

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	17	16	18	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, ausser Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Alternativ darf auch die Rückseite der Lösungsblätter verwendet werden, wobei auch hier der zugehörige Aufgabenkontext eindeutig anzugeben ist. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, also zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 28 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

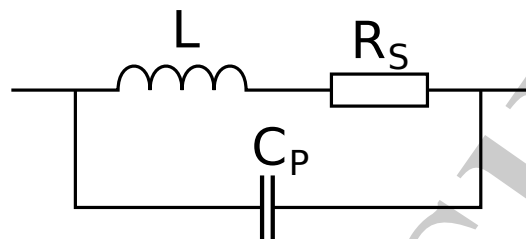
Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

- a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild einer Spule. Nennen Sie zwei mögliche Ursachen für Verluste in der Spule.

(3 P.)

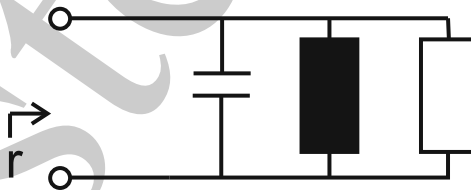
☐

Zwei aus:

- ohmsche Verluste
- dielektrische Verluste
- Kernverluste
- Wirbelverluste

- b) Gegeben ist folgender Schaltkreis:

(3 P.)

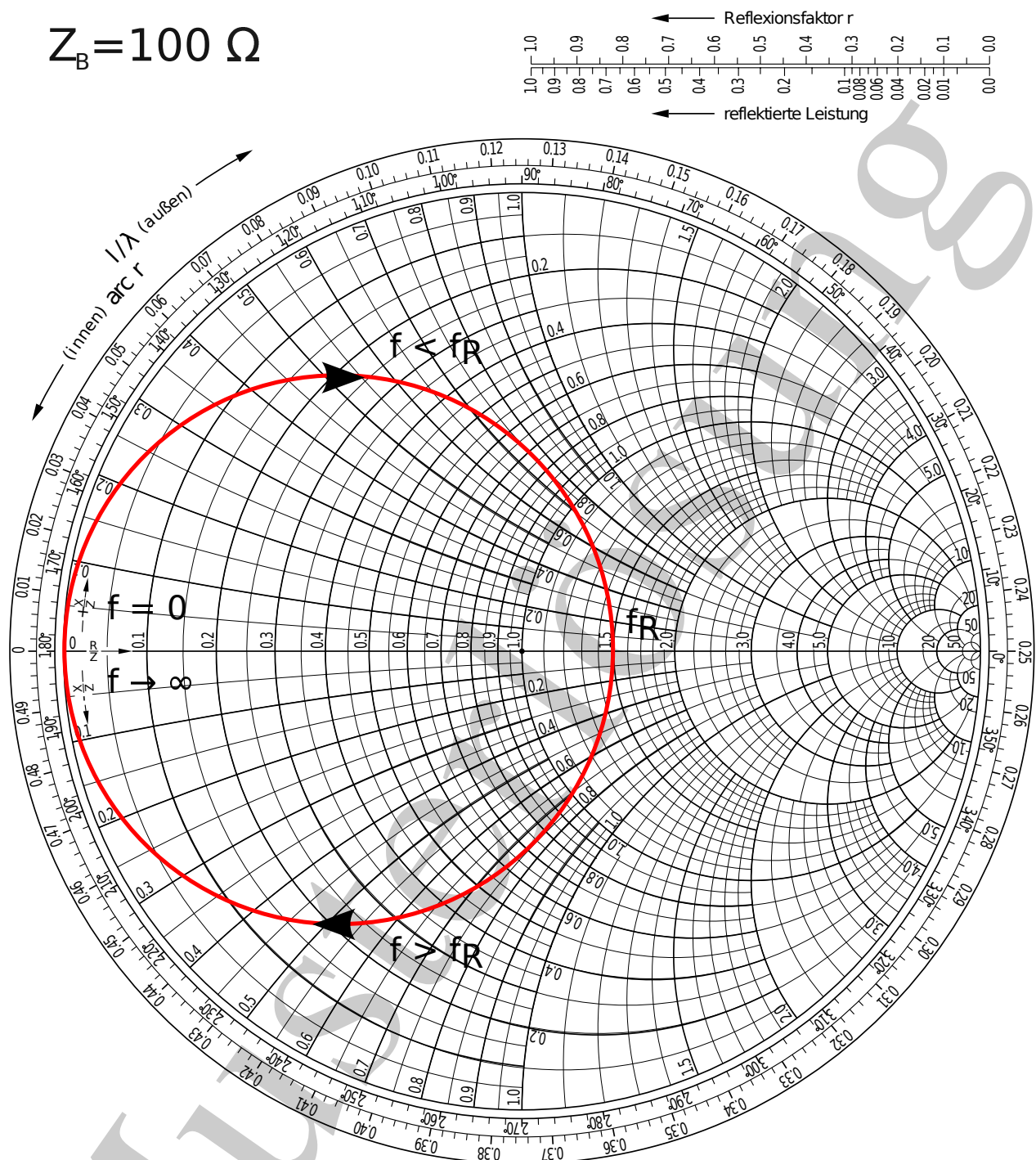
☐

$$L = 10 \text{ nH}, C = 10 \text{ pF}, R = 150 \Omega$$

Zeichnen Sie den Verlauf des Reflexionsfaktors von $f = 0$ bis $f \rightarrow \infty$ in das gegebene Smithdiagramm für einen Bezugswiderstand von $Z_B = 100 \Omega$ ein und kennzeichnen Sie die Umlaufrichtung für zunehmende Frequenzen.

Bei welcher Frequenz schneidet der Reflexionsfaktor die reelle Achse?

$$Z_B = 100 \, \Omega$$



Bei 0 GHz startet der Reflexionsfaktor im Kurzschlusspunkt. Mit steigender Frequenz transformiert der Reflexionsfaktor auf einem $G=\text{const.}$ Kreis.

Bei der Resonanzfrequenz $f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 503 \text{ MHz}$ schneidet r die Achse bei $150 \, \Omega$, mit $Z_B = 100 \, \Omega$ bei $\frac{R}{Z_B} = 1,5$.

- c) Welche geometrische Form durchläuft der Reflektionsfaktor am Eingang im Smithdiagramm, wenn die Länge einer schwach verlustbehafteten Leitung variiert wird? Der Bezugswiderstand des Smithcharts entspricht hierbei dem Wellenwiderstand der Leitung. Welchen Reflektionsfaktor weist eine verlustbehaftete Leitung am Eingang auf, wenn sie unendlich lang ist? In beiden Fällen ist die Leitung mit einer beliebigen Impedanz ungleich dem Wellenwiderstand der Leitung abgeschlossen. (2 P.)



Im Smithdiagramm wird eine Spirale durchlaufen, deren Radius mit zunehmender Länge immer kleiner wird. Ist die Leitung unendlich lang, wird die gesamte Leistung auf der Leitung weg gedämpft und nichts mehr zurückreflektiert. Somit beträgt der Reflektionsfaktor $r = 0$.

- d) Einem Mischer werden die beiden Signale $s_1(t) = A_1 \cdot \cos(2\pi \cdot 2,5 \text{ GHz} \cdot t + \frac{\pi}{4})$ und $s_2(t) = A_2 \cdot \sin(2\pi \cdot 2,4 \text{ GHz} \cdot t)$ zugeführt. Bei welchen Frequenzen befinden sich die Intermodulations- bzw. Mischprodukte 2. Ordnung? (2 P.)

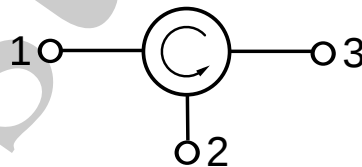


Intermodulations-/Mischprodukte 2. Ordnung:

$$f_1 - f_2 = 100 \text{ MHz}$$

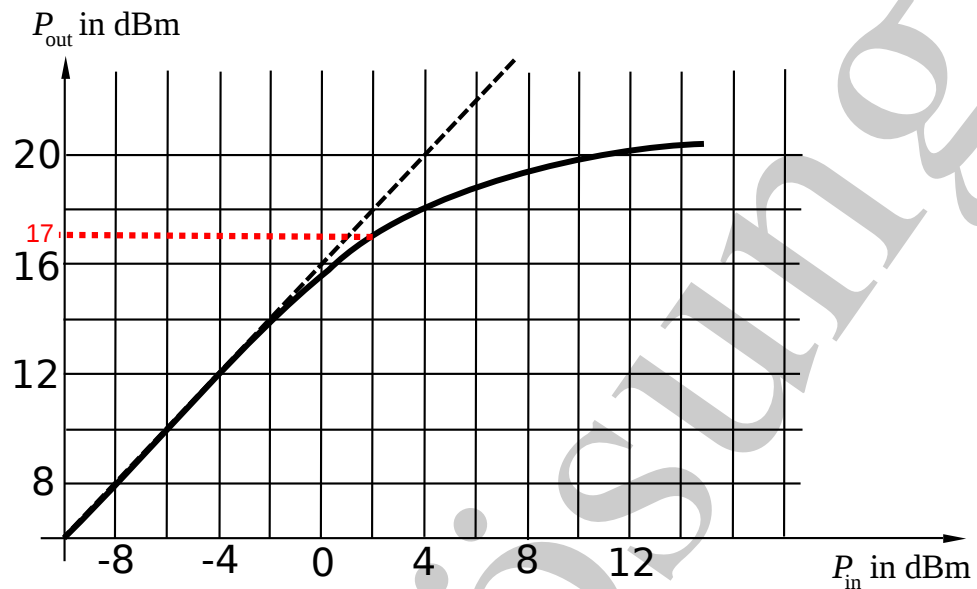
$$f_1 + f_2 = 4,9 \text{ GHz}$$

- e) Geben Sie die S-Matrix eines idealen Zirkulators an, der verlustlos und perfekt angepasst ist. (1 P.)



$$S_{\text{Zirkulator}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- f) Gegeben ist die folgende Verstärkerkennlinie. Geben Sie die Verstärkung im linearen Bereich und den 1 dB Kompressionspunkt bezogen auf den Ausgang an. Ergänzen Sie dazu die Grafik und zeichnen Sie den 1 dB Kompressionspunkt ein. (2 P.)



Die Verstärkung beträgt 16 dB.

Der 1 dB Kompressionspunkt bezogen auf den Ausgang beträgt 17 dBm.

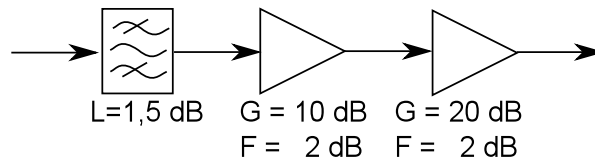
- g) In nachfolgender Abbildung ist ein WLAN-Empfänger als Blockschaltbild gezeichnet. Das Bandpassfilter besitzt eine Bandbreite von 20 MHz bei einer Mittenfrequenz von 2,4 GHz. Bestimmen Sie die Rauschzahl des Gesamtsystems bei einer Raumtemperatur von 290 K in dB.

(4P.)



Mit welcher Anordnung der Einzelkomponenten wird die beste Rauschzahl erreicht? Geben Sie die sich neu ergebende Rauschzahl an.

Warum kann es in der Praxis dennoch sinnvoll sein, den ursprünglichen Aufbau einzusetzen?



Rauschzahl berechnen:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} = 1,41 + 1,41 \cdot (1,58 - 1) + \frac{1,41}{10} (1,58 - 1) = 2,31 \triangleq 3,64 \text{ dB}$$

Die beste Rauschzahl wird erreicht, wenn beide Verstärker vor das Filter geschaltet werden, wobei der erste Verstärker die höchste Verstärkung aufweisen sollte, da die Rauschzahl beider Verstärker gleich ist.

$$F = 1,58 + \frac{1,58 - 1}{100} + \frac{1,41 - 1}{100 \cdot 10} = 1,59 \triangleq 2,0 \text{ dB}$$

Obwohl durch diesen Aufbau die Rauschzahl minimiert wird, sollte das Signal zuerst am Empfänger mit einem Bandpass gefiltert werden, um zu vermeiden, dass die Verstärker durch ein Störsignal bei einer unerwünschten Frequenz gesättigt werden.

Aufgabe 2

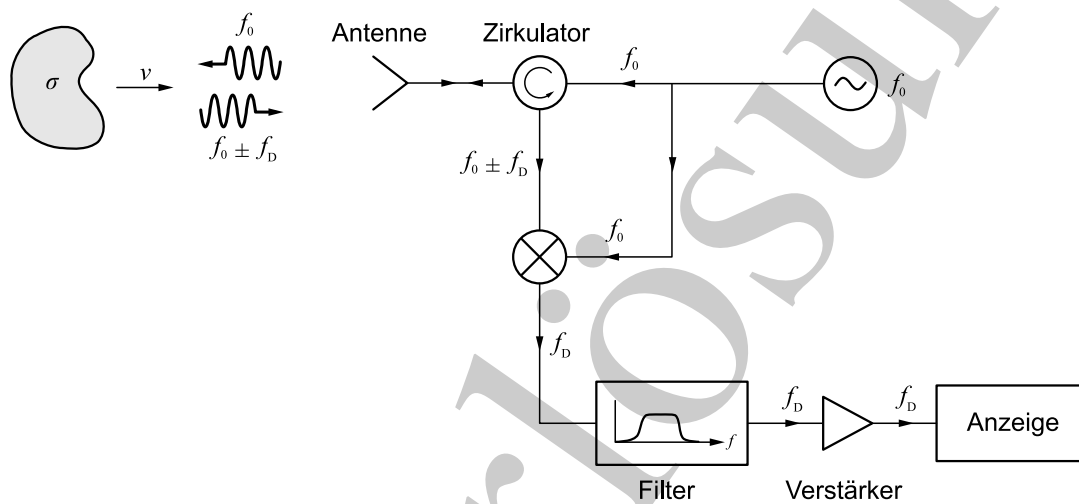
(gesamt 17 Punkte)

Radar

- a) Welches Radarprinzip wählen Sie, um ein Radar als Türöffner im Kaufhaus zu entwickeln? Wählen Sie ein möglichst einfaches und günstiges Prinzip. Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten in ein Blockschaltbild und beschriften Sie diese.

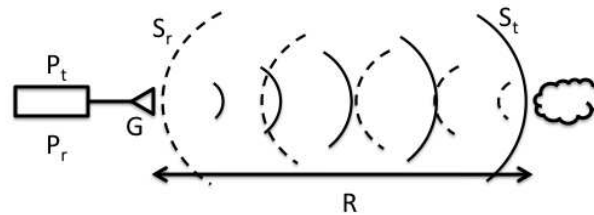
(4P.)

Das einfachste Radar ist in diesem Fall ein CW-Radar.



- b) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das Radar aus Teilaufgabe a) her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (identisch für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungsschritte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2} \quad (1)$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad (2)$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_W = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \quad (3)$$

resultiert die Empfangsleistung zu

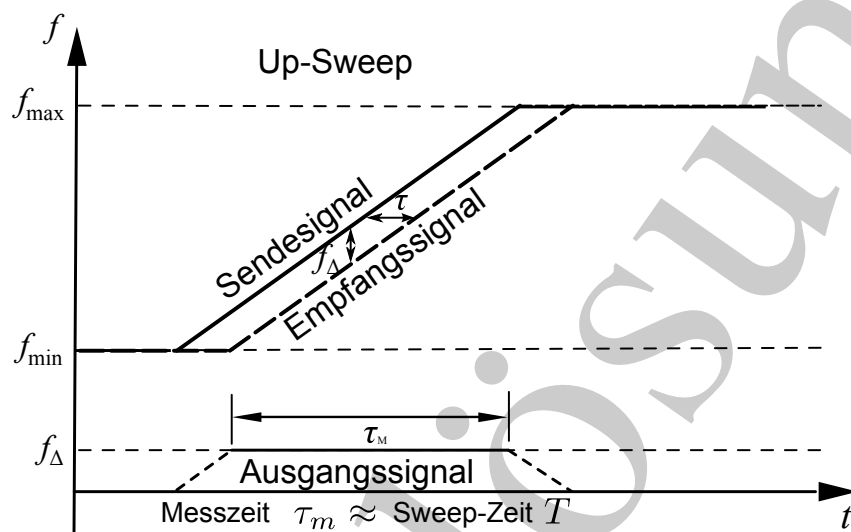
$$P_r = S_r A_W = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad (4)$$

c) Ein 24 GHz FMCW-Radar mit einer Bandbreite von $B = 150$ MHz und einer Mess- bzw. Sweepdauer von $T = 5$ ms wird eingesetzt, um Messungen im Medium Luft ($\epsilon_r = 1$) durchzuführen.

(3 P.)



- Wie groß ist die Entfernungsauflösung Δr des Radars in m?
- Wie groß ist die Dopplerauflösung Δf des Radars in Hz?
- Wie groß ist der maximale Eindeutigkeitsbereich $d_{\max}$ des Radars?



$$\Delta r = \frac{c_0}{2 \cdot B} = 1 \text{ m}$$

$$\Delta f = \frac{1}{T} = 200 \text{ Hz}$$

$$d_{\max} = \frac{c_0 T}{2} = 750000 \text{ m} = 750 \text{ km}$$

- d) Ein monostatisches FMCW-Radar soll im Automobilbereich als Automatic Cruise Control (ACC) Radar bei 24 GHz eingesetzt werden. Die Sendeleistung beträgt $P_{Tx} = 12 \text{ dBm}$, der Gewinn von Sende- und Empfangsantenne $G = 8 \text{ dBi}$ und das kleinste zu detektierende Ziel weist einen Radarrückstreuquerschnitt (RCS) von $\sigma = 1 \text{ m}^2$ auf. Wie hoch ist die Reichweite $R_{\max}$ des Radars, wenn dieses eine minimale Empfangsleistung von $P_{Rx} = -125 \text{ dBm}$ benötigt?

(4P.)



Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 0,0125 \text{ m}$$

Sendeleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Tx} = \frac{10^{12/10}}{1000} \text{ W} = 1,58 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Rx} = \frac{10^{-125/10}}{1000} \text{ W} = 3,16 \cdot 10^{-16} \text{ W}$$

Gewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{8/10} = 6,31$$

Für die Empfangsleistung P_{Rx} gilt die Radargleichung $P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$,
wobei $G_{Tx} = G_{Rx} = G$ gilt, da ein monostatisches Radar eingesetzt wird.

Umstellen der Radargleichung nach der gesuchten maximalen Reichweite $R_{\max}$ und Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_{Tx} \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{P_{Rx} \cdot (4\pi)^3}} = \sqrt[4]{\frac{0,0158 \text{ W} \cdot 6,31^2 \cdot (0,0125 \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ m}^2}{3,16 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot (4\pi)^3}} \approx 111,89 \text{ m}$$

- e) Um welchen Faktor muss der Gewinn G erhöht werden, wenn die maximale Reichweite $R_{\max}$ des Radars verdoppelt werden soll? Alle anderen Parameter bleiben konstant.

(1P.)



Da $R_{\max} \propto \sqrt[4]{G^2} = \sqrt{G}$ gilt, ergibt sich aus $R_{\max, \text{neu}} = 2 \cdot R_{\max}$ der neue Gewinn zu $G_{\text{neu}} = 4 \cdot G$. Der gesuchte Faktor beträgt somit 4.

- f) Wofür steht die Abkürzung „Radar“?

(1P.)



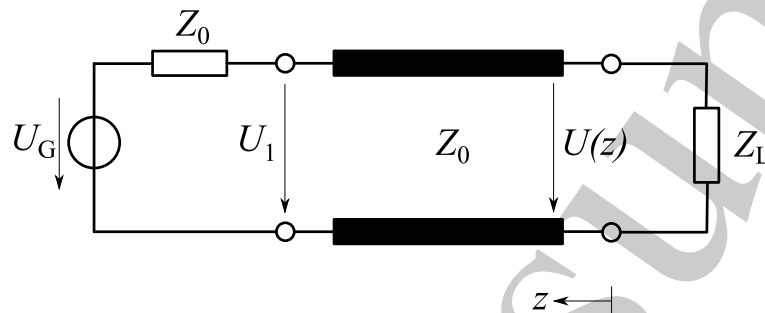
Die Abkürzung Radar steht für „Radio Detection and Ranging“.

Aufgabe 3

(gesamt 16 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Gegeben sei die in der Skizze gezeigte verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine Leerlaufspannungsamplitude von $U_G = 2 \text{ V}$ aufweist. Der auf Z_0 bezogene Reflexionsfaktor der Lastimpedanz Z_L beträgt $r_L = 0,25e^{j\frac{\pi}{4}}$.



- a) Berechnen Sie die Werte $\frac{z}{\lambda}$, für die $|U(z)|$ minimal bzw. maximal wird.

(4P.)

Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} = \frac{\pi}{4} - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} = -\frac{3}{16} - \frac{n}{2}$$

Maxima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\max} = \frac{\pi}{4} - 4\pi \frac{z_{\max}}{\lambda} \stackrel{!}{=} n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{z_{\max}}{\lambda} = \frac{1}{16} - \frac{n}{2}$$

- b) Für die Spannung U_1 am Eingang der Leitung gilt $U_1 = U_{1,\text{Hin}} + U_{1,\text{Rück}}$. Leiten Sie allgemein die komplexe Amplitude der zur Lastimpedanz laufenden Spannungswelle $U_{1,\text{Hin}}$ in Abhängigkeit der Generatorspannung U_G her.

(3 P.)



Maschengleichung am Eingang:

$$U_G = I_1 Z_0 + U_1 = \left(\frac{U_{1,\text{Hin}}}{Z_0} - \frac{U_{1,\text{Rück}}}{Z_0} \right) Z_0 + (U_{1,\text{Hin}} + U_{1,\text{Rück}}) = 2 U_{1,\text{Hin}}$$

$$\Rightarrow U_{1,\text{Hin}} = \frac{U_G}{2}$$

- c) Berechnen Sie das Minimum und Maximum von $|U(z)|$ auf der Leitung.

(2 P.)



$$|U(z)|_{\max} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 + |r_L|) = 1,25 \text{ V}$$

$$|U(z)|_{\min} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 - |r_L|) = 0,75 \text{ V}$$

- d) Berechnen Sie den Wert für $|U(z)|$ an der Stelle $z = 0$.

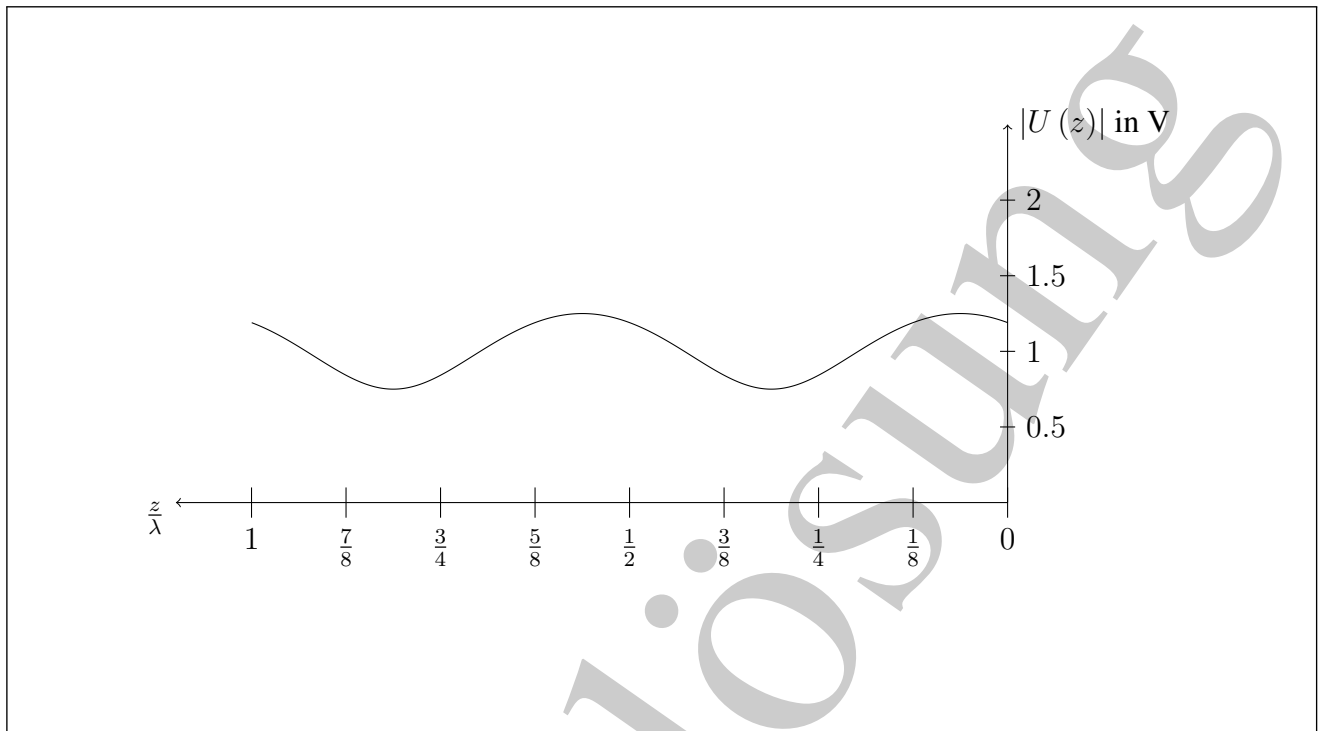
(1 P.)



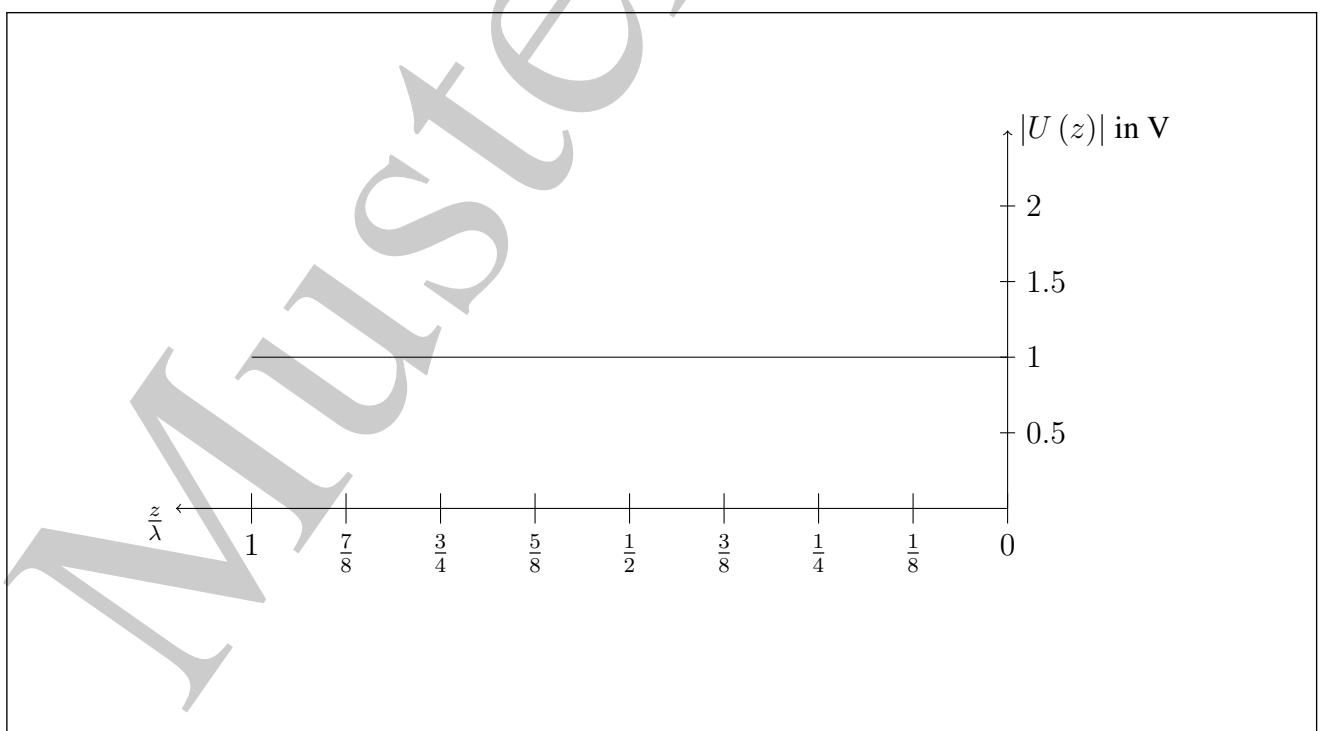
$$|U(z)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + |r_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)}|$$

$$\Rightarrow |U(0)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + 0,25 e^{j\frac{\pi}{4}}| \approx 1,19 \text{ V}$$

- e) Skizzieren Sie mithilfe Ihrer Ergebnisse aus a) - d) den Spannungsverlauf auf der Leitung. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (2 P.)



- f) Skizzieren Sie nun den Spannungsverlauf auf der Leitung für den Fall $Z_L = Z_0$. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (2 P.)



- g) Welche Frequenzabhängigkeit hat die Querdämpfung einer Leitung und welcher physikalische Effekt ist für die Querdämpfung verantwortlich?

(2 P.)

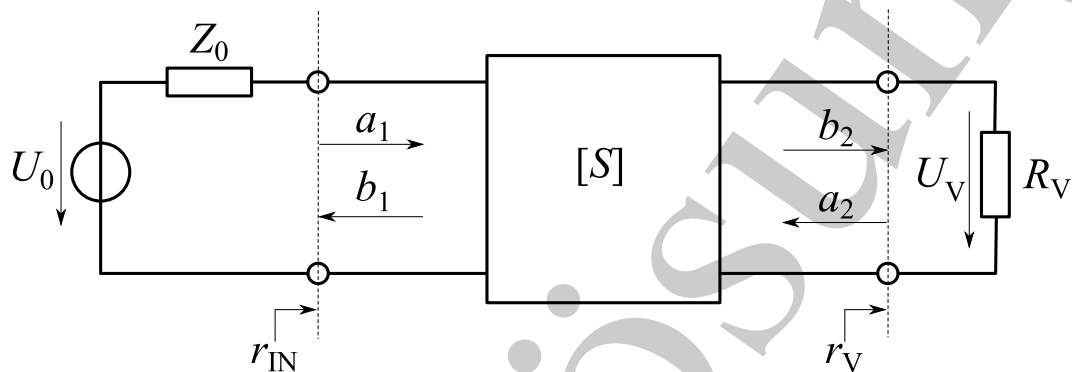
$\propto \omega$, verursacht durch dielektrische Verluste

Aufgabe 4

(gesamt 18 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Das unten gezeigte Zweitor wird durch die Streumatrix $[S] = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 \\ 8 & 0,3 \end{pmatrix}$ beschrieben. Der Bezugswiderstand für die Streuparameter ist $Z_0 = 50 \Omega$. Das Zweitor wird so gespeist, dass sich $a_1 = 1 \sqrt{W}$ ergibt. Der Lastwiderstand beträgt $R_V = 100 \Omega$.



- a) Berechnen Sie den Wert der Streuvariablen b_2 in obiger Anordnung.

(4P.)

$$r_V = \frac{a_2}{b_2} = \frac{R_V - Z_0}{R_V + Z_0} = \frac{1}{3}$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 + S_{22}r_V b_2$$

$$b_2 (1 - S_{22}r_V) = S_{21}a_1$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}r_V} a_1 = 8,89 \sqrt{W}$$

- b) Ermitteln Sie die von R_V aufgenommene Wirkleistung (in W) mithilfe des in Teil a) berechneten Wertes für b_2 .

(2 P.)



$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_V|^2) = 35,13 \text{ W}$$

- c) Berechnen Sie die komplexe Spannungsamplitude U_V , die in obiger Anordnung über dem Lastwiderstand R_V abfällt.

(2 P.)



$$U_V = \sqrt{Z_0} (b_2 + a_2) = \sqrt{Z_0} b_2 (1 + r_V) = 83,82 \text{ V}$$

- d) Ermitteln Sie nun die von R_V aufgenommene Wirkleistung (in W) mithilfe der in Teil c) berechneten Spannung U_V .

(2 P.)



$$P_V = \frac{|U_V|^2}{2R_V} = 35,13 \text{ W}$$

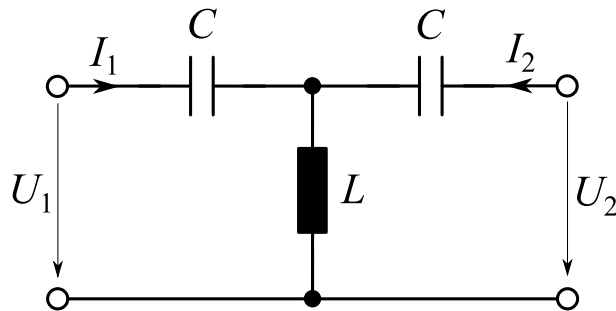
- e) Leiten Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{IN} als Funktion von r_{V} und den S -Parametern des Zweitports her.

(3 P.)



$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{a_2}{r_{\text{V}}} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \\ b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \\ \Rightarrow r_{\text{IN}} &= \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_{\text{V}}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} \end{aligned}$$

Gegeben sei folgendes Zweitor.



f) Bestimmen Sie die Z-Parameter des Zweitors.

(4P.)



$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = Z_{22}$$
$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = j\omega L = Z_{21}$$

g) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1P.)

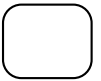


Hochpass-Filter

Aufgabe 5

(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm



(5 P.)



a)



Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = (25 + j50) \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- Kondensatoren mit beliebiger Kapazität

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit genau zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Werte der verwendeten Elemente an, für die bei einer Frequenz von $f = 5 \text{ GHz}$ Anpassung herrscht. Alle Leitungen sind verlustfrei und besitzen eine relative Dielektrizitätszahl von $\epsilon_r = 1$.



Auswahl der Bezugsimpedanz $Z_B = 50 \Omega \Rightarrow \frac{Z_V}{Z_B} = 0,5 + j1, \frac{Z_Q^*}{Z_B} = 1,0$

- Beispiel 1 (V1):

Vorgeschaltete parallele Kapazität C_p nach $Z_1/Z_B = 1,0 + j1,22$

$$\Rightarrow j\omega C_p = \frac{1}{Z_1} - \frac{1}{Z_V} = \left(\frac{1}{1,0 + j1,22} - \frac{1}{0,5 + j1} \right) \cdot \frac{1}{50 \Omega} \approx j6,19 \text{ mS}$$

$$\Rightarrow C_p = 197,03 \text{ fF}$$

Serielle Kapazität C_s nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0$

$$\Rightarrow \frac{1}{j\omega C_s} = Z_Q^* - Z_1 = (1,0 - (1,0 + j1,22)) \cdot 50 \Omega = -j61 \Omega$$

$$\Rightarrow C_s = 521,82 \text{ fF}$$

• Beispiel 2 (V2):

Vorgeschaltete serielle Kapazität C_s nach $Z_1/Z_B = 0,5 + j0,5$

$$\Rightarrow \frac{1}{j\omega C_s} = Z_1 - Z_V = ((0,5 + j0,5) - (0,5 + j1)) \cdot 50 \Omega = -j25 \Omega$$

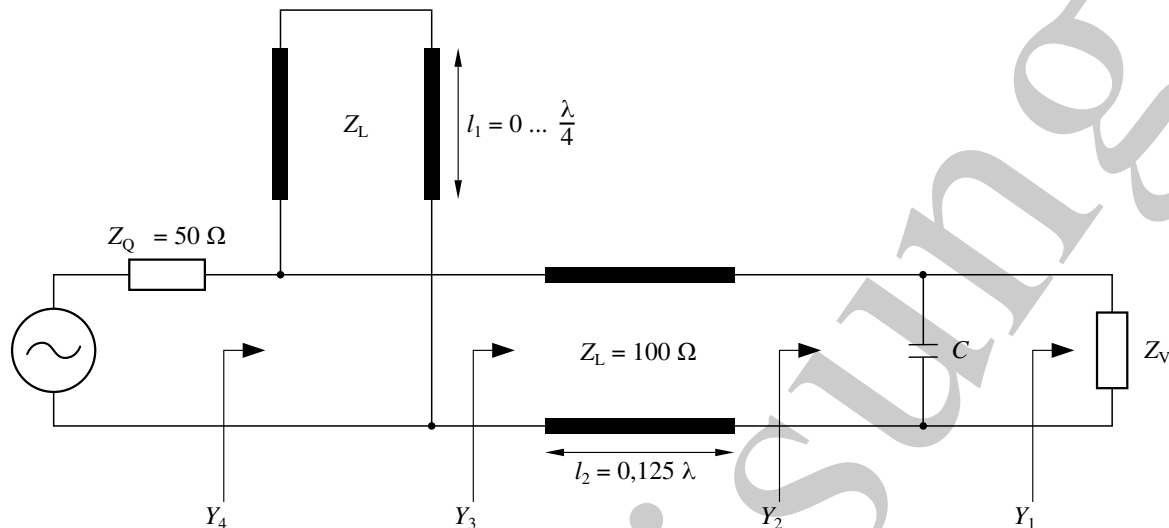
$$\Rightarrow C_s = 1,27 \text{ pF}$$

Parallel Kapazität C_p nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0$

$$\Rightarrow j\omega C_p = \frac{1}{Z_Q^*} - \frac{1}{Z_1} = \left(\frac{1}{1,0} - \frac{1}{0,5 + j0,5} \right) \cdot \frac{1}{50 \Omega} = j0,02 \text{ S}$$

$$\Rightarrow C_p = 636,62 \text{ fF}$$

- b) Die Impedanz $Z_V = (160 + j120) \Omega$ soll bei der Frequenz $f = 5 \text{ GHz}$ an eine Quelle mit dem Innenwiderstand $Z_Q = 50 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Dazu dient eine parallele Kapazität C , eine kurzgeschlossene Stichleitung mit der variablen Leitungslänge l_1 sowie eine Leitung mit der festen Länge $l_2 = 0,125\lambda$. (12 P.)



Alle Leitungen haben einen Wellenwiderstand von $Z_L = 100 \Omega$. Aus konstruktiven Gründen muss die Länge l_1 der Stichleitung kleiner als $\lambda/4$ sein.

Falls Sie zwei alternative Lösungen finden, wählen Sie diejenige aus, bei der die kleinere Kapazität C benötigt wird.

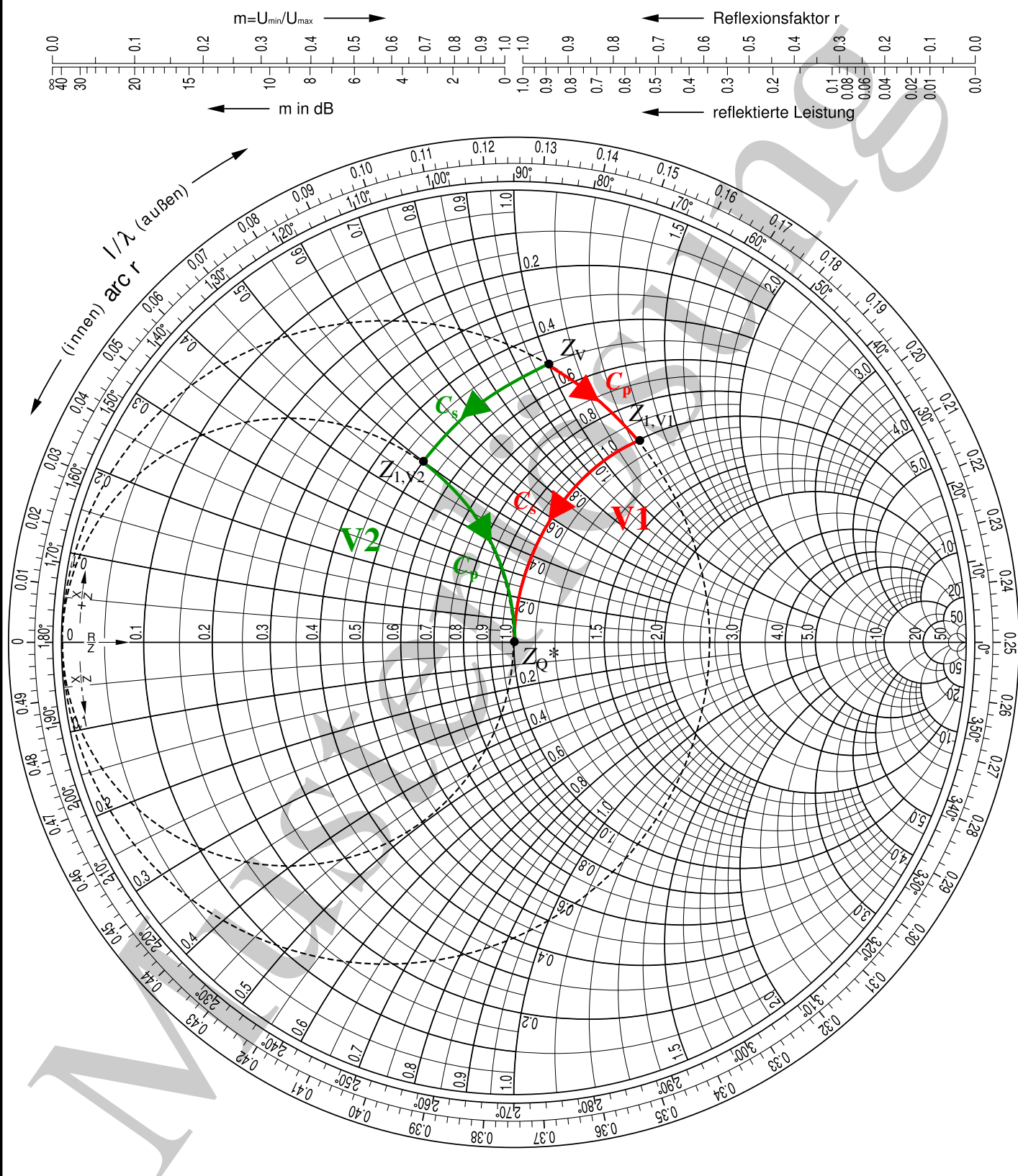
Zeichnen Sie den zugehörigen Transformationsweg in ein Smith-Diagramm ein und bestimmen Sie daraus den Wert für die benötigte Kapazität C sowie die Leitungslänge l_1/λ so, dass Sie Anpassung erhalten. Alle Transformationsschritte sind aufzuführen und zu begründen. Die Zuordnung der Bauelemente zu den einzelnen Transformationsschritten muss nachvollziehbar sein. Begründen Sie, welche Diagrammart und welchen Bezugswiderstand Sie wählen.

- Smith-Diagramm in Leitwertform wegen paralleler Induktivität und paralleler Stichleitung
- Der Bezugswiderstand wird wegen der Leitungstransformation mit $Z_L = 100 \Omega$ zu $Z_B = Z_L = 100 \Omega$ gesetzt.
- Startpunkt: $Y_1 Z_B = \frac{Z_B}{Z_V} = \frac{100 \Omega}{(160 + j120) \Omega} = 0,4 - j0,3$
- Zielpunkt: $Y_4 Z_B = \frac{Z_B}{Z_Q^*} = \frac{100 \Omega}{50 \Omega} = 2,0$
- Parallelschaltung des Kondensators C
 $\Rightarrow$ Transformation auf $G \cdot Z_B = 0,4 = \text{const-Kreis}$, wobei nur der kapazitive Teil (untere Hälfte) erreicht werden kann. Auf diesem Kreissegment muss Y_2 liegen.
- Drehung des $G \cdot Z_B = 0,4 = \text{const-Kreises}$ um den Ursprung durch Leitung 2 um $l_2/\lambda = 0,125 \hat{=} 90^\circ$ im Uhrzeigersinn. Auf dem gedrehten Kreis liegt Y_3 .
- Mit der parallelen Stichleitung l_1 wird Y_3 auf dem $G \cdot Z_B = 2,0 = \text{const-Kreis}$ in den Zielpunkt $Y_4 \cdot Z_B = 2,0$ transformiert. Y_3 muss daher auf dem Schnittpunkt des $G \cdot Z_B = 2,0 = \text{const-Kreises}$ mit dem um 90° gedrehten $G \cdot Z_B = 0,4 = \text{const-Kreis}$ liegen.
- Hierbei muss der Schnittpunkt in der unteren Halbebene gewählt werden, da er im Anschluss zu einem kleineren Wert für die Kapazität C führt. $\Rightarrow Y_3 \cdot Z_B = 2,0 + j1,45$
- $Y_2 \cdot Z_B$ ergibt sich durch Zurückdrehen von Y_3 um -90° auf den $G \cdot Z_B = 0,4 = \text{const-Kreis}$.
 $\Rightarrow Y_2 \cdot Z_B = 0,4 + j0,5$
- Berechnung der Kapazität:
 $j\omega C = Y_2 - Y_1 = ((0,4 + j0,5) - (0,4 - j0,3)) \cdot \frac{1}{100 \Omega} = j8 \text{ mS}$
 $\Rightarrow C = 254,65 \text{ fF}$
- Berechnung des Blindleitwerts der parallelen Stichleitung l_1 :
 $jB_1 = Y_4 - Y_3 = (2,0 - (2,0 + j1,45)) \cdot \frac{1}{100 \Omega} = -j1,45 \cdot \frac{1}{100 \Omega} = -j14,5 \text{ mS}$
- Bestimmung der Leitungslänge l_1 :
 $B_1 Z_B = -1,45 = -\frac{1}{\tan(2\pi \frac{l_1}{\lambda})} \Rightarrow \frac{l_1}{\lambda} = 0,096$
(Alternativ kann die normierte Leitungslänge auch auf der Außenskala des Smith-Diagramms abgelesen werden.)

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

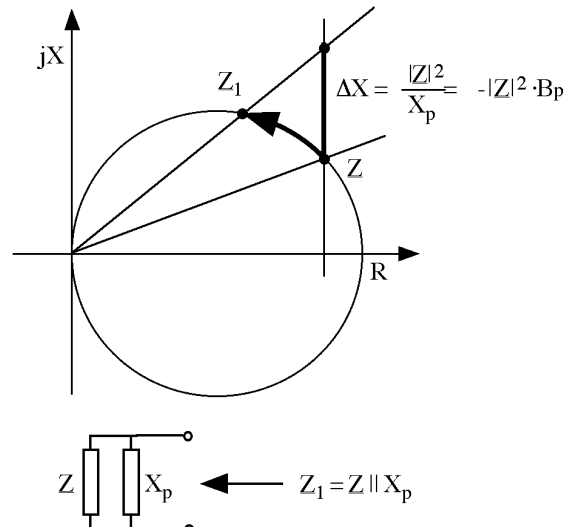


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

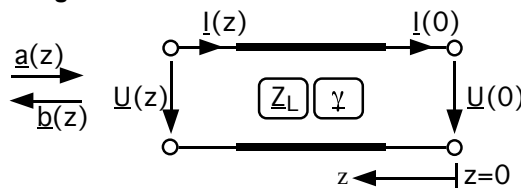
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{k \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Reflexionsfaktor $\underline{r}$

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma} l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma} l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \quad \alpha=0$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

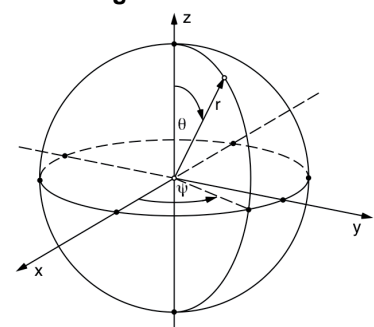
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}