

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	18	17	17	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 28 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

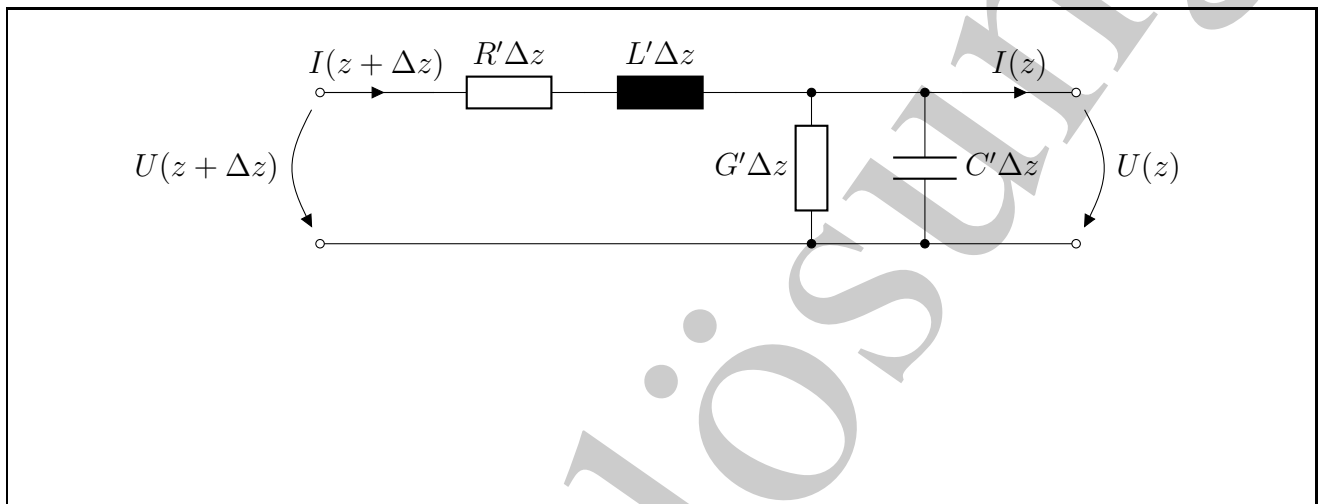
Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

- a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines kurzen Abschnitts Δz einer verlustbehafteten Leitung. Achten Sie auf die korrekte Bezeichnung der Komponenten.

(2 P.)

☐

- b) Für was steht die Abkürzung RADAR?

(1 P.)

☐

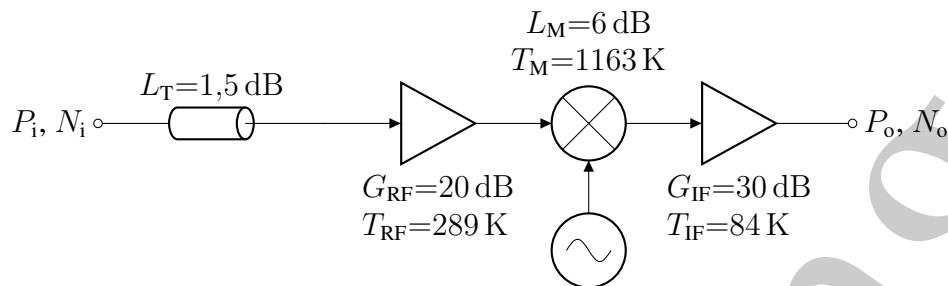
Radio Detection and Ranging

- c) Welche Funktion erfüllt ein Mischer in einem Mikrowellensystem? Mit welcher Art Bauelement kann er realisiert werden?

(2 P.)

☐Frequenzumsetzung
nichtlineare Bauelemente (Diode, Transistor)

Ein Mikrowellenempfänger hat folgende Parameter:



$$P_i = -80 \text{ dBm}$$

$$f = 4 \text{ GHz}$$

$$B = 1 \text{ MHz}$$

$$T_0 = 290 \text{ K (Bezugs- und Umgebungstemperatur)}$$

d) Berechnen Sie das Eingangs-SNR in dB des Mikrowellenempfängers.

(2 P.)



Die Eingangsrauschleistung (Thermisches Rauschen) beträgt:

$$N_i = kBT_0 = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} = -114 \text{ dBm}$$

Somit beträgt das Eingangs-SNR:

$$\frac{P_i}{N_i} = P_{i,\text{dBm}} - N_{i,\text{dBm}} = -80 \text{ dBm} - (-114 \text{ dBm}) = 34 \text{ dB}$$

- e) Berechnen Sie die Gesamtverstärkung und das Ausgangs-SNR in dB des Mikrowellenempfängers.

(5 P.)



Gesamtverstärkung: $G_{\text{sys}} = 42,5 \text{ dB}$

dB-Werte in lineare Werte umrechnen und Rauschtemperaturen berechnen:

$$G_{\text{RF}} = 10^{20/10} = 100 \quad G_{\text{IF}} = 1000 \quad L_{\text{T}} = \frac{1}{G_{\text{T}}} = 1,41 \quad L_{\text{M}} = \frac{1}{G_{\text{M}}} = 4$$

$$T_{\text{M}} = 1163 \text{ K} \quad T_{\text{RF}} = 289 \text{ K} \quad T_{\text{IF}} = 84 \text{ K} \quad T_{\text{e,T}} = (L_{\text{T}} - 1) T_0 = 119,6 \text{ K}$$

Die System-Rauschtemperatur (Leitung, Verstärker, Mischer, Verstärker) ergibt sich zu:

$$T_{\text{sys}} = T_{\text{e,T}} + \frac{T_{\text{RF}}}{1/L_{\text{T}}} + \frac{T_{\text{M}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}} + \frac{T_{\text{IF}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}(1/L_{\text{M}})}$$

$$= 119,6 \text{ K} + 407,5 \text{ K} + 16,4 \text{ K} + 4,7 \text{ K} = 548,2 \text{ K}$$

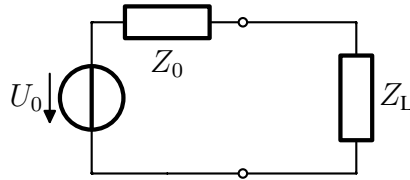
Die gesamte unverstärkte Rauschleistung mit N_i am Ausgang beträgt:

$$N_o = N_i + kBT_{\text{sys}} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} + 7,6 \cdot 10^{-15} \text{ W} = 1,16 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -109,4 \text{ dBm}$$

Damit ergibt sich ein Ausgang-SNR von (die Verstärkung geht nicht mit ein, da Signal und Rauschen gleichermaßen verstärkt werden)

$$\frac{P_o}{N_o} = -80 \text{ dBm} - (-109,4 \text{ dBm}) = 29,4 \text{ dB}$$

Gegeben sei die unten abgebildete Wechselspannungsquelle mit Amplitude $U_0 = 2 \text{ V}$ und einem Innenwiderstand von $Z_0 = 50 \Omega$.



- f) Wie groß ist die Leistung P_0 in mW, die die Quelle bei Leistungsanpassung maximal abgeben kann? (2 P.)

Bei Leistungsanpassung gilt $Z_L = Z_0$. Damit ergibt sich:

$$P_0 = \frac{\left(\frac{U_0}{2\sqrt{2}}\right)^2}{Z_0} = \frac{U_0^2}{8Z_0} = 10 \text{ mW}$$

- g) Die Lastimpedanz Z_L beträgt nun $(20 + j10) \Omega$. Wie groß ist die von Z_L aufgenommene Wirkleistung in mW? (3 P.)

$$r_L = -0,4 + j0,2$$

$$P_L = P_0 (1 - |r_L|^2) = 8 \text{ mW}$$

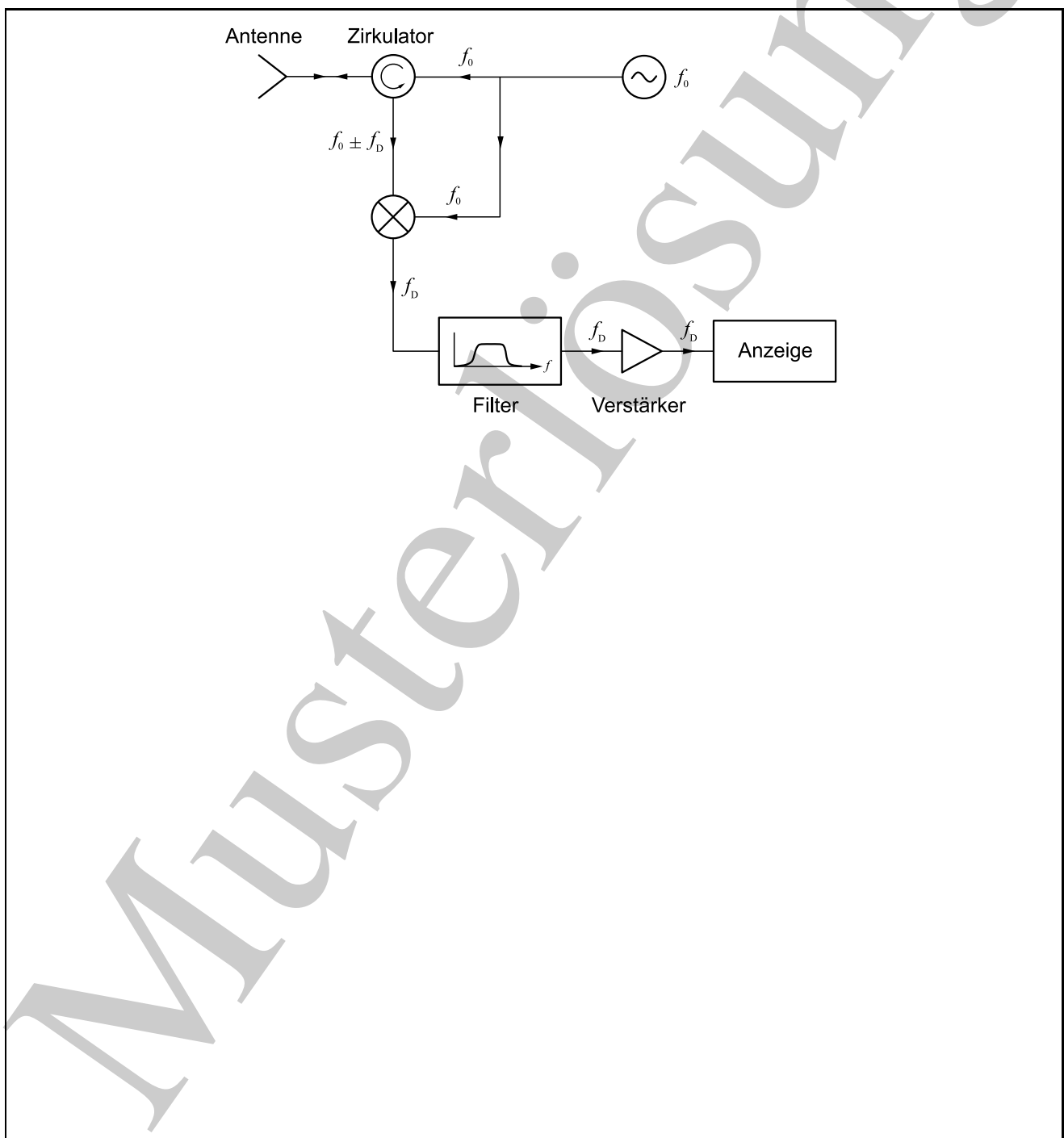
Aufgabe 2

(gesamt 18 Punkte)

Radar☐

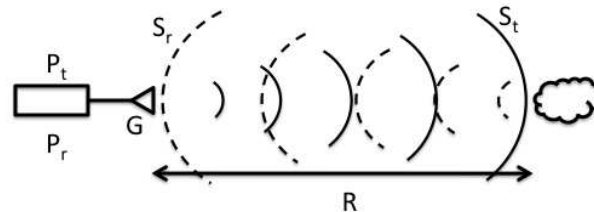
- a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen CW Radars in ein Blockschaltbild und beschriften Sie diese.

(4P.)

☐

- b) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(5 P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_W = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- c) Ein monostatisches FMCW-Radar soll im Automobilbereich bei 77 GHz eingesetzt werden. Die Sendeleistung beträgt $P_{Tx} = 10 \text{ dBm}$ und die minimale Empfangsleistung $P_{Rx} = -115 \text{ dBm}$. Welcher Antennengewinn in dBi wird benötigt, damit ein Automobil mit einem RCS von $\sigma = 10 \text{ m}^2$ in 200 m Entfernung noch detektiert werden kann?

(4P.)



Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f_c} = 3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sendeleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Tx} = \frac{10^{10/10}}{1000} \text{ W} = 0,01 \text{ W}$$

Minimale Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Rx} = \frac{10^{-115/10}}{1000} \text{ W} = 3,16 \cdot 10^{-15} \text{ W}$$

Für die Empfangsleistung P_{Rx} gilt die Radargleichung $P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$.
Da das Radar monostatisch ist, gilt $G_{Tx} = G_{Rx} = G$.

Umstellen der Radargleichung nach dem gesuchten Gewinn G und Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

$$G = \sqrt{\frac{P_{Rx} \cdot (4\pi)^3 \cdot R^4}{P_{Tx} \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{3,16 \cdot 10^{-15} \text{ W} \cdot (4\pi)^3 \cdot (10 \text{ m})^4}{0,01 \text{ W} \cdot (3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 10 \text{ m}^2}} \approx 81,22 \hat{=} 19,1 \text{ dBi}$$

- d) Um welchen Faktor muss der Antennengewinn G vergrößert werden, wenn die maximale Reichweite $R_{\max}$ des Radars doppelt so groß wie ursprünglich ist? Alle anderen Parameter bleiben konstant.

(2 P.)



Da $G \propto \sqrt[2]{R_{\max}^4} = R_{\max}^2$ gilt, ergibt sich aus $R_{\max, \text{neu}} = 2 \cdot R_{\max}$ der neue Gewinn zu $G_{\text{neu}} = 4 \cdot G$. D.h. der neue Gewinn muss um den Faktor 4 größer sein ($G_{\text{neu}} = 324,88 \hat{=} 25,12 \text{ dBi}$).

- e) Ein 24 GHz FMCW-Radar mit einer Bandbreite von $B = 500 \text{ MHz}$ und einer Mess- bzw. Sweepdauer von $T = 2 \text{ ms}$ wird eingesetzt, um Messungen im Medium Luft ($\epsilon_r = 1$) durchzuführen.

(3 P.)



- Wie groß ist die Entfernungsauflösung ΔR des Radars in m?
- Wie groß ist die Dopplerauflösung Δf_D des Radars in Hz?
- Wie lang ist die Laufzeit τ vom Sender zum Empfänger für ein Objekt in 80 m Entfernung?

$$\Delta R = \frac{c_0}{2 \cdot B} = 0,3 \text{ m}$$

$$\Delta f_D = \frac{1}{T} = 500 \text{ Hz}$$

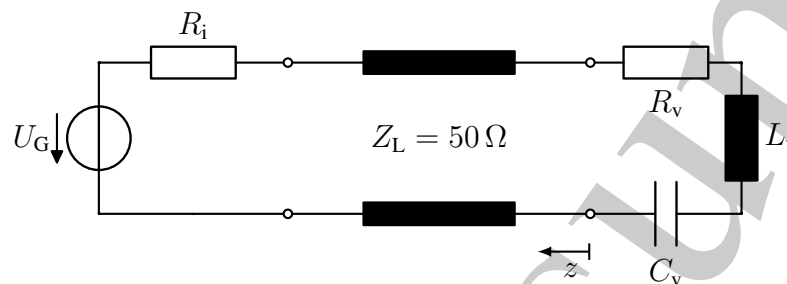
$$\tau = \frac{2R}{c_0} = 533,7 \text{ ns}$$

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung U_G und mit der Frequenz $f_0 = 951,1$ MHz eine komplexe Last über eine verlustlose Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) mit dem Wellenwiderstand Z_L speist. Die Last besteht aus einer Serienschaltung von R_v , L_v und C_v . Die Bauteilwerte sind: $C_v = 4$ pF, $L_v = 7$ nH, $R_v = 100 \Omega$.



- a) Berechnen Sie die komplexe Lastimpedanz und den Reflexionsfaktor r_v

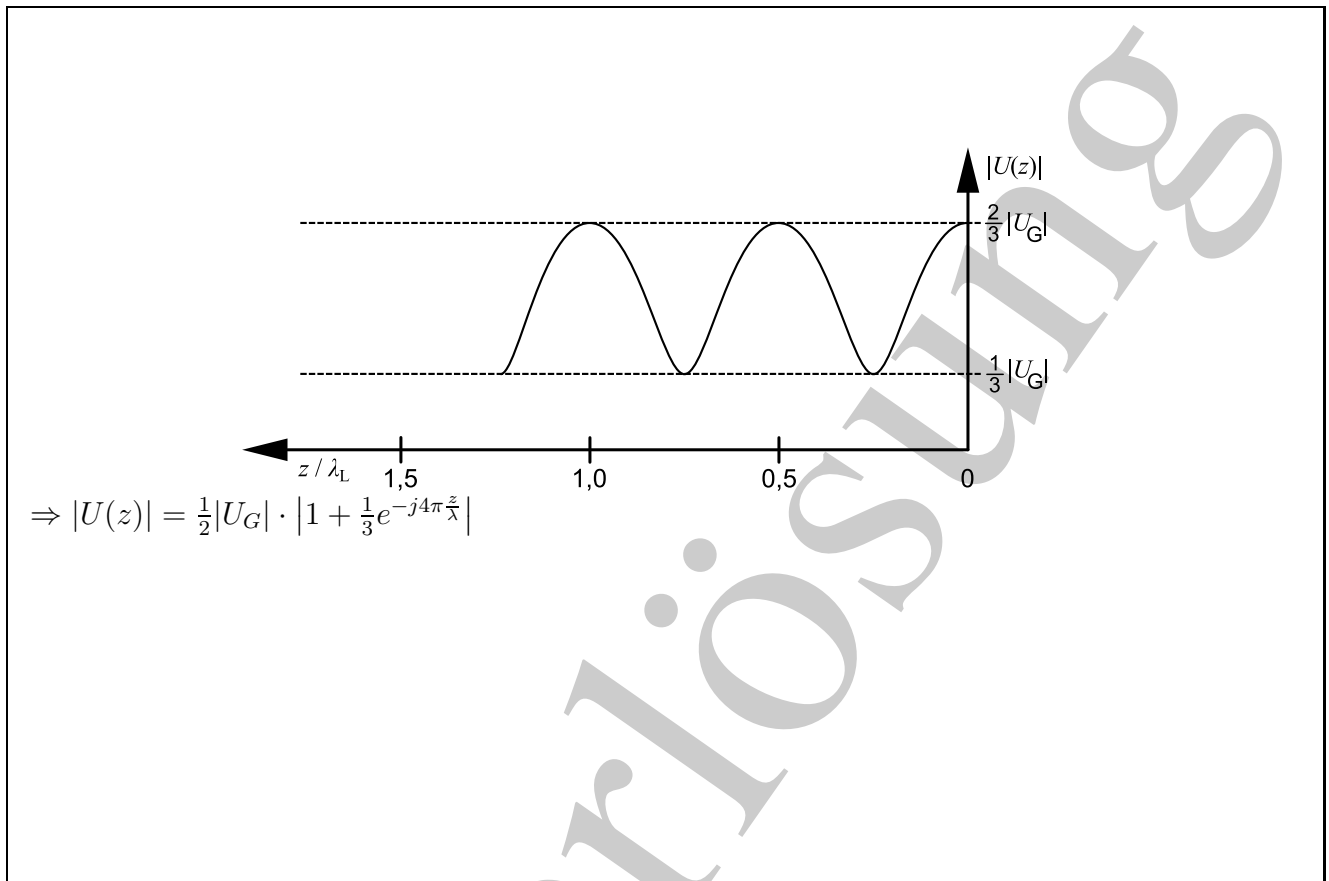
(2 P.)

Bestimmung der Lastimpedanz Z_v :

$$Z_v = R_v + j\omega L_v - j\frac{1}{\omega C_v} = 100 + j0\Omega = 100\Omega$$

$$r_v = \frac{Z_v - Z_L}{Z_v + Z_L} = \frac{1}{3}$$

- b) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Leitung in das dafür vorgesehene Diagramm ein. (4 P.)
Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.



- c) An welcher Stelle tritt das erste Maximum der Einhüllenden auf, wenn sich die Frequenz zu $f_1 = 2f_0$ erhöht? (2 P.)



$$Z_{v2} = R_v + j\omega_1 L_v - j\frac{1}{\omega_1 C_v} = (100 + j62,7) \Omega$$

$$r_{v2} = 0,49e^{j0,5018}$$

$$\varphi_{r_{v2}} = 0,5018 = 0,16\pi$$

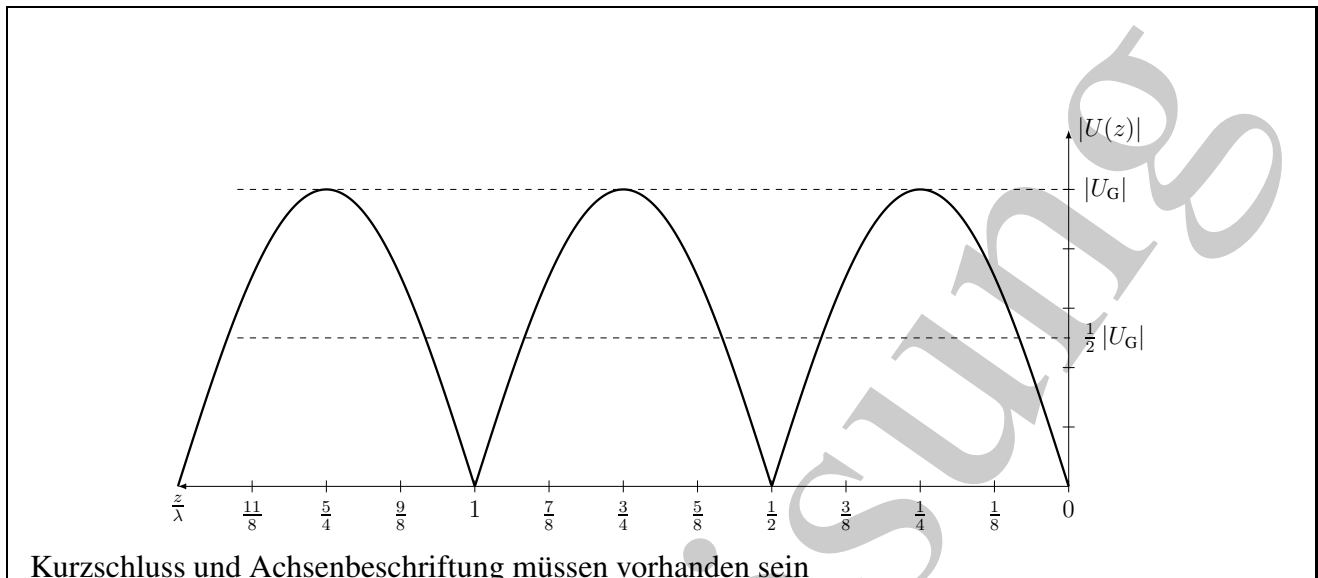
Phasenbed für Maximum

$$\varphi_{r_{v2}} - 2\beta z_{\max} \stackrel{!}{=} 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$0,16\pi - 4\pi \frac{z_{\max}}{\lambda} = 2\pi n$$

$$\frac{z_{\max}}{\lambda} = 0,04$$

- d) Skizzieren Sie den Spannungsverlauf auf einer kurzgeschlossenen Leitung. Der Kurzschluss befindet sich bei $z = 0$. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen und Normierung. (2 P.)



- e) Wie ist die Übernahmefrequenz definiert? (1 P.)



Querdämpfung = Längsdämpfung

- f) Gegeben sei eine am Ende offene, verlustlose Leitung mit $Z_0 = 50 \Omega$ und der Länge $l = \frac{\lambda}{12}$. Bestimmen Sie die Eingangsimpedanz der Leitung sowie den Reflexionsfaktor (bezogen auf 50Ω) am Eingang. (2 P.)



$$Z_{\text{IN}} = -\frac{jZ_0}{\tan(\beta l)} = -j86,6 \Omega$$

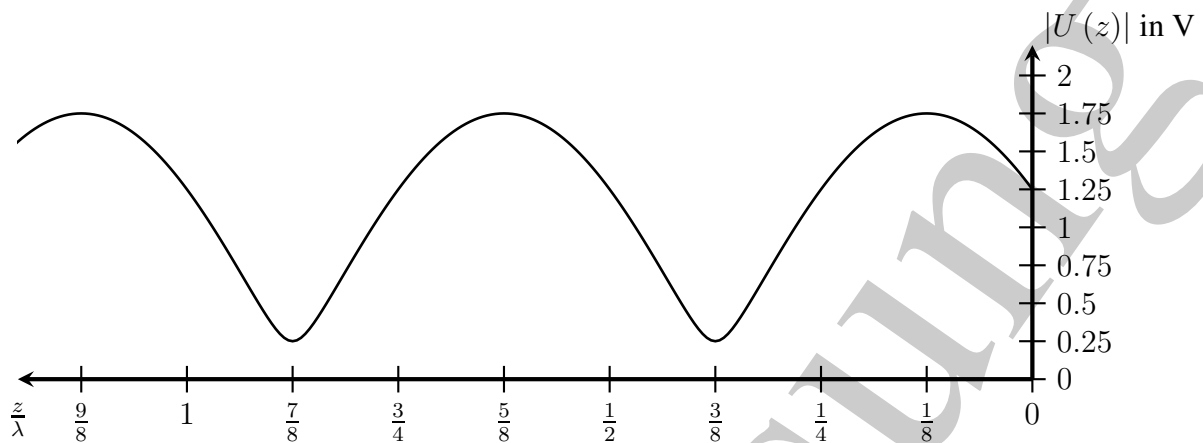
$$r_{\text{IN}} = r_{\text{L}} e^{-2\gamma l} = r_{\text{L}} e^{-2\frac{j2\pi}{\lambda} l} \Big|_{\alpha=0}$$

$$r_{\text{L}} = 1$$

$$\rightarrow r_{\text{IN}} = e^{-j\frac{4\pi}{12}} = 0,5000 - j0,8660$$

oder über die normale Formel für den Reflexionsfaktor

- g) Gegeben sei der folgende Spannungsverlauf auf einer verlustlosen Leitung mit Wellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Ermitteln Sie Phase (im Bereich $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_L \leq \frac{\pi}{2}$) und Betrag des Reflexionsfaktors der Lastimpedanz, mit der die Leitung an der Stelle $\frac{z}{\lambda} = 0$ abgeschlossen ist. (4P.)



Bestimmung der Phase des Reflexionsfaktors aus der Phasenbedingung für Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

Aus der Abbildung:

$$\frac{z_{\min}}{\lambda} = \frac{3}{8} + \frac{n}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \frac{\pi}{2}$$

Bestimmung des Betrags des Reflexionsfaktors:

$$\text{VSWR} = \frac{|U(z)|_{\max}}{|U(z)|_{\min}} = \frac{1 + |r_L|}{1 - |r_L|}$$

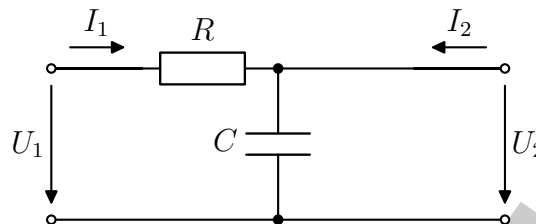
$$|r_L| = \frac{|U(z)|_{\max} - |U(z)|_{\min}}{|U(z)|_{\max} + |U(z)|_{\min}} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Gegeben sei folgendes Zweitor.

a) Bestimmen Sie die $ABCD$ -Parameter des Zweitors.

(6 P.)

Lösung über Impedanzmatrix und Umrechnung.

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = R + \frac{1}{j\omega C} \\
 Z_{21} &= \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{j\omega C} \\
 Z_{12} &= \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{j\omega C} \\
 Z_{22} &= \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{1}{j\omega C}
 \end{aligned}$$

Umrechnung mithilfe der Formelsammlung:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = 1 + j\omega RC \\
 B &= \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12}}{Z_{21}} = R \\
 C &= \frac{1}{Z_{21}} = j\omega C \\
 D &= \frac{Z_{22}}{Z_{12}} = 1 \\
 [A] &= \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & R \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

- b) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)



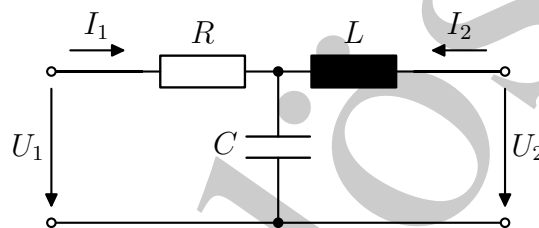
Tiefpass-Filter

- c) Berechnen Sie den Parameter D der $ABCD$ -Matrix der folgenden Schaltung. Die $ABCD$ -Matrix einer seriellen Spule ist

(2 P.)



$$[A_L] = \begin{pmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



Mit $[A_a]$ aus der Aufgabe a) und $[A_L]$

$$\begin{aligned} [A_{\text{ges}}] &= [A_a][A_L] \\ &= \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & R \\ j\omega C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + j\omega RC & j\omega L + R \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ausreichend:

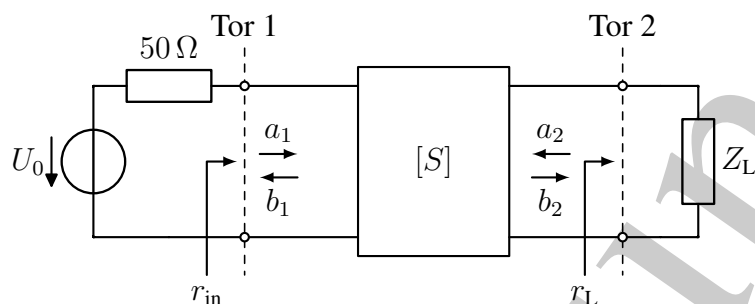
$$\begin{aligned} D_{\text{ges}} &= C_a B_L + D_a D_L \\ &= -\omega^2 LC + 1 \end{aligned}$$

- d) Berechnen Sie r_{in} und Z_{in} der folgenden Schaltung. Die Lastimpedanz beträgt $Z_L = 100 \Omega$.
Das Zweitor folgende Matrix mit Bezug 50Ω :

(4P.)



$$S = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,02 \\ 15 & 0 \end{bmatrix}$$



$$r_L = \frac{1}{3}$$

$$r_{\text{in}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_L}{1 - S_{22}r_L}$$

$$= S_{11} + S_{12}S_{21}r_L \quad \text{da } S_{22} = 0$$

$$r_{\text{in}} = 0,2$$

$$Z_{\text{in}} = \frac{1 + r_{\text{in}}}{1 - r_{\text{in}}} Z_0$$

$$= 75 \Omega$$

e) Geben Sie die S-Parameter eines Zweitors mit folgenden Eigenschaften an:

(4P.)

- Das Zweitor ist verlustfrei.
- Der Eingang (Tor 1) reflektiert 10 % der Eingangsleistung.
- 70 % der an Tor 2 eingespeisten Leistung wird an Tor 1 abgegeben.

Begründen Sie ihre Antwort.

$$S_{11} = \sqrt{0,1} = 0,32$$

$$S_{21} = \sqrt{1 - 0,1} = 0,95$$

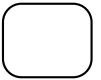
$$S_{12} = \sqrt{0,7} = 0,84$$

$$S_{22} = \sqrt{1 - 0,7} = 0,55$$

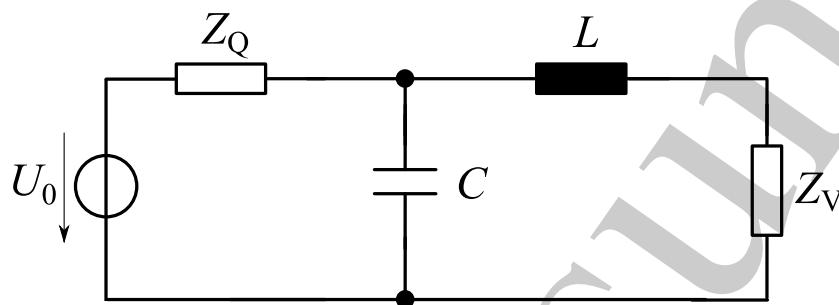
$$S = \begin{bmatrix} 0,32 & 0,84 \\ 0,95 & 0,55 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 5

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (150 + j100) \Omega$ so an die Quellimpedanz $Z_Q = (100 + j240) \Omega$ angepasst werden, dass die maximal mögliche Leistung von der Quelle zur Last übertragen wird.



- a) Bestimmen Sie für eine Speisefrequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ die Werte für die Elemente L und C des Anpassnetzwerks.

(5 P.)

Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart ($Z_B = 100 \Omega$) und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 100 \Omega$ und das Smithchart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1,5 + j1$$

$$Z_Q/Z_B = 1 + j2,4$$

Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastimpedanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zielimpedanz der Transformation ist $Z_Q^*/Z_B = 1 - j2,4$.

Zunächst werden im Smith-Chart die möglichen Impedanztransformationen durch die beiden Elemente eingezeichnet:

Induktivität L

- Transformation der Lastimpedanz entlang des $R/Z_B = 1,5$ -Kreises im Uhrzeigersinn

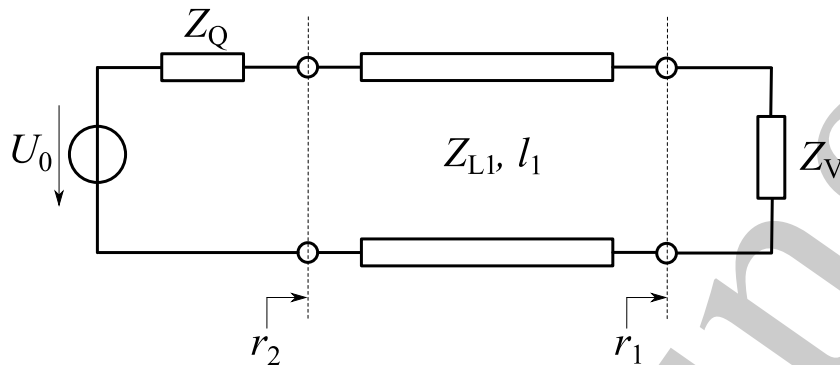
Kapazität C

- Transformation entlang des $G/Z_B = 0,14$ -Kreises im Uhrzeigersinn

Aus dem Schnittpunkt der beiden Kreise ergibt sich:

- aus dem Diagramm lässt sich $X_L/Z_B \approx 1,9$ ablesen
- damit ergibt sich: $X_L/Z_B = \omega L/Z_B \approx 1,9 \Rightarrow L \approx 302,39 \mu\text{H}$
- aufgrund der Widerstandsform des Smith-Charts muss der Wert für B_C über eine Hilfskonstruktion durch Spiegelung am Ursprung abgelesen werden: $B_C Z_B \approx 0,635$
- es ergibt sich: $B_C Z_B = \omega C Z_B \approx 0,635 \Rightarrow C \approx 10,11 \text{ nF}$

Gegeben sei das abgebildete Netzwerk, das aus einer Lastimpedanz $Z_V = 500 \Omega$, einer Quellimpedanz $Z_Q = 20 \Omega$ und einer Anpassleitung mit $Z_{L1} = 100 \Omega$ und $l_1 = \lambda/4$ besteht.



- b) Wählen Sie eine geeignete Bezugsimpedanz und zeichnen Sie die normierte Start- & Zielimpedanz sowie die Impedanztransformation durch die Anpassleitung in ein Smithdiagramm ein. Bestimmen Sie aus dem Smithdiagramm die Reflexionsfaktoren r_1 und r_2 . (4P.)

Bezugsimpedanz: $Z_B = Z_{L1} = 100 \Omega$

Normieren:

$$Z_V/Z_B = 5$$

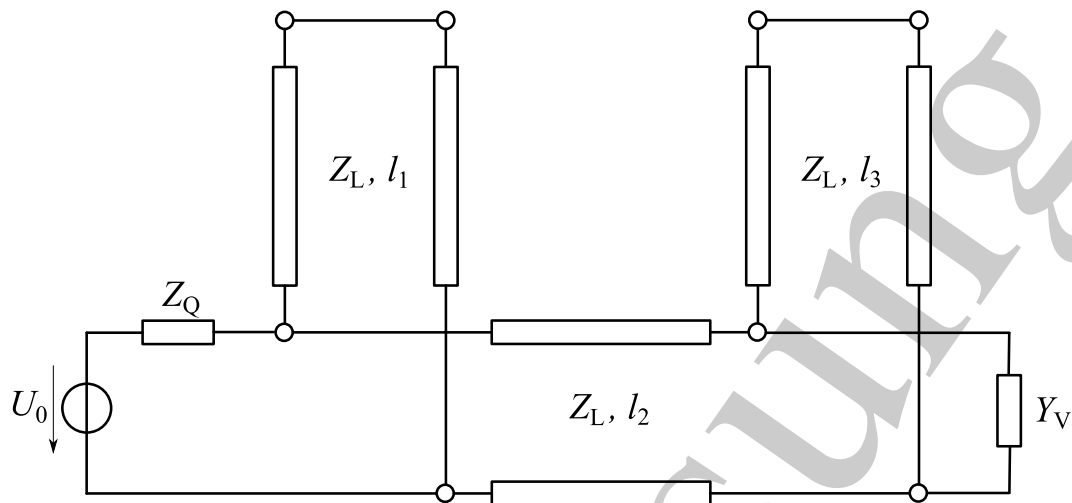
$$Z_Q/Z_B = 0,2$$

Durch Ablesen aus dem Smithchart ergibt sich

$$r_1 = \frac{2}{3}$$

$$r_2 = -\frac{2}{3}$$

Die unten gezeigte Leitungsanordnung wird dazu genutzt, die Lastadmittanz $Y_V = (0,01 - j0,006) \text{ S}$ an den Quellwiderstand $Z_Q = 250 \Omega$ anzupassen. Die kurzgeschlossenen Stichleitungen besitzen die Längen $l_1/\lambda = 0,3475$ und $l_3/\lambda = 0,134$. Alle drei Leitungen weisen einen Wellenwiderstand $Z_L = 100 \Omega$ auf.



- c) Bestimmen Sie mithilfe des Smithcharts die Länge l_2/λ , sodass die Lastadmittanz optimal an den Quellwiderstand angepasst ist. Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(7P.)



Für die Lösungsskizze wird aufgrund der parallelen Stichleitungen das Smithchart in Leitwertform gewählt. Aufgrund des Wellenwiderstands $Z_L = 100 \Omega$ der Leitungen wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 100 \Omega$ gewählt. Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastadmittanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zieladmittanz der Transformation ist Y_Q^* . Dementsprechend ergibt sich

$$Y_V Z_B = 1 - j0,6$$

$$Y_Q^* Z_B = 0,4$$

1. Transformation durch Leitung 3

- Leitung 3 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_3/\lambda = 0,134$, erhält man $B_{L3} Z_B \approx -0,89$
- die Lastadmittanz Y_V wird dementsprechend auf dem $GZ_B = 1$ -Kreis gegen den Uhrzeigersinn transformiert

2. Transformation durch Leitung 1

- Leitung 1 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_1/\lambda = 0,3475$, erhält man $B_{L1} Z_B \approx 0,7$
- durch Bewegung entlang des $GZ_B = 0,4$ -Kreises kann auf diese Weise die Admittanz am Eingang von Leitung 2 ermittelt werden

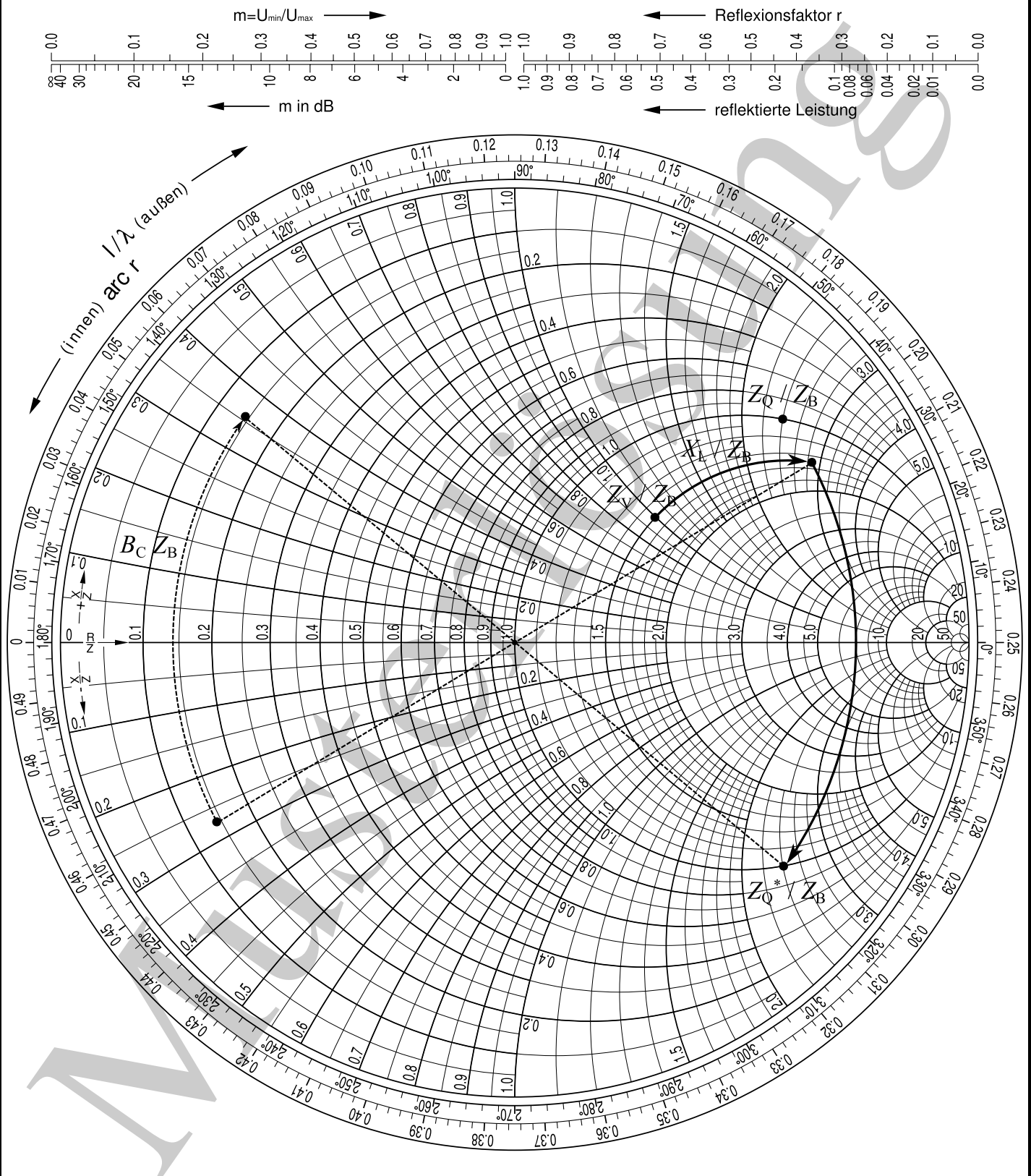
3. Transformation durch Leitung 2

- die beiden in den vorherigen Schritten ermittelten Admittanzen werden durch eine Leitungstransformation auf dem $|r| = 0,59$ -Kreis ineinander überführt
- auf der äußeren Skala des Smithcharts kann die zugehörige Leitungslänge $l_2/\lambda \approx 0,069$ abgelesen werden

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

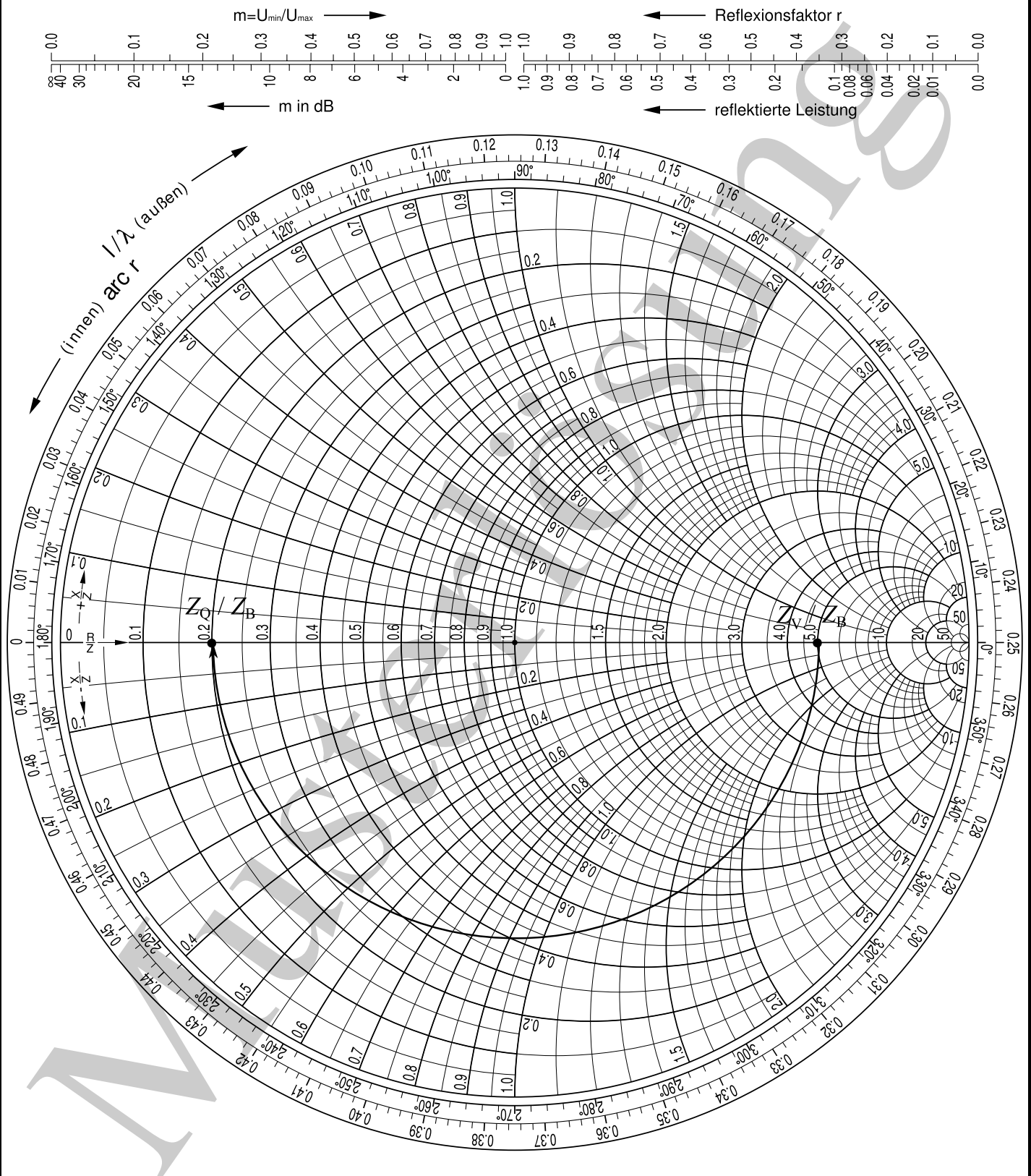
Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

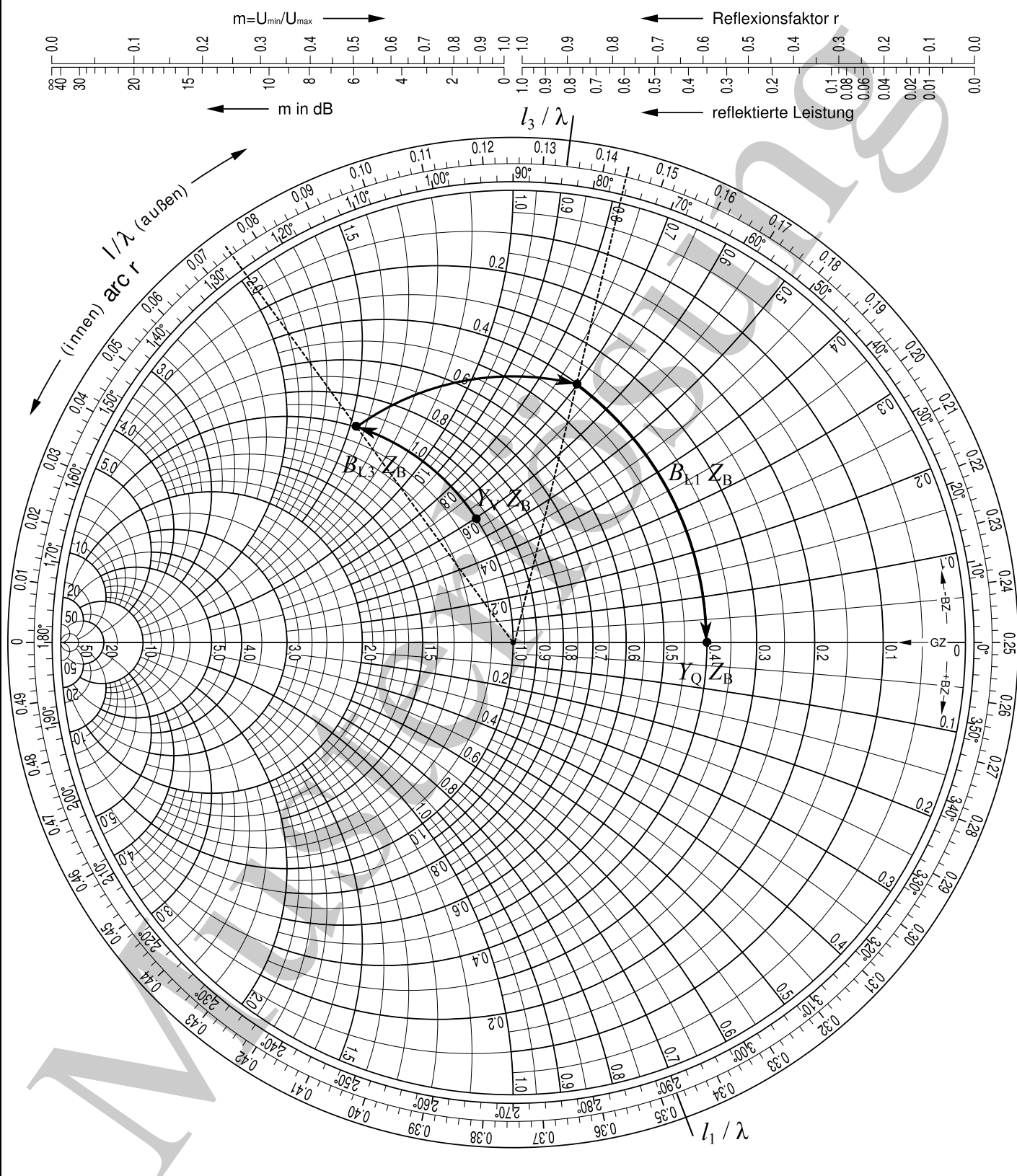
Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5c

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

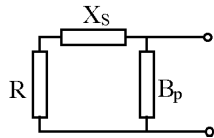
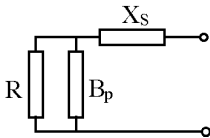
Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

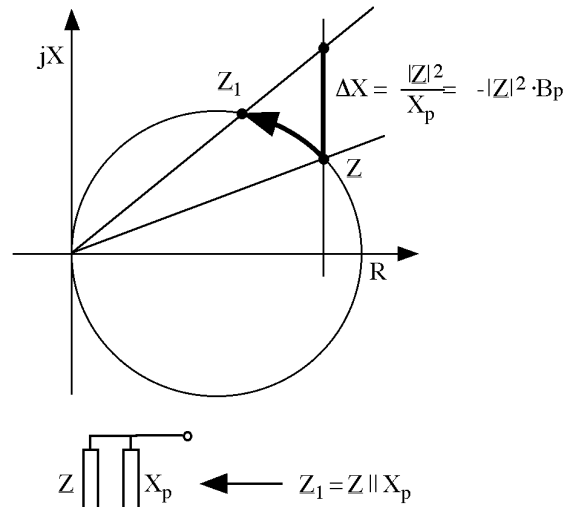
$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

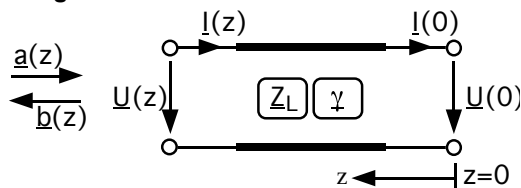


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$
 Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$
 krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\gamma l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\gamma l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \quad \alpha=0$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

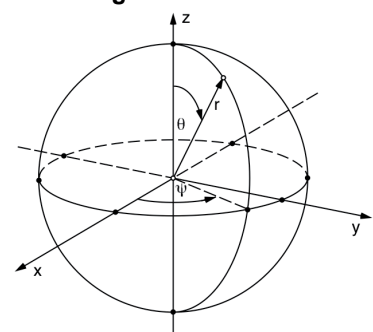
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}