- Das Zweitor ist verlustfrei und umkehrbar.
- Ein- und Ausgang reflektieren 20 % der Eingangsleistung.

Begründen Sie ihre Antwort.

$$S_{21} = S_{12}$$

$$S_{11} = S_{22} = \sqrt{0,2} = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447$$

$$S_{21} = \sqrt{1 - 0,2} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0,89$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,447 & 0,89 \\ 0,89 & 0,447 \end{bmatrix}$$

Ergebnis kann auch in dB angegeben werden

$$S_{dB} = \begin{bmatrix} -7 & -1 \\ -1 & -7 \end{bmatrix}$$

e) Geben Sie die S-Parameter einer angepassten verlustfreien Leitung an.

(1 P.)

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{bmatrix}$$

f) Ein Bauteil hat folgende S-Parameter:

(4 P.)

$$S_{\text{dB}} = \begin{bmatrix} -10 & -25 \\ 17 & -10 \end{bmatrix}$$

- Ist das Bauteil umkehrbar?
- Handelt es sich um ein aktives Bauteil?
- Welche Leistung wird von Tor 2 abgegeben, wenn an Tor 1 -3 dBm eingespeist werden. Geben Sie das Ergebnis in W an.

Begründen Sie ihre Antwort.

- Ist das Bauteil umkehrbar?

Nein. $S_{21} \neq S_{12}$

- Handelt es sich um ein aktives Bauteil?

Ja $S_{21} > 0 \text{ dB}$

- Welche Leistung wird von Tor 2 abgegeben, wenn an Tor 1 -3 dBm eingespeist werden. Geben Sie das Ergebnis in W an.

Ausgangsleistung:

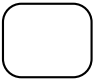
$$P_{\text{out,dB}} = P_{\text{IN,dB}} + S_{21,\text{dB}} = 14 \text{ dBm}$$

In Watt:

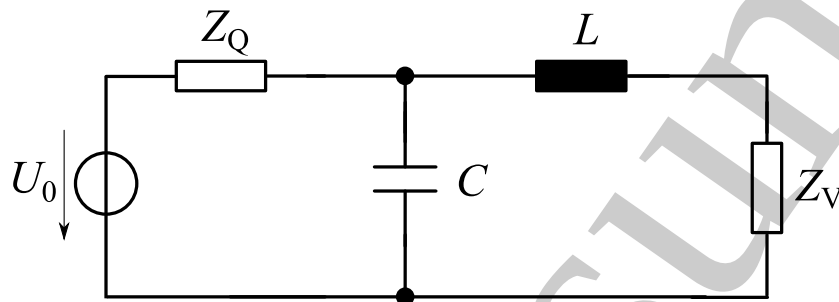
$$P_{\text{out}} = 10^{1,4} \text{ mW} = 25 \text{ mW} = 0,025 \text{ W}$$

Aufgabe 5

(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (75 + j50) \Omega$ so an die Quellimpedanz $Z_Q = (50 + j120) \Omega$ angepasst werden, dass die maximal mögliche Leistung von der Quelle zur Last übertragen wird.



- a) Bestimmen Sie für eine Speisefrequenz von $f = 100 \text{ MHz}$ die Werte für die Elemente L und C des Anpassnetzwerks.

(5 P.)

Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smith-Chart ($Z_B = 50 \Omega$) und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 50\Omega$ und das Smith-Chart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1,5 + j1$$

$$Z_Q/Z_B = 1 + j2,4$$

Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastimpedanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zielimpedanz der Transformation ist $Z_Q^*/Z_B = 1 - j2,4$.

Zunächst werden im Smith-Chart die möglichen Impedanztransformationen durch die beiden Elemente eingezeichnet:

Induktivität L

- Transformation der Lastimpedanz entlang des $R/Z_B = 1,5$ -Kreises im Uhrzeigersinn

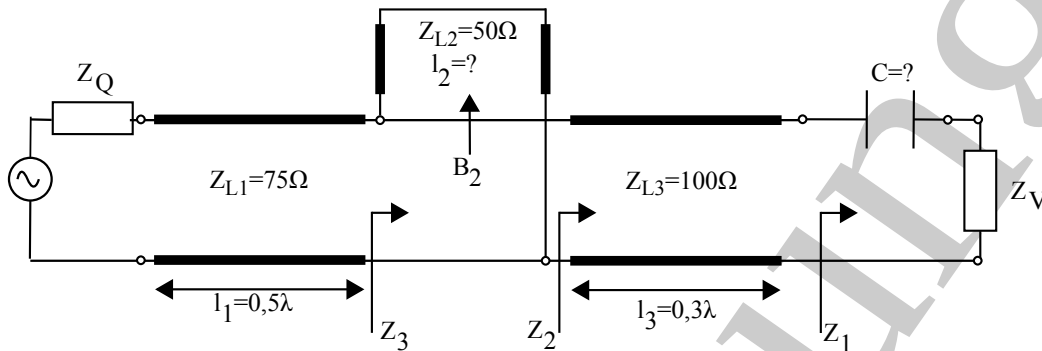
Kapazität C

- Transformation entlang des $G/Z_B = 0,14$ -Kreises im Uhrzeigersinn

Aus dem Schnittpunkt der beiden Kreise ergibt sich:

- Aus dem Diagramm lässt sich $X_L/Z_B \approx 1,9$ ablesen
 $\rightarrow X_L/Z_B = \omega L/Z_B \approx 1,9 \quad \Rightarrow L \approx 151 \text{ nH}$
- Auf Grund der Widerstandsform des Smith-Charts muss der Wert für B_C über eine Hilfskonstruktion durch Spiegelung am Ursprung abgelesen werden: $B_C Z_B \approx 0,635$
 $\rightarrow B_C Z_B = \omega C Z_B \approx 0,635 \quad \Rightarrow C \approx 20 \text{ pF}$

Gegeben sei die unten skizzierte Transformationsschaltung mit veränderlicher Kapazität C und einer Stichleitung mit der variablen Länge l_2 . Die Werte für die übrigen Leitungen können Sie der Schaltung entnehmen. Der Wert der komplexen Quellenimpedanz beträgt $Z_Q = (10 - j40) \Omega$, die Impedanz des Verbrauchers beträgt $Z_V = (150 + j100) \Omega$. Die Betriebsfrequenz der Schaltung ist 500 MHz. Alle Leitungen sind verlustfrei.



- b) Bestimmen Sie die Kapazität C und die Länge der Stichleitung l_2 , so dass der Verbraucher an die Quelle leistungsangepasst ist. Begründen Sie, welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen und beschreiben Sie die einzelnen Transformationsschritte. Der Lösungsweg bzw. die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(12 P.)



Die Leitung 1 ist exakt eine halbe Wellenlänge lang und hat deshalb keine Auswirkung.

Das Smith-Chart wird folglich auf $Z_B = 100 \Omega$ normiert wegen der Transformation von Leitung 3. Prinzipiell können beide Diagrammarten verwendet werden, da sowohl eine serielle Kapazität als auch eine parallele Stichleitung vorkommen. Da Impedanzen gegeben sind, wählen wir die Widerstandsform.

Die Anpassbedingung lautet $Z_3 = Z_Q^*$, da Leitung 1 keine Auswirkung hat.

Einzeichnen von $Z_V/Z_B = (1,5 + j1)$.

Z_1 liegt auf einem R-const Kreis von Z_V aus. In diesem Fall unterhalb von Z_V , da C in Richtung negativer Blindwiderstände transformiert.

Leitung Z_3 dreht den kompletten Kreisbogen um $0,3\lambda \hat{=} 216^\circ$ im Uhrzeigersinn um den Ursprung $\rightarrow Z_2$

Z_V/Z_B wird auf $(0,414 - j0,0408)$ transformiert. Die anderen Werte für Z_2 liegen oberhalb dieses Startpunkts.

Einzeichnen des Zielpunkts $Z_Q^*/Z_B = (0,1 + j0,4)$.

Wegen der parallelen Stichleitung 2 muss Z_3 auf einem G-const-Kreis durch Z_Q^* liegen. Diesen folglich einzeichnen (mittels eines Thales-Kreises, da man sich in Widerstandsform befindet).

Der Schnittpunkt dieses Kreises mit Z_2 ist bei $(0,358 + j0,693)$. Dieser Punkt legt folglich den Transformationsweg eindeutig fest.

Von diesem Punkt ausgehend zeichnet man den m-Kreis der Leitung 3 zurück, um so den genauen Punkt von Z_1 zu finden. Dieser liegt bei $(1,5 - j1,867)$.

Den ganzen Transformationsweg einzeichnen.

Bauteilwerte bestimmen.

Kondensator C :

$$Z_C = jX_C = Z_1 - Z_V$$

$$\rightarrow X_C = (-1,867 - 1) \cdot 100 \Omega = -286,7 \Omega$$

$$\rightarrow C = -\frac{1}{\omega X_C} = 1,11 \text{ pF}$$

Leitungslänge l_2 :

Der Blindleitwert transformiert Z_2 in Z_Q^* . Um B_2 zu bestimmen, liest man zuerst Y_2 und Y_Q^* ab (180° gespiegelt im S.D.). Alternative ist die rechnerische Bestimmung.

$$Y_2 \cdot 100 \Omega = 0,588 - j1,139$$

$$Y_Q^* \cdot 100 \Omega = 0,588 - j2,353$$

$$\text{Somit beträgt } jB_2 \cdot Z_B = (Y_Q^* - Y_2) \cdot Z_B = -j1,214$$

Daraus kann man die Länge von Leitung 2 bestimmen:

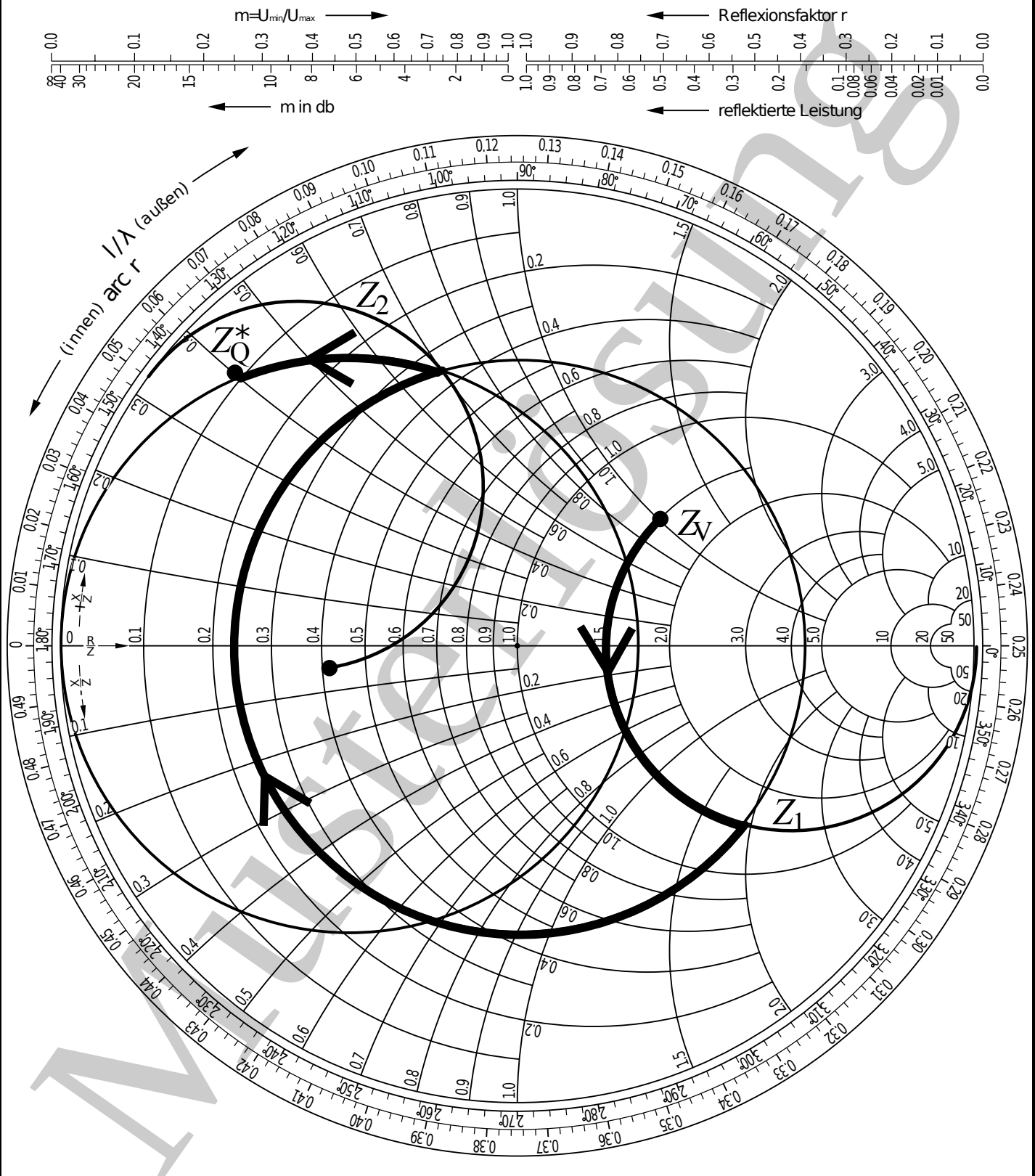
$$jB_2 \cdot Z_{L2} = -j1,214 \frac{50 \Omega}{100 \Omega} = -j0,607 = -j \cot(\beta l_2)$$

$$\rightarrow l_2 = 0,163 \lambda = 9,78 \text{ cm}$$

zugehörige
Aufgabennummer:

2b

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

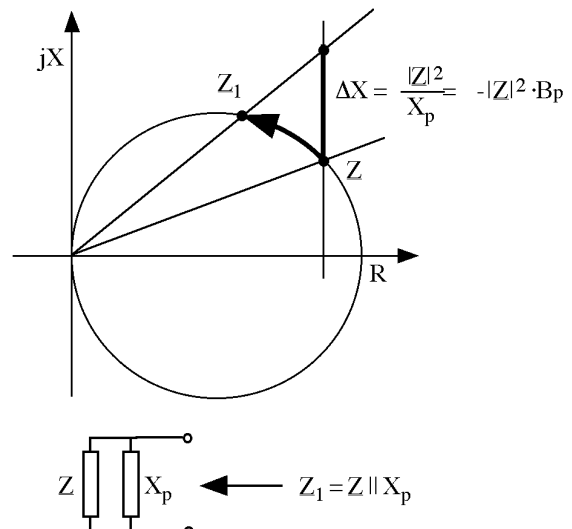


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

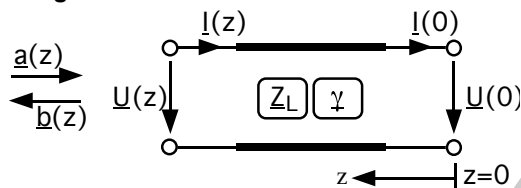
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\gamma l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\gamma l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \quad \alpha=0$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

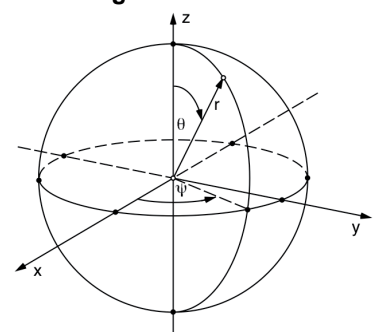
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}