

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite.
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen.

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	18	18	16	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



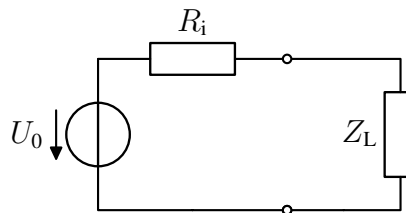
1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter und grüner Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 32 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

Gegeben sei die unten abgebildete Schaltung, aus einer Wechselspannungsquelle mit Amplitude $U_0 = 3\text{ V}$ und einem Innenwiderstand von $R_i = 50\ \Omega$ sowie einer Lastimpedanz Z_L .



- a) Welche Bedingung muss für Z_L erfüllt sein, damit Leistungsanpassung herrscht? Wie groß ist die Leistung P_0 in mW, die die Quelle bei Leistungsanpassung an die Lastimpedanz abgibt?

(2 P.)

☐

Leistungsanpassung: $Z_L = R_i$ (1 Punkt)

$$U_L = \frac{Z_L}{R_i + Z_L} U_0 = \frac{U_0}{2}$$

$$P_0 = \frac{U_L^2}{2Z_L} = \frac{U_0^2}{8R_i} = 22,5\text{ mW} \quad (1\text{ Punkt})$$

- b) Die Lastimpedanz Z_L beträgt nun $(20 + j10)\ \Omega$. Wie groß ist die von Z_L aufgenommene Wirkleistung in mW?

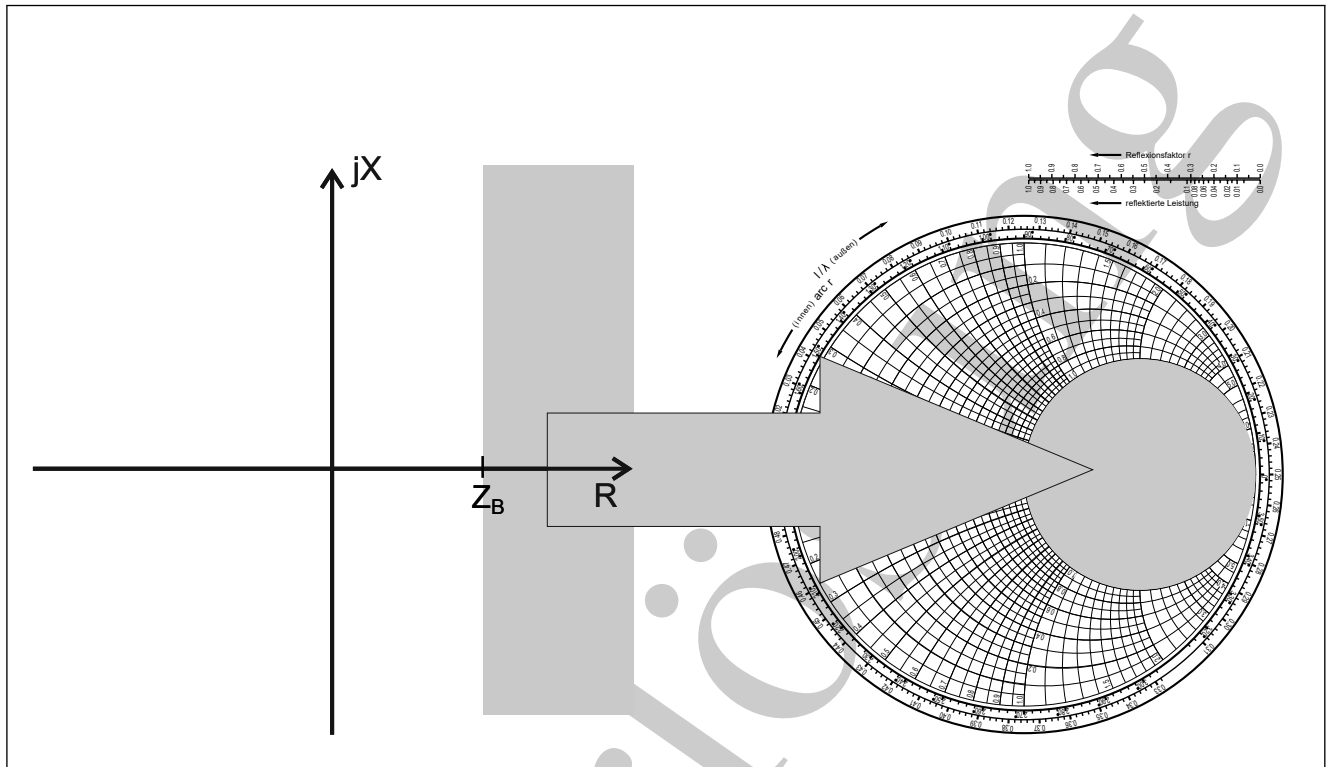
(2 P.)

☐

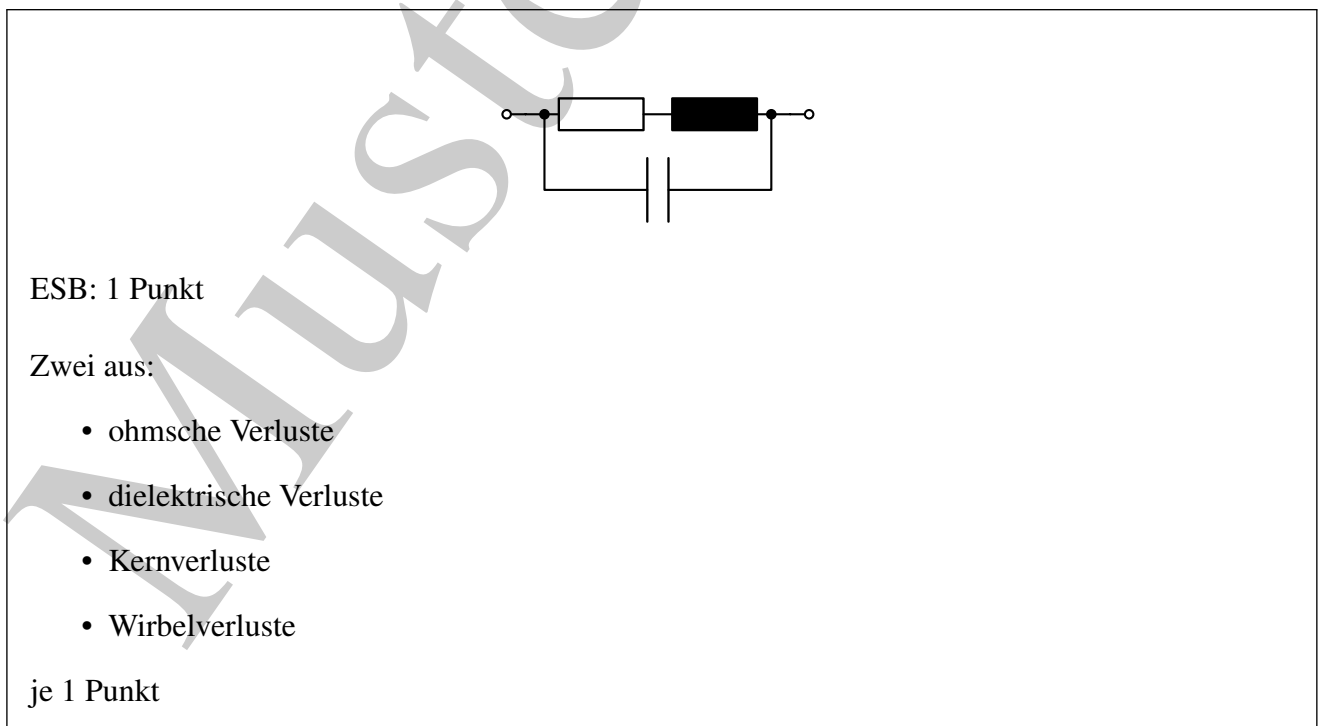
$$r_L = -0,4 + j0,2$$

$$P_L = P_0(1 - |r|^2) = 18\text{ mW}$$

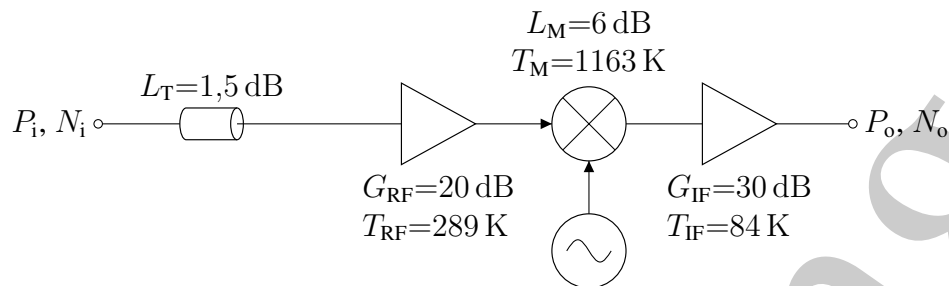
- c) Markieren Sie im Smithdiagramm den in der Widerstandsebene ($Z_B = 50 \Omega$) markierten Bereich. (2 P.)



- d) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild einer Spule. Nennen Sie zwei mögliche Ursachen für Verluste in der Spule. (3 P.)



Ein Mikrowellenempfänger hat folgende Parameter:



$$P_i = -80 \text{ dBm}$$

$$f = 4 \text{ GHz}$$

$$B = 1 \text{ MHz}$$

$$T_0 = 290 \text{ K (Bezugs- und Umgebungstemperatur)}$$

e) Berechnen Sie das Eingangs-SNR in dB des Mikrowellenempfängers.

(2 P.)

Die Eingangsrauschleistung (Thermisches Rauschen) beträgt:

$$N_i = kBT_0 = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} = -114 \text{ dBm}$$

Somit beträgt das Eingangs-SNR:

$$\frac{P_i}{N_i} = P_{i,\text{dBm}} - N_{i,\text{dBm}} = -80 \text{ dBm} - (-114 \text{ dBm}) = 34 \text{ dB}$$

f) Berechnen Sie das Ausgangs-SNR des Mikrowellenempfängers in dB.

(6 P.)



dB-Werte in lineare Werte umrechnen und Rauschtemperaturen berechnen:

$$G_{\text{RF}} = 10^{20/10} = 100 \quad G_{\text{IF}} = 1000 \quad L_{\text{T}} = \frac{1}{G_{\text{T}}} = 1,41 \quad L_{\text{M}} = \frac{1}{G_{\text{M}}} = 4$$

$$T_{\text{M}} = 1163 \text{ K} \quad T_{\text{RF}} = 289 \text{ K} \quad T_{\text{IF}} = 84 \text{ K} \quad T_{\text{e,T}} = (L_{\text{T}} - 1) T_0 = 119,6 \text{ K}$$

Die System-Rauschtemperatur (Leitung, Verstärker, Mischer, Verstärker) ergibt sich zu:

$$T_{\text{sys}} = T_{\text{e,T}} + \frac{T_{\text{RF}}}{1/L_{\text{T}}} + \frac{T_{\text{M}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}} + \frac{T_{\text{IF}}}{(1/L_{\text{T}})G_{\text{RF}}(1/L_{\text{M}})}$$

$$= 119,6 \text{ K} + 407,5 \text{ K} + 16,4 \text{ K} + 4,7 \text{ K} = 548,2 \text{ K}$$

Die gesamte unverstärkte Rauschleistung mit N_i am Ausgang beträgt:

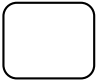
$$N_o = N_i + kBT_{\text{sys}} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ W} + 7,6 \cdot 10^{-15} \text{ W} = 1,16 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -109,4 \text{ dBm}$$

Damit ergibt sich ein Ausgang-SNR von (die Verstärkung geht nicht mit ein, da Signal und Rauschen gleichermaßen verstärkt werden)

$$\frac{P_o}{N_o} = -80 \text{ dBm} - (-109,4 \text{ dBm}) = 29,4 \text{ dB}$$

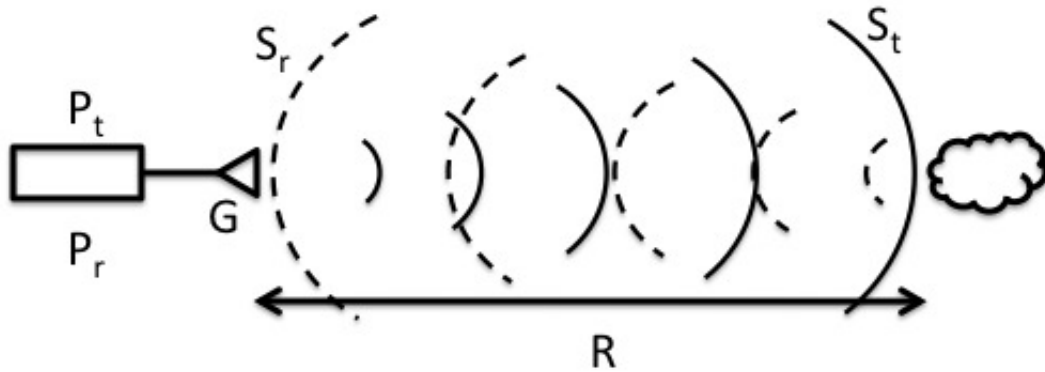
Aufgabe 2

(gesamt 18 Punkte)

Radar

- a) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- b) Ein monostatisches FMCW-Radar soll im Automobilbereich bei 77 GHz eingesetzt werden. Die Sendeleistung beträgt $P_{Tx} = 10 \text{ dBm}$ und der Gewinn von Sende- und Empfangsantenne $G = 15 \text{ dBi}$. Welchen Radarrückstreuquerschnitt (RCS) σ muss ein Objekt in einer Entfernung von 100 m mindestens aufweisen, wenn das Radar eine minimale Empfangsleistung von $P_{Rx} = -120 \text{ dBm}$ benötigt? Geben Sie das Ergebnis zusätzlich in dBm^2 an.

(4 P.)



Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f_c} = 3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sendeleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Tx} = \frac{10^{10/10}}{1000} \text{ W} = 10^{-2} \text{ W}$$

Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Rx} = \frac{10^{-120/10}}{1000} \text{ W} = 10^{-15} \text{ W}$$

Gewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{15/10} = 31,62$$

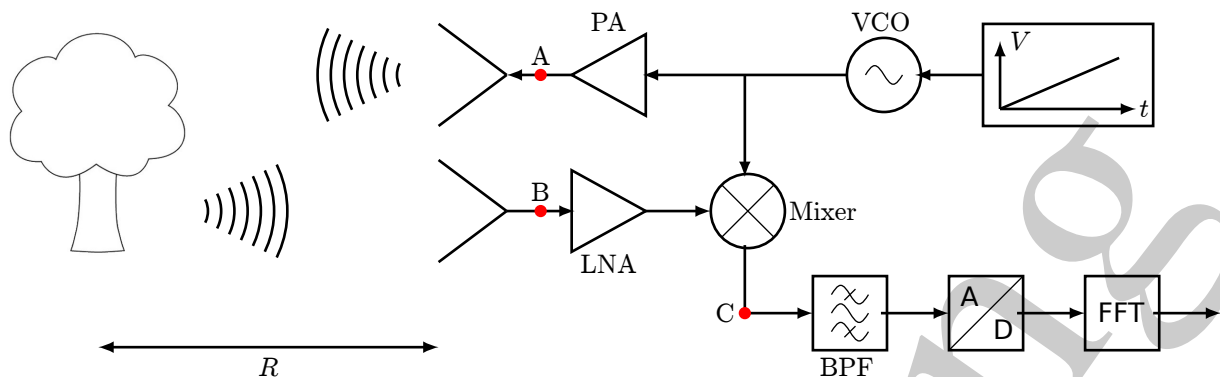
Für die Empfangsleistung P_{Rx} gilt die Radargleichung $P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$, wobei $G_{Tx} = G_{Rx} = G$ gilt, da ein monostatisches Radar eingesetzt wird.

Umstellen der Radargleichung nach dem gesuchten Radarrückstreuquerschnitt σ und Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

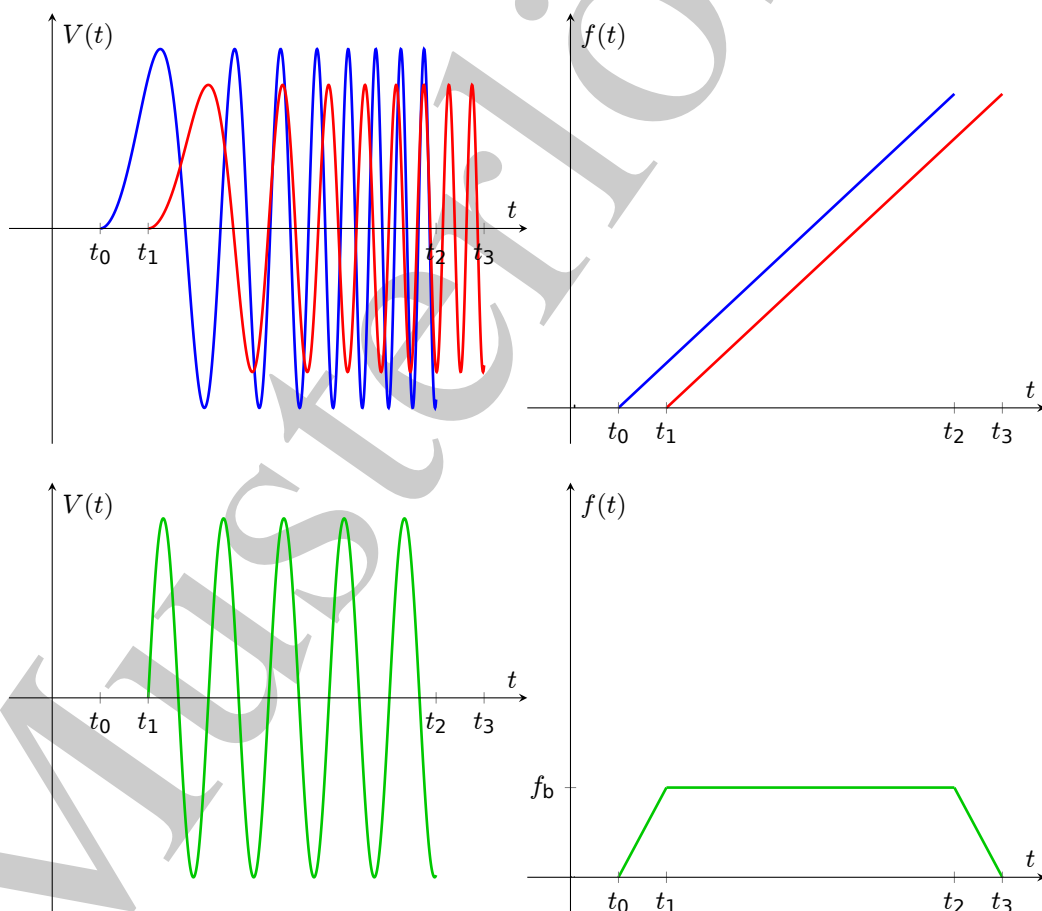
$$\sigma_{\min} = \frac{P_{Rx} \cdot (4\pi)^3 \cdot R^4}{P_{Tx} \cdot G^2 \cdot \lambda^2} = \frac{10^{-15} \text{ W} \cdot (4\pi)^3 \cdot (100 \text{ m})^4}{10^{-2} \text{ W} \cdot 31,62^2 \cdot (3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} \approx 1,31 \text{ m}^2 \hat{=} 1,17 \text{ dBm}^2$$

c)

(6 P.)



Ein FMCW-Radar sendet ein Signal aus, das an einem stationärem Objekt reflektiert wird und wieder zum Radar zurückkehrt. Skizzieren Sie den Signal- und Frequenzverlauf einer Aufwärtsrampe an den Punkten A, B & C über der Zeit t in die dafür vorgesehenen Diagramme. Markieren und beschriften Sie die jeweiligen Zeitpunkte am Beginn und Ende der Sende- & Empfangsrampe, sowie die *beat frequency* f_b .



- | | |
|--|--|
| 1 Punkt: ansteigende Frequenz bei A & B. | 1 Punkt: kleinere Amplitude von B gegenüber A. |
| 1 Punkt: Zeitversatz B gegenüber A. | 1 Punkt: konstante Frequenz bei C. |
| 1 Punkt: Beschriftung Zeitpunkte. | 1 Punkt: Beschriftung f_b |

- d) Welche Signalgröße wird bei einem FMCW-Radar zur Ermittlung der Zielentfernung gemessen? Leiten Sie die Beziehung zwischen dieser Größe und der Entfernung des Ziels R her. Die Zwischenschritte müssen nachvollziehbar sein.

(4P.)



Gemessen wird die Frequenzdifferenz/Zwischenfrequenz/*beat frequency* zwischen Sende- und Empfangssignal. Diese steht über die Steigung der Rampe in Beziehung zur Laufzeit des Signals τ :

$$\frac{B}{T} = \frac{f_b}{\tau}$$

Das ausgesendete Signal bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit c_0 zum Objekt und wieder zurück.

$$c_0 = \frac{2R}{\tau}$$

Nach Umstellen, erhält man:

$$R = \frac{c_0 T f_b}{2B}$$

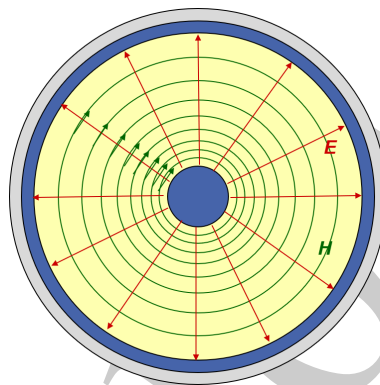
Aufgabe 3

(gesamt 18 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen☐

- a) Skizzieren Sie die Feldlinien (E- und H-Feld) der Grundmode in einer Koaxialleitung.

(2 P.)

☐

Jeweils 1 Punkt für E- und H-Feld

- b) Welche Mode wird in einer Koaxialleitung im Allgemeinen verwendet? Gibt es eine maximale Frequenz bei der eine Koaxialleitung verwendet werden kann? Begründen Sie ihre Antwort!

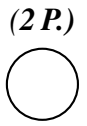
(2 P.)

☐

In einer Koaxialleitung nutzt man den TEM-Mode (1 Punkt). Die maximale Frequenz, bei der die Leitung verwendet werden kann, ist die Grenzfrequenz des TE₁₁-Modes (1 Punkt). Darüber kann sich der TE₁₁ Mode ausbreiten. Wenn sich beide Moden ausbreiten, verändern sich die Eigenschaften wie Anpassung, Verluste, Impedanz.

$$f_G = \frac{1}{2\pi(r_a - r_i)\sqrt{\mu\epsilon}}$$

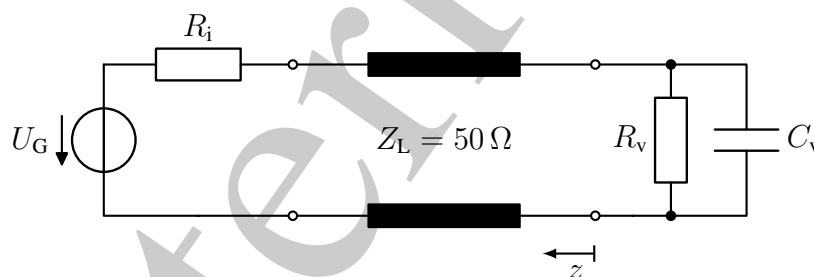
- c) Wie ist die Übernahmefrequenz definiert? Welcher Verlustmechanismus dominiert oberhalb dieser Frequenz? (2 P.)



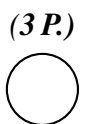
Übernahmefrequenz: Querdämpfung = Längsdämpfung (1 Punkt).

Für $f > f_{\text{Ü}}$ dominieren die dielektrischen Verluste da $\propto \omega$ im Vergleich zu $\propto \sqrt{\omega}$ beim Skin-Effekt (1 Punkt).

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung $U_G = 1 \text{ V}$ und mit der Frequenz $f_0 = 1 \text{ GHz}$ eine komplexe Last über die oben dimensionierte Mikrostreifenleitung mit dem Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ speist. Die Last besteht aus einer Kapazität mit $C_v = 15 \text{ pF}$ und einem Parallelwiderstand $R_v = 10 \Omega$.



- d) Berechnen Sie den Reflexionsfaktor r_v und das Stehwellenverhältnis auf der Leitung. (3 P.)



$$Y_v = \frac{1}{R_v} + j\omega C_v = (0,1 + j0,094) \text{ S} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$r_v = \frac{Z_v - Z_L}{Z_v + Z_L} = -0,7938 - j0,1619 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= 0,81 e^{j1,064\pi}$$

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = 9,5 \quad (1 \text{ Punkt})$$

e) Berechnen Sie $|U|_{\max}$ und $|U|_{\min}$ der stehenden Welle auf der Leitung.

(1 P.)



$$|U|_{\max} = \frac{U_G}{2}(1 + |r|) = 0,905U_G$$
$$|U|_{\min} = \frac{U_G}{2}(1 - |r|) = 0,095U_G$$

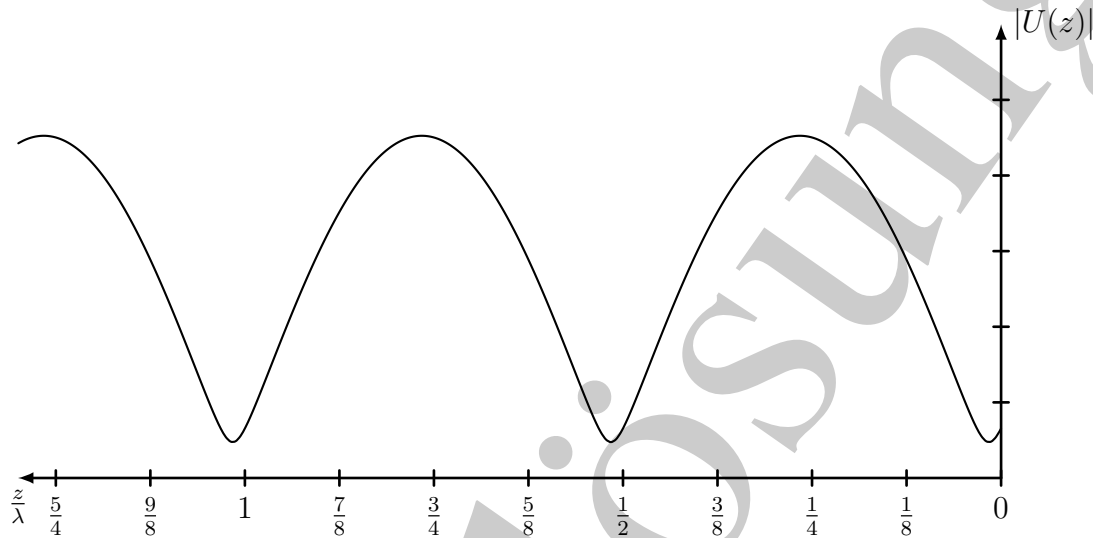
f) Berechnen Sie $|U(0)|$.

(1 P.)



$$|U(z)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + |r_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)}|$$
$$\Rightarrow |U(0)| = 0,13 \text{ V}$$

- g) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Leitung in das dafür vorgesehene Diagramm ein. (3 P.)
 Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.



Bestimmung der Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\varphi_L = 1,064\pi$$

$$\frac{z_{\min,1}}{\lambda} = \frac{\pi - \varphi_L}{4\pi} - \frac{n}{2} = 0,016$$

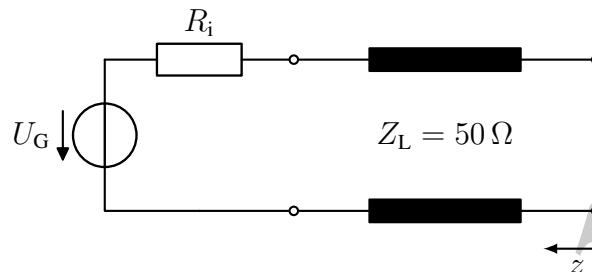
$$\frac{z_{\max,1}}{\lambda} = \frac{z_{\min}}{\lambda} + 0,25$$

Position min/max: 1 Punkt

Zeichnung (Form, Abstände(min/max), verlustfrei,...): 1 Punkt

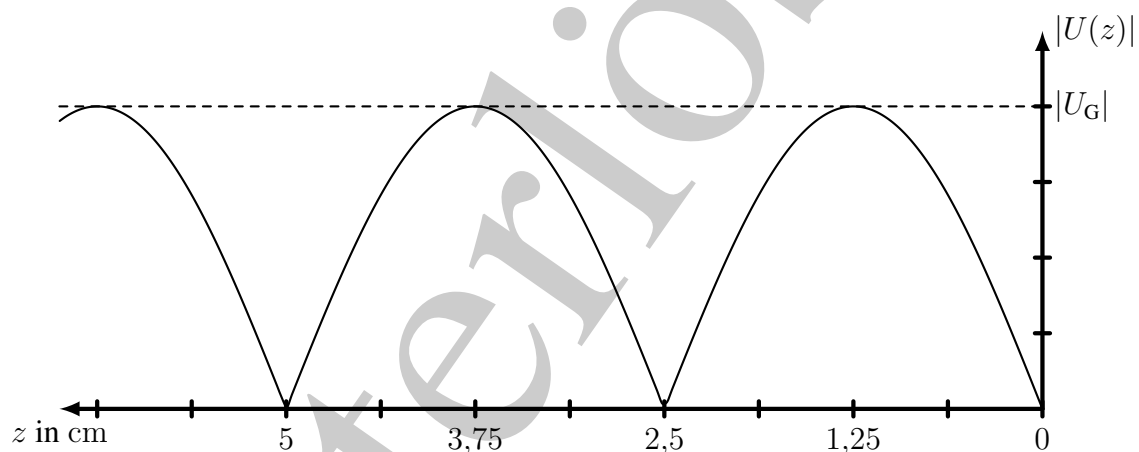
Achsenbeschriftung: 1 Punkt

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung U_G und der Frequenz $f_0 = 3 \text{ GHz}$ eine mit einem Dielektrikum gefüllte Leitung ($\epsilon_{r,\text{eff}} = 4$) mit dem Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ speist. Die Leitung ist an ihrem Ende kurzgeschlossen. Die Leitung kann als verlustlos angenommen werden.



- h) Skizzieren Sie die Einhüllende des Spannungsverlaufs auf der Leitung. Der Kurzschluss befindet sich bei $z = 0$. Nutzen Sie das unten stehende Diagramm. Achten Sie auf die Achsenbeschriftung. Die x-Achse soll nicht auf die Wellenlänge normiert werden!

(4P.)



Zeichnung ohne Normierung: $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ GHz} \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}} = 5 \text{ cm}$ 1 Punkt

Achsen: 1 Punkt

Minima/Maxima: 1 Punkt

Amplitude: 1 Punkt

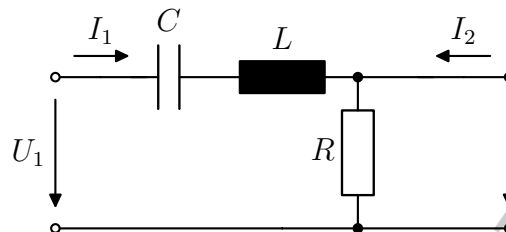
Musterlösung

Aufgabe 4

(gesamt 16 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Gegeben sei folgendes Zweitor.



- a) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei folgendem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)



Bandpass-Filter

- b) Bestimmen Sie die Z-Parameter Z_{11} und Z_{12} des Zweitors.

(2 P.)



$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$
$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = R$$

jeweils 1 Punkt

- c) Leiten Sie die S-Parametermatrix einer angepassten verlustbehafteten Leitung der Länge l her.

(3 P.)



$$S_{11} = S_{22} = 0$$

$$b_2 = a_1 \cdot e^{-\gamma l}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = e^{-\gamma l}$$

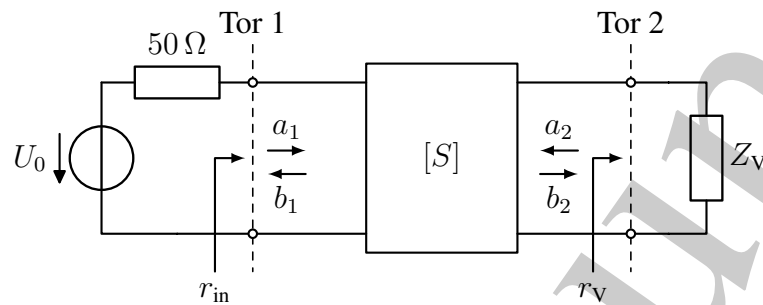
$$S_{12} = S_{21} \quad \text{Da symmetrisch}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\gamma l} \\ e^{-\gamma l} & 0 \end{bmatrix}$$

Anpassung: 1 Punkt S_{21} , S_{12} : je 1 Punkt

Das unten gezeigte Zweitor verbindet einen Generator mit der Generatorspannung U_0 und einem Innenwiderstand von $50\ \Omega$ mit einem Verbraucher Z_V . Das Zweitor soll so gespeist werden, dass $b_2 = 1\ \sqrt{W}$ ergibt. Die Lastimpedanz beträgt $Z_V = Z_0/5$. Das Zweitor hat folgende Matrix mit Bezug $Z_0 = 50\ \Omega$:

$$S = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,9 & 0,1 \end{bmatrix}$$



d) Wie groß ist die von R_V aufgenommene Wirkleistung.

(2 P.)



$$r_v = \frac{a_2}{b_2} = \frac{R_V - Z_0}{R_V + Z_0}$$

$$= -\frac{2}{3}$$

(1 Punkt)

$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_v|^2)$$

$$= 0,28\ \text{W}$$

(1 Punkt)

e) Berechnen sie den Wert für a_1 .

(2 P.)



$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

$$a_1 = \frac{b_2 - S_{22}a_2}{S_{21}} = \frac{b_2 - S_{22}r_v b_2}{S_{21}}$$

(1 Punkt)

$$= 1,19\ \sqrt{W}$$

(1 Punkt)

- f) Berechnen Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{in} am Eingang als Funktion von r_{V} und den S -Parametern des Zweitors. Berechnen Sie außerdem r_{in} für die hier vorliegende Schaltung.

(3 P.)



$$b_2 = \frac{a_2}{r_{\text{V}}} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}}$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}}$$

(1 Punkt)

$$r_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_{\text{V}}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}}$$

(1 Punkt)

$$= 0,03$$

(1 Punkt)

- g) Berechnen Sie die Verlustleistung des Zweitors in der oben gezeigten Anordnung.

(3 P.)



$$r_{\text{in}} = 0,03$$

$$P_0 = \frac{1}{2} (|a_1|^2 - |b_1|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |r_{\text{in}}|^2)$$

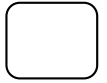
(1 Punkt)

$$P_0 = 0,70 \text{ W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

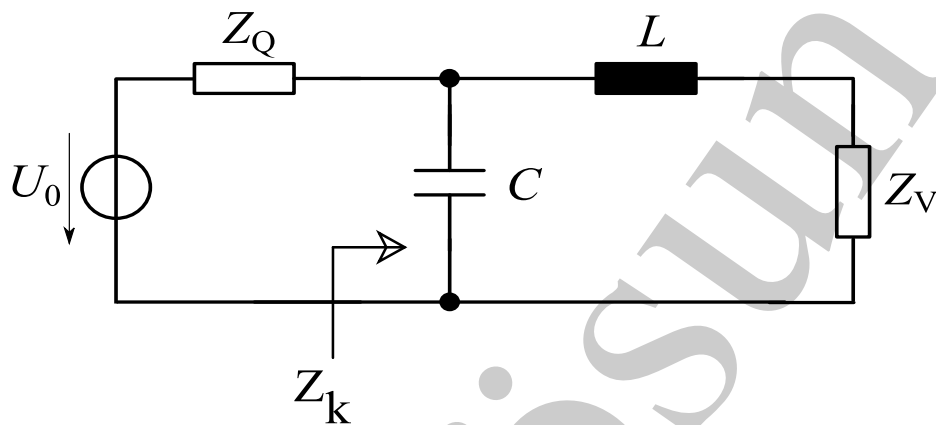
$$P_{\text{Verlust}} = P_0 - P_{\text{V}} = 0,42 \text{ W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Aufgabe 5

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (50 + j50) \Omega$ an die Quellimpedanz Z_Q angepasst werden.



- a) Markieren Sie in einem Smithdiagramm ($Z_B = 50 \Omega$) den Bereich, in dem sich Z_k bei Variation von L und C befinden kann. Begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(4P.)



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 50 \Omega$ und das Smithchart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1 + j1$$

Zunächst wird Z_V im Smith-Chart eingezeichnet.

Die Induktivität L kann von Z_V ausgehend zu einem beliebigen Punkt auf dem $R/Z_B = 1$ -Kreis im Uhrzeigersinn transformieren.

Von diesem neuen Punkt ausgehend, kann die Kapazität C zu einem beliebigen Punkt auf einem $GZ_B = \textit{konstant}$ -Kreis (mit Hilfe von Thaleskreis konstruieren) im Uhrzeigersinn transformieren.

1 Punkt für Z_V normieren und im SD einzeichnen

1 Punkt für richtige, mögliche Transformation durch Induktivität L (Beschreibung und einzeichnen im SD)

1 Punkt für richtige, mögliche Transformation durch Kapazität C (Beschreibung und einzeichnen im SD)

1 Punkt für Bereich richtig eingezeichnet

b)

(5 P.)



Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = (75 + j100) \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- eine Spule mit beliebiger Induktivität
- eine Leitung beliebiger Länge mit Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit genau zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Induktivität der Spule L und die Länge der Leitung l an, für die bei einer Frequenz von 2 GHz Anpassung herrscht. Alle Leitungen sind verlustfrei.



Auswahl der Bezugsimpedanz $Z_B = 50 \Omega \Rightarrow \frac{Z_V}{Z_B} = 1,5 + j2, \frac{Z_Q}{Z_B} = 1,0$

Beispiel 1:

Vorgeschaltete Leitung nach $Z_1/Z_B = 1,0 - j1,75$

Ablesen an der äußeren Skala liefert $\frac{l}{\lambda} = 0,318 - 0,198 = 0,12$

$\Rightarrow l = 0,12 \cdot \lambda = 0,12 \cdot \frac{c_0}{f} = 17,99 \text{ mm}$

Serielle Spule nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0 \Rightarrow j\omega L_S = Z_Q^* - Z_1 = (1,0 - (1,0 - j1,75)) \cdot 50 \Omega = j87,5 \Omega$

$\Rightarrow L_S = 6,96 \text{ nH}$

Beispiel 2:

Vorgeschaltete Leitung nach $Z_2/Z_B = 0,26 - j0,43$

Ablesen an der äußeren Skala liefert $\frac{l}{\lambda} = 0,431 - 0,198 = 0,233$

$\rightarrow l = 0,233 \cdot \lambda = 0,233 \cdot \frac{c_0}{f} = 34,93 \text{ mm}$

Parallele Spule nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0 \Rightarrow j\omega L_P = \frac{Z_B}{\frac{1}{\frac{Z_Q^*}{Z_B}} - \frac{1}{\frac{Z_2}{Z_B}}} = \frac{50 \Omega}{\frac{1}{1,0} - \frac{1}{0,26 - j0,43}} \approx j28,8 \Omega$

$\Rightarrow L_P = 2,29 \text{ nH}$

1 Punkt für Z_V und Z_Q^* normieren und im SD einzeichnen

1 Punkt für richtiges Schaltbild

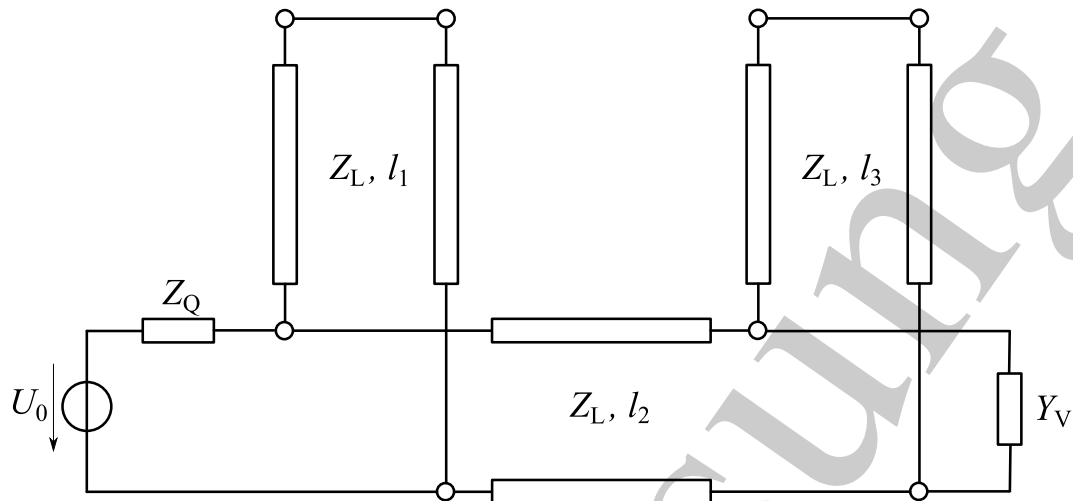
1 Punkt für richtige Transformation im SD

1 Punkt für richtige Länge l

1 Punkt für richtige Induktivität L

Musterlösung

Die unten gezeigte Leitungsanordnung wird dazu genutzt, die Lastadmittanz $Y_V = (10 - j6) \text{ mS}$ an den Quellwiderstand $Z_Q = 250 \Omega$ anzupassen. Die kurzgeschlossenen Stichleitungen besitzen die Längen $l_1/\lambda = 0,3475$ und $l_3/\lambda = 0,134$. Alle drei Leitungen weisen einen Wellenwiderstand $Z_L = 100 \Omega$ auf.



- c) Bestimmen Sie mithilfe des Smithcharts die Länge l_2/λ , sodass die Lastadmittanz optimal an den Quellwiderstand angepasst ist. Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(7 P.)



Für die Lösungsskizze wird aufgrund der parallelen Stichleitungen das Smithchart in Leitwertform gewählt. Aufgrund des Wellenwiderstands $Z_L = 100 \Omega$ der Leitungen wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 100 \Omega$ gewählt. Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastadmittanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zieladmittanz der Transformation ist Y_Q^* . Dementsprechend ergibt sich

$$Y_V Z_B = 1 - j0,6$$

$$Y_Q^* Z_B = 0,4$$

1. Transformation durch Leitung 3

- Leitung 3 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_3/\lambda = 0,134$, erhält man $B_{L3} Z_B \approx -0,89$
- die Lastadmittanz Y_V wird dementsprechend auf dem $GZ_B = 1$ -Kreis gegen den Uhrzeigersinn transformiert

2. Transformation durch Leitung 1

- Leitung 1 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_1/\lambda = 0,3475$, erhält man $B_{L1} Z_B \approx 0,7$
- durch Bewegung entlang des $GZ_B = 0,4$ -Kreises kann auf diese Weise die Admittanz am Eingang von Leitung 2 ermittelt werden

3. Transformation durch Leitung 2

- die beiden in den vorherigen Schritten ermittelten Admittanzen werden durch eine Leitungstransformation auf dem $|r| = 0,59$ -Kreis ineinander überführt
- auf der äußeren Skala des Smithcharts kann die zugehörige Leitungslänge $l_2/\lambda \approx 0,069$ abgelesen werden

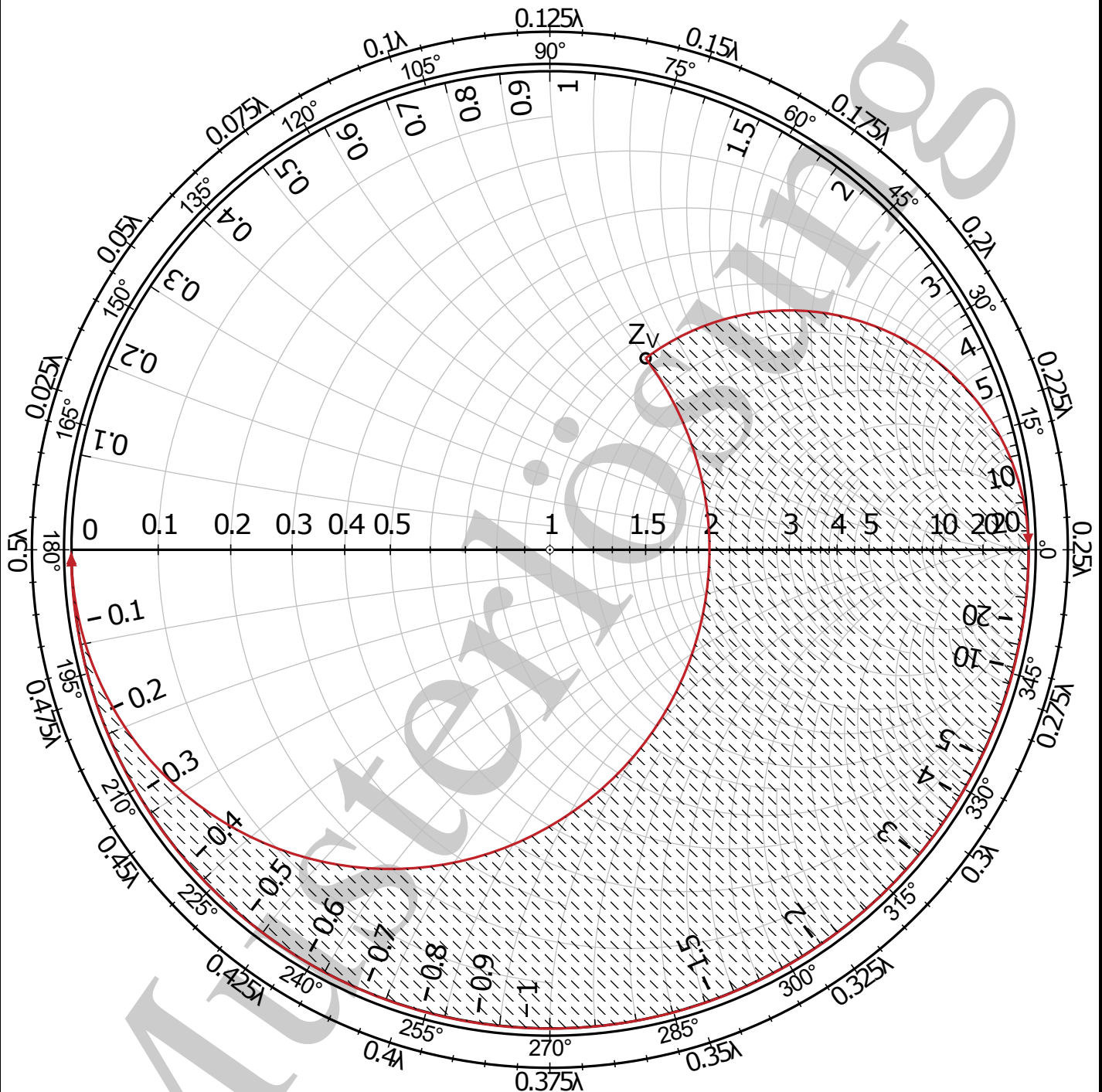
zugehörige

Aufgabennummer:



5a

Widerstandsform

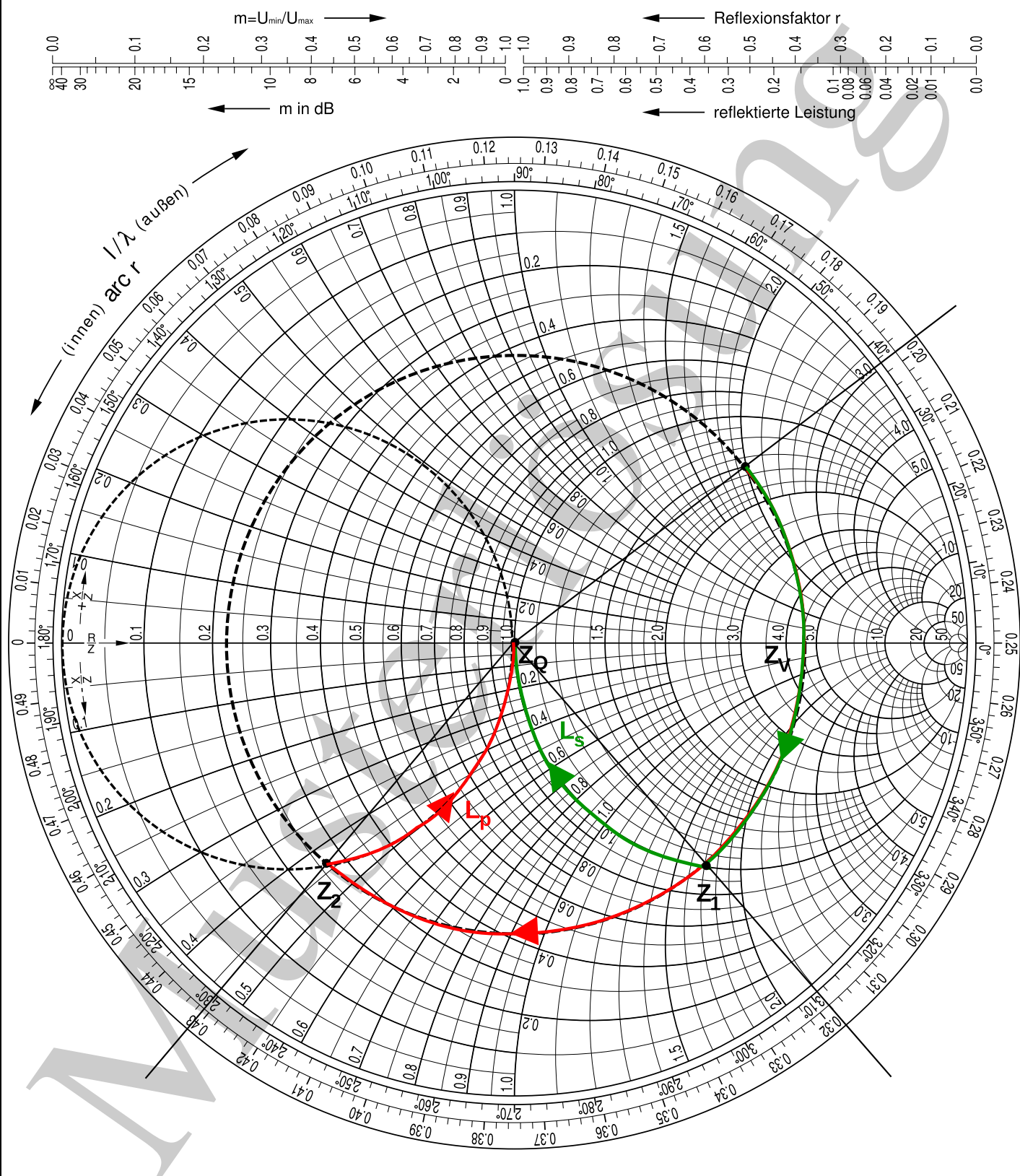
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

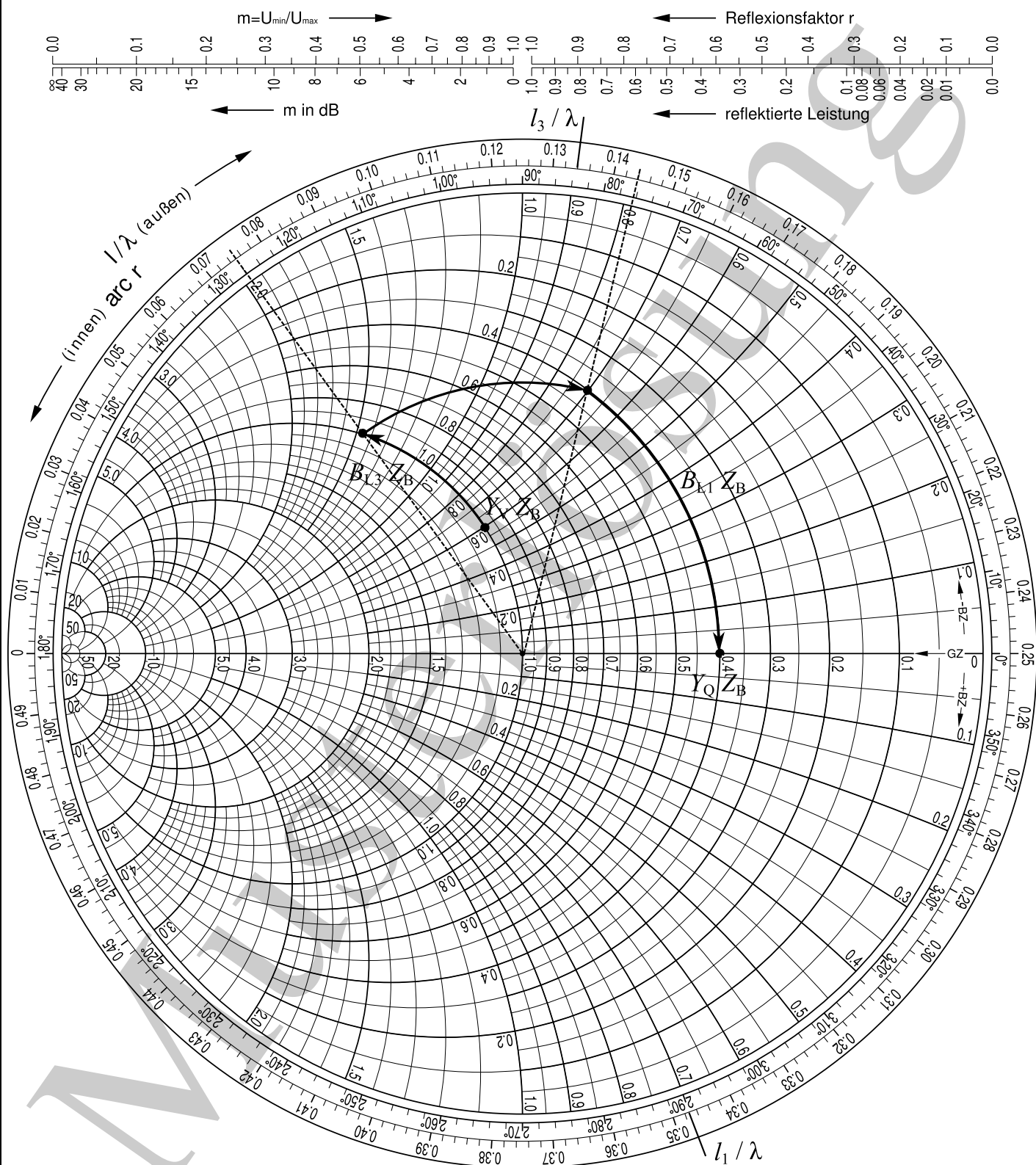
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

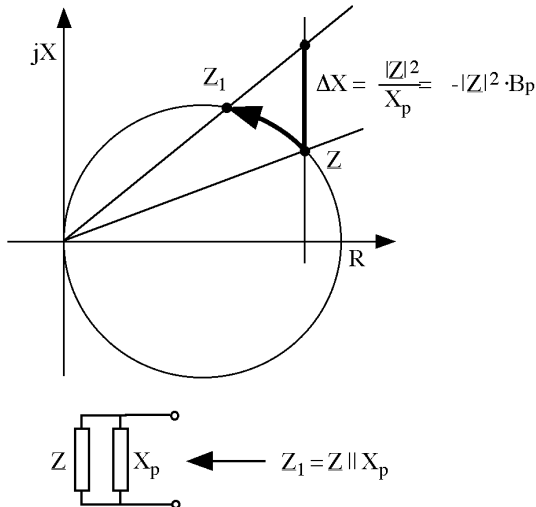
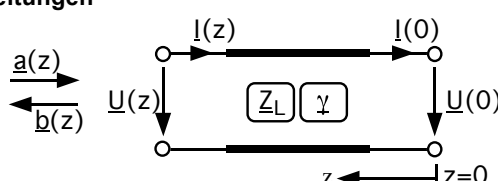
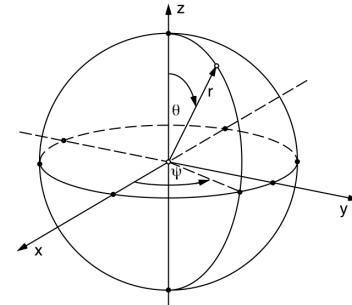
5c

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Musterlösung

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz		Hilfskonstruktion zur Transformation	
$\underline{Z} = R + jX$ $\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2}$			
Kompensation mit dualen Elementen			
			
Bedingungen für Kompensation:		$X_s = R^2 \cdot B_p$	
Frequenzfaktor:		$F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$	
krit. Frequenz, Grenzfrequenz:		$ F(f_k) = 1$	
Leitungen			
		$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(a(z) + b(z))$ $\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(a(z) - b(z))$ $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad \underline{Z}_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$	
Koaxialleitung	ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)		
$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$	$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$		
schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)		Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)	
$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$		$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{-2\alpha l})$	
Eindringtiefe s	Reflexionsfaktor $\underline{\Gamma}$		
$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$	$\underline{\Gamma}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{b(0)}{a(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$		
Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis	Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w		
$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - \underline{\Gamma} }{1 + \underline{\Gamma} } = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$	mit: $a(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot I_H(z)$ $P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (a(0) ^2 - b(0) ^2) = \frac{1}{2} a(0) ^2 (1 - \underline{\Gamma}(0) ^2)$		
Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung		Kugelkoordinaten	
$\underline{Z}(\ell) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\gamma \ell)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\gamma \ell)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta \ell)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta \ell)} \Big _{\alpha=0}$			
Konstanten		Azimuth: ψ Elevation: θ	
$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \, \Omega$		Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Oberfläche: $F = 4\pi r^2$	
$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$			
$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$			
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$			
$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$			

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}