

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	17	17	17	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 29 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) bzw. im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

- a) Wie ist der Wellenwiderstand definiert? Geben Sie zusätzlich die Formel zur Berechnung aus Leitungsparametern an.

(2 P.)

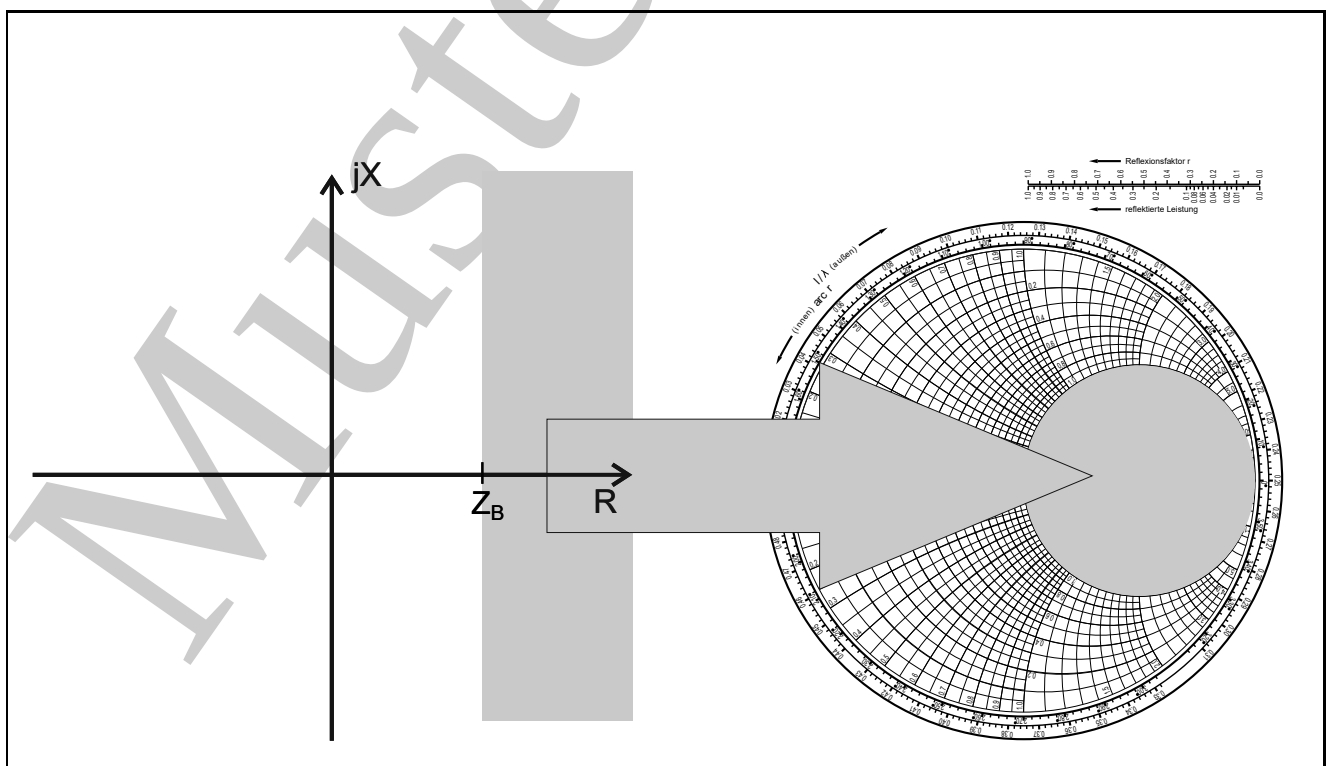
☐

$$Z_L = \frac{U_H}{I_H} = \frac{U_R}{I_R} = \frac{j\omega L' + R'}{\gamma} = \sqrt{\frac{j\omega L' + R'}{j\omega C' + G'}} \text{ Formel vom Formelblatt.}$$

Definition: Verhältnis von Spannung und Strom der hin- und rücklaufenden Welle.

- b) Markieren Sie im Smithdiagramm den in der Widerstandsebene ($Z_B = 50 \Omega$) markierten Bereich.

(2 P.)

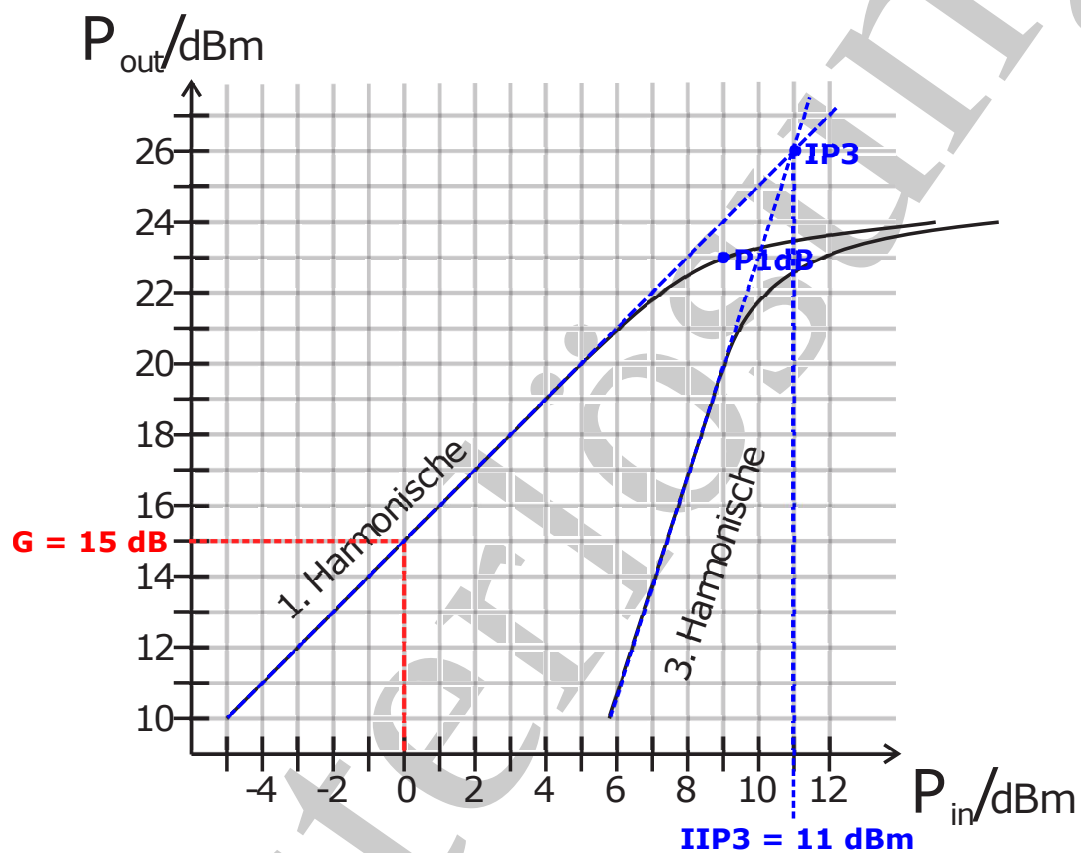
☐

- c) Bei einem Verstärker ist bekannt, dass seine Verstärkung im linearen Bereich $G = 15$ dB beträgt und den unten abgebildeten IP3 ($IIP3 = 11$ dBm) und 1 dB-Kompressionspunkt ($P_{1\text{dB},\text{in}} = 9$ dBm) aufweist.

(3 P.)

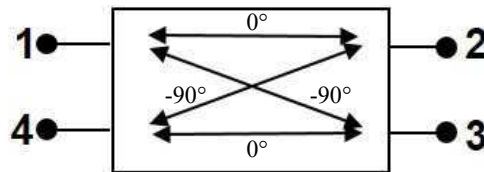


Zeichnen Sie die Verstärkerkennlinie der 1. Harmonischen ein und skizzieren Sie den Verlauf der Kennlinie der 3. Harmonischen.



- d) Gegeben sei der folgende, ideal angepasste, umkehrbare und verlustlose 90° -Hybridkoppler. Vervollständigen Sie für diesen die unten angegebene S-Matrix und begründen Sie die Wahl Ihrer Werte. Der Wellenwiderstand des Kopplers entspricht dabei dem Bezugswiderstand der S-Parameter.

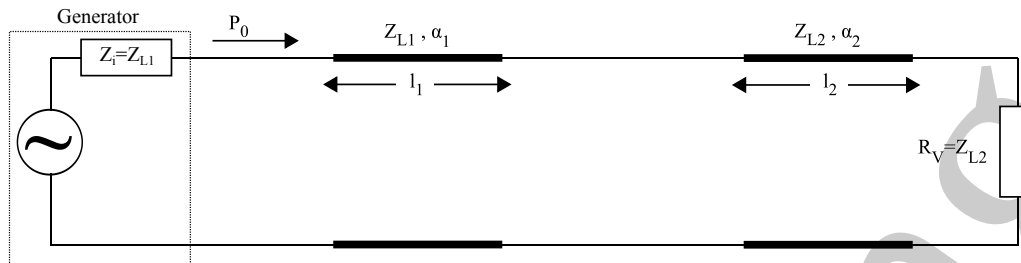
(4 P.)



$$S_{\text{Leitung}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -j \\ -j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -j & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- e) Ein Generator speist die Leitungskonfiguration mit einer Leistung P_0 . Über zwei schwach verlustbehaftete Leitungen der Längen l_1 und l_2 wird ein reeller Verbraucher R_V angeschlossen.

(6 P.)



$$\begin{aligned} Z_{L1} &= 50 \, \Omega, & \alpha_1 &= 0,2 \, \text{dB/m}, & l_1 &= 15 \, \text{m} \\ Z_{L2} &= 150 \, \Omega, & \alpha_2 &= 1,2 \, \text{dB/m}, & l_2 &= 5 \, \text{m} \\ P_0 &= 1 \, \text{W}, & f &= 300 \, \text{MHz} \end{aligned}$$

- Wie viel Leistung erreicht den Verbraucher?
- Wie viel Leistung wird in Leitung 1 verbraucht?
- Wie groß ist $|S_{11}|$ der Gesamtschaltung in dB?

Hinweis: Für diese Aufgabe benötigen Sie kein Smithdiagramm.

Zuerst Reflexionsfaktor an Leitungsverbindung ausrechnen:
 l_2 transformiert Z_V nicht.

$$r = \frac{Z_{L2} - Z_{L1}}{Z_{L2} + Z_{L1}} \rightarrow |r| = 0,5$$

$\Rightarrow 25\%$ ($= |r|^2$) der Leistung wird reflektiert.

Leitung 1:

Leistung am Leitungsende: $P_{1H}(l_1) = P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1}$

am Leitungsübergang reflektiert: $P_{1R}(l_1) = |r_1|^2 \cdot P_{1H}(l_1)$

Verlustleistung der hinlaufenden Welle: $\Delta P_{1H} = P_{1H}(0) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

Verlustleistung der rücklaufenden Welle: $\Delta P_{1R} = P_{1R}(l_1) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

gesamte Verlustleistung: $\Delta P_1 = \Delta P_{1H} + \Delta P_{1R} = P_0 \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1}) [1 + |r_1|^2 e^{-2\alpha_1 l_1}]$

In Leitung 2 auftretende Verlustleistung:

eingespeiste Leistung in Leitung 2: $P_{2H}(0) = (1 - |r_1|^2) \cdot P_{1H}(l_1)$

dem Verbraucher zugeführte Leistung P_W : $P_W = (1 - |r_1|^2) P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} \cdot e^{-2\alpha_2 l_2}$

Umrechnung von α in dB/m $\rightarrow \alpha$ in $\frac{1}{m}$: $\frac{\alpha}{\text{dB/m}} = 8,69 \frac{\alpha}{1/\text{m}}$

Zahlenwerte:

Leitung 1: $\alpha_1 = 0,2 \text{ dB/m}$, $l_1 = 15 \text{ m} \rightarrow -3 \text{ dB} = \frac{1}{2}$

Leitung 2: $\alpha_2 = 1,2 \text{ dB/m}$, $l_2 = 5 \text{ m} \rightarrow -6 \text{ dB} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Leistung am Ende der Leitung 1: $P_{1H} = P_0/2 = 500 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung: $P_{1R} = P_0/2 \cdot |r|^2 = 125 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung an Generator: $P_R = P_{1R}/2 = 62,5 \text{ mW}$

$\Rightarrow$ in Leitung 1 verbrauchte Leistung: $\Delta P_1 = P_{1R}/2 + P_0/2 = 562,5 \text{ mW}$

Leistung an Verbraucher: $P_W = P_{1H} \cdot (1 - |r|^2)/4 = 93,75 \text{ mW}$

Am Eingang reflektierte Leistung:

$$|r_{\text{ein}}|^2 = \frac{P_R}{P_0}$$

$$|r_{\text{ein}}| = 0,25 \Rightarrow |S_{11}| = 20 \cdot \log_{10} 0,25 = -12 \text{ dB}$$

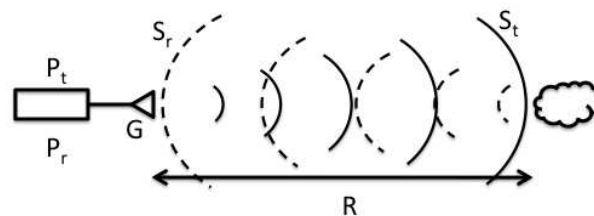
Aufgabe 2

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellensysteme

- a) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4 P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

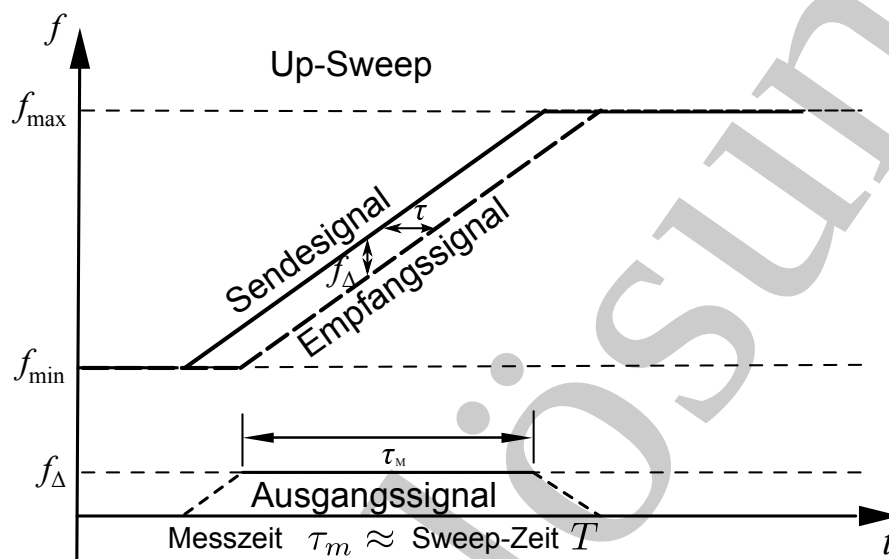
$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

(4 P.)



b) Das monostatische FMCW-Radar soll nun mit einer Trägerfrequenz von $f_0 = 24 \text{ GHz}$ bei einer Entfernung von 10 m und 20 m mit einer Messzeit von 1 ms in Luft messen. Die Bandbreite des Radars beträgt $B = 200 \text{ MHz}$.

- Bei welchen Frequenzen befinden sich die Zwischenfrequenzsignale?
- Wie groß ist die Entfernungsauflösung ΔR des Radars?
- Wie groß ist die Geschwindigkeitsauflösung Δv des Radars in km/h?



$$f_{r,10\text{ m}} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2 \cdot r_{10\text{ m}}}{c_0} = 13,33 \text{ kHz}$$

$$f_{r,20\text{ m}} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2 \cdot r_{20\text{ m}}}{c_0} = 26,67 \text{ kHz}$$

$$\Delta R = \frac{c_0}{2 \cdot B} = 0,75 \text{ m}$$

$$\Delta v = \frac{c_0}{2 \cdot f_0 \cdot T} = 6,25 \text{ m/s} = 22,5 \text{ km/h}$$

- c) Das monostatische FMCW-Radar sendet bei einer Frequenz von 24 GHz mit einer Leistung von 10 dBm über eine Antenne mit 20 dBi. Berechnen Sie die Empfangsleistung am Radar für eine Entfernung von 10 m und 20 m in dBm, wenn das Zielobjekt ein RCS von 10 m² besitzt.

(3 P.)



Empfangsleistung aus Radargleichung mit Sendeleistung und Antennengewinn linear:

$$\begin{aligned} P_{t,\text{lin}} &= 10 \text{ mW} \\ G_{\text{lin}} &= 100 \\ \lambda &= \frac{c_0}{f} = 12,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{r,10 \text{ m}} &= \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 7,87 \cdot 10^{-9} \text{ W} \triangleq -51,04 \text{ dBm} \\ P_{r,20 \text{ m}} &= 4,92 \cdot 10^{-10} \text{ W} \triangleq -63,08 \text{ dBm} \end{aligned}$$

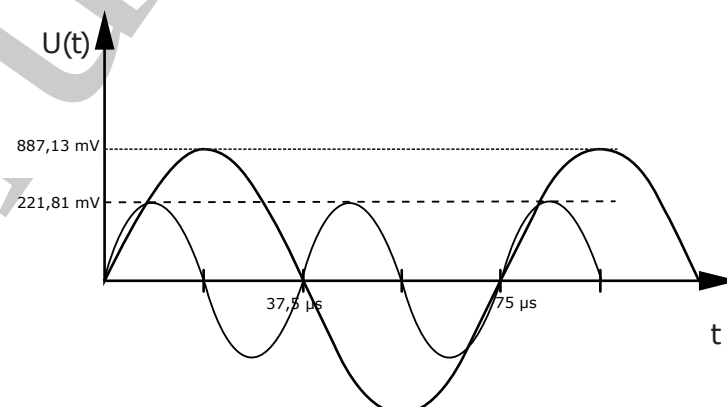
- d) Zeichnen Sie das Empfangssignal im Basisband vor dem A/D-Wandler des FMCW-Radars unter Annahme eines 50 Ω-Systems für eine Entfernung von 10 m und 20 m in eine einzige Grafik. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(4 P.)



Hinweis: Benutzen Sie die Aufgabenteile b) und c) zur Lösung.

$$\begin{aligned} \hat{U}_{r,10 \text{ m}} &= \sqrt{7,87 \cdot 10^{-9} \text{ W} \cdot 50 \Omega \cdot \sqrt{2}} = 887,13 \text{ } \mu\text{V} \\ \hat{U}_{r,20 \text{ m}} &= \sqrt{4,92 \cdot 10^{-10} \text{ W} \cdot 50 \Omega \cdot \sqrt{2}} = 221,81 \text{ } \mu\text{V} \\ T_{r,10 \text{ m}} &= \frac{1}{13,33 \text{ kHz}} \approx 75 \text{ } \mu\text{s} \\ T_{r,20 \text{ m}} &= \frac{1}{26,67 \text{ kHz}} \approx 37,5 \text{ } \mu\text{s} \end{aligned}$$

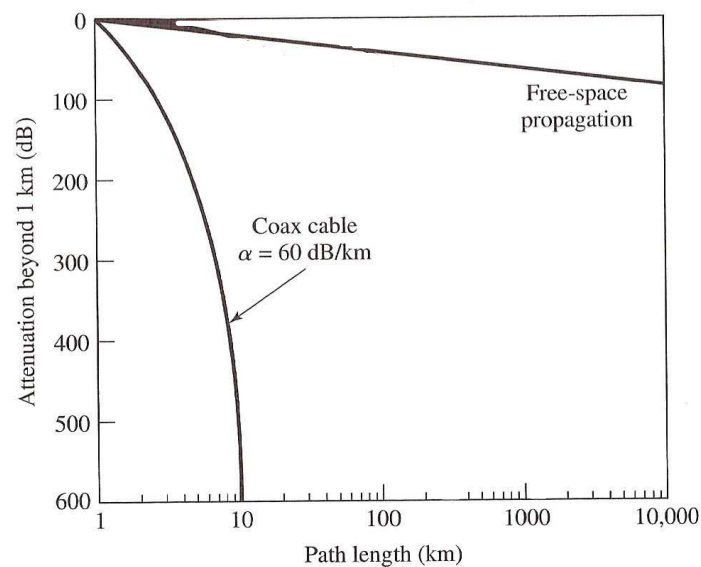


e) Gegeben sei in der folgenden Grafik die reale Ausbreitungsdämpfung von zwei verschiedenen Übertragungsschemata. Ordnen Sie den beiden Kurven die folgenden Übertragungswege sinnvoll und eindeutig zu und begründen Sie Ihre Wahl:

(1 P.)



- Koaxialkabel
- Freiraumausbreitung



f) Wofür steht das „i“ in der Einheit dBi beim Antennengewinn?

(1 P.)



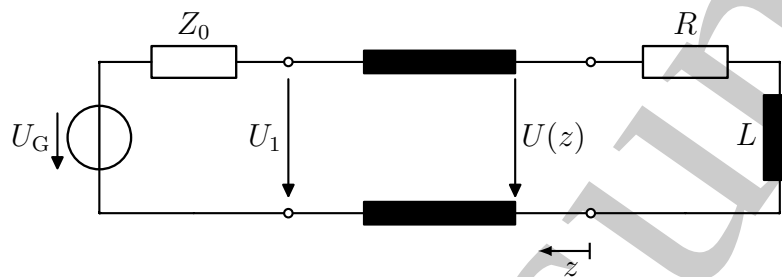
Das „i“ in der Einheit dBi steht für isotrop und bedeutet, dass der Antennengewinn gegenüber einem isotropen Strahler anzusehen ist.

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Gegeben sei die in der Skizze gezeigte verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine Leerlaufspannungsamplitude von $U_G = 2 \text{ V}$ und eine Frequenz von $f = 600 \text{ MHz}$ aufweist. Die Last besteht aus einem Widerstand $R = 115 \Omega$ und einer Induktivität mit $L = 15,6 \text{ nH}$.



- a) Berechnen Sie das Minimum und Maximum von $|U(z)|$ auf der Leitung.

(4 P.)

Last Impedanz berechnen:

$$Z_L = R + j\omega L \\ = (115 + j58,8) \Omega$$

Reflexionsfaktor berechnen:

$$r_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \\ = 0,46 + j0,19 = 0,5e^{j\frac{\pi}{8}}$$

Maximum und Minimum berechnen:

$$|U(z)|_{\max} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 + |r_L|) = 1,5 \text{ V} \\ |U(z)|_{\min} = \frac{|U_G|}{2} \cdot (1 - |r_L|) = 0,5 \text{ V}$$

b) Berechnen Sie den jeweils kleinsten Wert $\frac{z}{\lambda} > 0$, für den $|U(z)|$ minimal bzw. maximal wird.

(2 P.)



$$\varphi_L = \frac{\pi}{8}$$

Minima:

$$\begin{aligned}\varphi_L - 2\beta z_{\min} &= \frac{\pi}{8} - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} &= -\frac{7}{32} - \frac{n}{2} \\ \text{1. Minimum : } \Rightarrow \frac{z_{\min,1}}{\lambda} &= \frac{9}{32}\end{aligned}$$

Maxima:

$$\begin{aligned}\varphi_L - 2\beta z_{\max} &= \frac{\pi}{8} - 4\pi \frac{z_{\max}}{\lambda} \stackrel{!}{=} n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \frac{z_{\max}}{\lambda} &= \frac{1}{32} - \frac{n}{2} \\ \text{1. Maximum : } \Rightarrow \frac{z_{\max,1}}{\lambda} &= \frac{1}{32}\end{aligned}$$

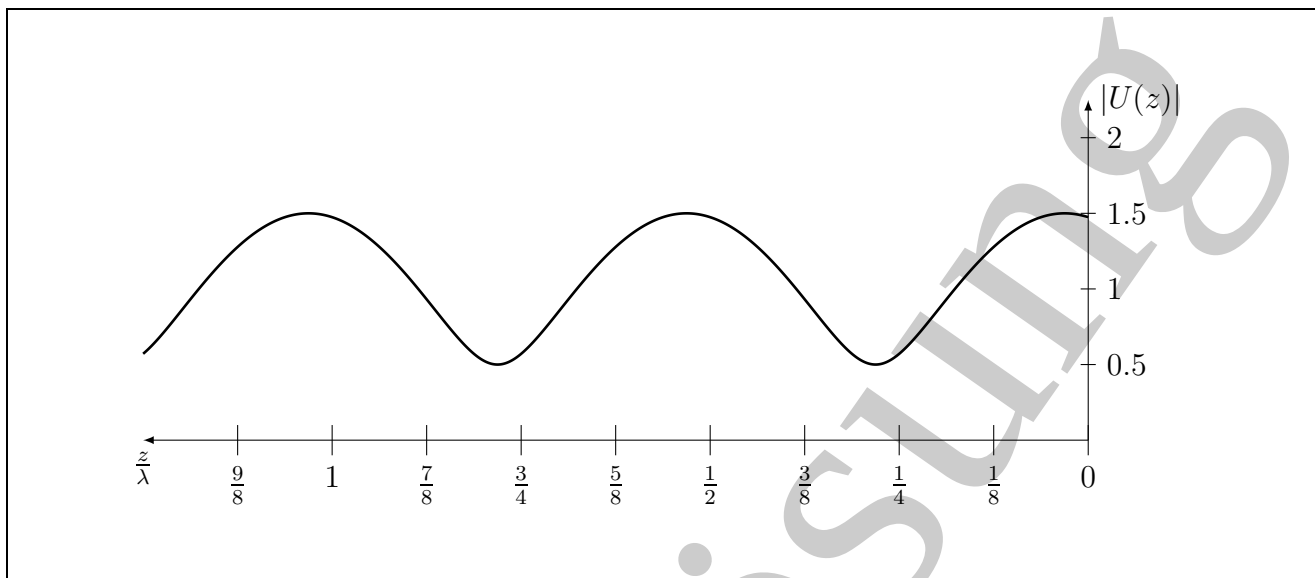
c) Berechnen Sie den Wert für $|U(z)|$ an der Stelle $z = 0$.

(1 P.)

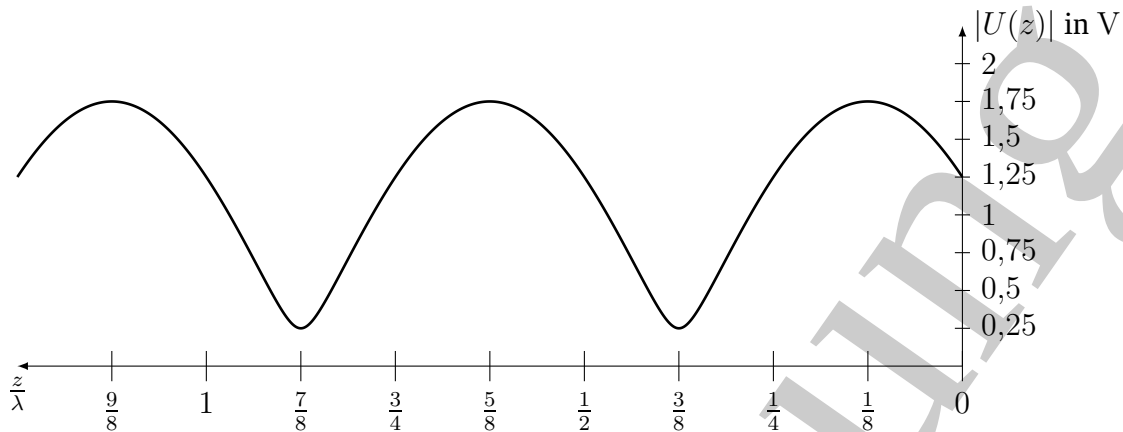


$$\begin{aligned}|U(z)| &= \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + |r_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)}| \\ \Rightarrow |U(0)| &= \frac{|U_G|}{2} \cdot 1,47 = 1,47 \text{ V}\end{aligned}$$

- d) Skizzieren Sie mithilfe Ihrer Ergebnisse aus a) bis c) den Spannungsverlauf auf der Leitung. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftungen inklusive Einheiten. (2 P.)



- e) Gegeben sei der folgende Spannungsverlauf auf einer verlustlosen Leitung mit Wellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$. Ermitteln Sie Phase (im Bereich $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_L \leq \frac{\pi}{2}$) und Betrag des Reflexionsfaktors der Lastimpedanz, mit der die Leitung an der Stelle $\frac{z}{\lambda} = 0$ abgeschlossen ist. (4 P.)



Bestimmung der Phase des Reflexionsfaktors aus der Phasenbedingung für Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

Aus der Abbildung:

$$\frac{z_{\min}}{\lambda} = \frac{3}{8} + \frac{n}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \varphi_L = \frac{\pi}{2}$$

Bestimmung des Betrags des Reflexionsfaktors:

$$\text{VSWR} = \frac{|U(z)|_{\max}}{|U(z)|_{\min}} = \frac{1 + |r_L|}{1 - |r_L|}$$

$$|r_L| = \frac{|U(z)|_{\max} - |U(z)|_{\min}}{|U(z)|_{\max} + |U(z)|_{\min}} = \frac{3}{4}$$

- f) Welche Frequenzabhängigkeit weist die Längsdämpfung einer Leitung auf und welcher physikalische Effekt ist dafür verantwortlich?

(2 P.)



Längsdämpfung: $\propto \sqrt{\omega}$ oder $\propto \sqrt{f}$

Skineffekt

- g) Gegeben sei eine verlustlose Leitung mit $Z_0 = 50 \Omega$ und der Länge $l = \frac{\lambda}{8}$, die mit einer Lastimpedanz abgeschlossen ist, die durch den Reflexionsfaktor $r_L = 0,2 e^{j\frac{\pi}{4}}$ beschrieben wird (Bezug ebenfalls Z_0). Bestimmen Sie den Reflexionsfaktor am Eingang der Leitung.

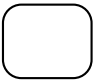
(2 P.)



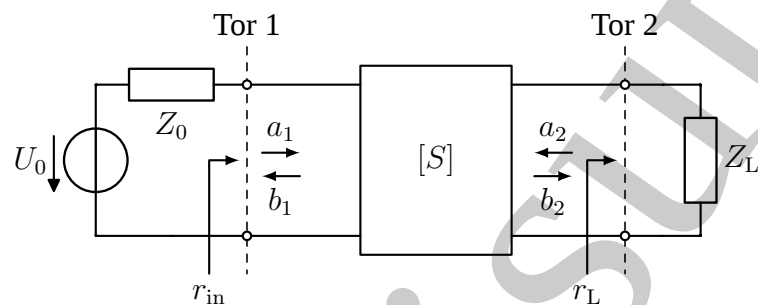
$$\begin{aligned} r_{IN} &= r_L e^{-2\gamma l} = r_L e^{-j2\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{8}} \\ &= 0,2 e^{j\frac{3\pi}{4}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Das unten gezeigte Zweitor wird durch die Streumatrix $[S] = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,08 \\ 10 & 0,1 \end{pmatrix}$ beschrieben. Der Bezugswiderstand für die Streuparameter ist $Z_0 = 50 \Omega$. Das Zweitor wird so gespeist, dass sich $a_1 = 1 \sqrt{W}$ ergibt. Die Lastimpedanz beträgt $Z_L = (20 + j10) \Omega$.



- a) Berechnen Sie den Wert der Streuvariablen b_2 in obiger Anordnung.

(4 P.)



$$r_L = \frac{a_2}{b_2} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -0.4 + j0.2$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 + S_{22}r_L b_2$$

$$b_2(1 - S_{22}r_L) = S_{21}a_1$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}r_L} a_1 = (9,61 + j0,18) \sqrt{W}$$

b) Ermitteln Sie die von Z_L aufgenommene Wirkleistung (in W).

(2 P.)



$$P_L = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_L|^2) = 36,97 \text{ W}$$

c) Berechnen Sie die komplexe Spannungsamplitude U_L , die in obiger Anordnung über dem Lastwiderstand Z_L abfällt.

(2 P.)



$$U_L = \sqrt{Z_0} (b_2 + a_2) = \sqrt{Z_0} b_2 (1 + r_L) = (40,5 + j14,4) \text{ V}$$

d) Leiten Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{in} als Funktion von r_L und den S -Parametern des Zweitports her.

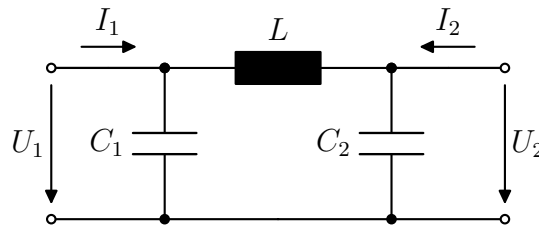
(4 P.)



Berechnen Sie anschließend r_{in} für die vorliegende Schaltung.

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{a_2}{r_L} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_L} - S_{22}} \\ b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_L} - S_{22}} \\ \Rightarrow r_{\text{in}} &= \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_L}{1 - S_{22}r_L} \\ r_{\text{in}} &= 0,09 + j0,15 \end{aligned}$$

Gegeben sei folgendes Zweitor.



e) Bestimmen Sie die Y -Parameter des Zweitors.

(4 P.)

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} \\
 Y_{21} &= \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = \frac{-1}{j\omega L} \\
 Y_{12} &= \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} = \frac{-1}{j\omega L} \\
 Y_{22} &= \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L}
 \end{aligned}$$

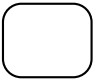
f) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)

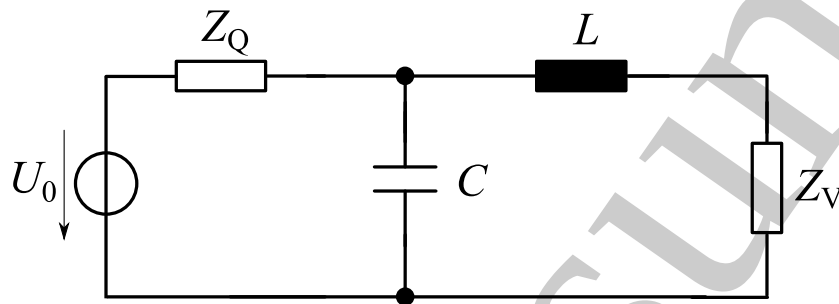
Tiefpass-Filter

Aufgabe 5

(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (37,5 + j25) \Omega$ so an die Quellimpedanz $Z_Q = (25 + j60) \Omega$ angepasst werden, dass die maximal mögliche Leistung von der Quelle zur Last übertragen wird.



- a) Bestimmen Sie für eine Speisefrequenz von $f = 10 \text{ MHz}$ die Werte für die Elemente L und C des Anpassnetzwerks.

(5 P.)

Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smith-Chart ($Z_B = 25 \Omega$) und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 25\Omega$ und das Smith-Chart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1,5 + j1$$

$$Z_Q/Z_B = 1 + j2,4$$

Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastimpedanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zielimpedanz der Transformation ist $Z_Q^*/Z_B = 1 - j2,4$.

Zunächst werden im Smith-Chart die möglichen Impedanztransformationen durch die beiden Elemente eingezeichnet:

Induktivität L

- Transformation der Lastimpedanz entlang des $R/Z_B = 1,5$ -Kreises im Uhrzeigersinn

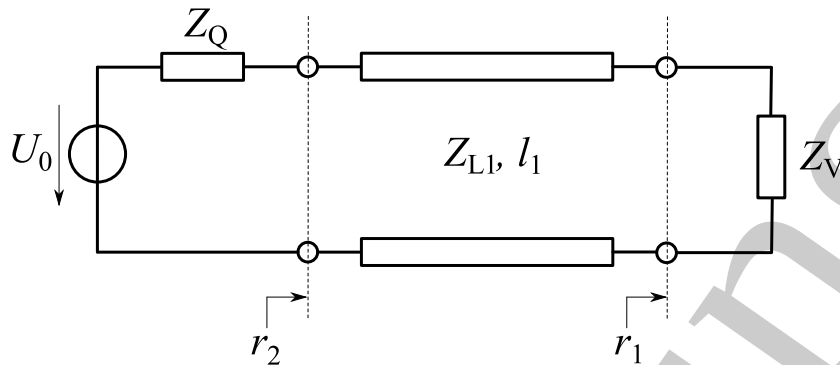
Kapazität C

- Transformation entlang des $G/Z_B = 0,14$ -Kreises im Uhrzeigersinn

Aus dem Schnittpunkt der beiden Kreise ergibt sich:

- Aus dem Diagramm lässt sich $X_L/Z_B \approx 1,9$ ablesen
 $\rightarrow X_L/Z_B = \omega L/Z_B \approx 1,9 \quad \Rightarrow L \approx 756 \text{ nH}$
- Auf Grund der Widerstandsform des Smith-Charts muss der Wert für B_C über eine Hilfskonstruktion durch Spiegelung am Ursprung abgelesen werden: $B_C Z_B \approx 0,635$
 $\rightarrow B_C Z_B = \omega C Z_B \approx 0,635 \quad \Rightarrow C \approx 404 \text{ pF}$

Gegeben sei das abgebildete Netzwerk, das aus einer Lastimpedanz $Z_V = 250 \Omega$, einer Quellimpedanz $Z_Q = 10 \Omega$ und einer Anpassleitung mit $Z_{L1} = 50 \Omega$ und $l_1 = \lambda/4$ besteht.



- b) Zeichnen Sie die Impedanztransformation durch die Anpassleitung in ein Smith-Diagramm ein. Bestimmen Sie aus dem Smithdiagramm die Reflexionsfaktoren r_1 und r_2 . (3 P.)

Durch Ablesen aus dem Smith-Chart ergibt sich

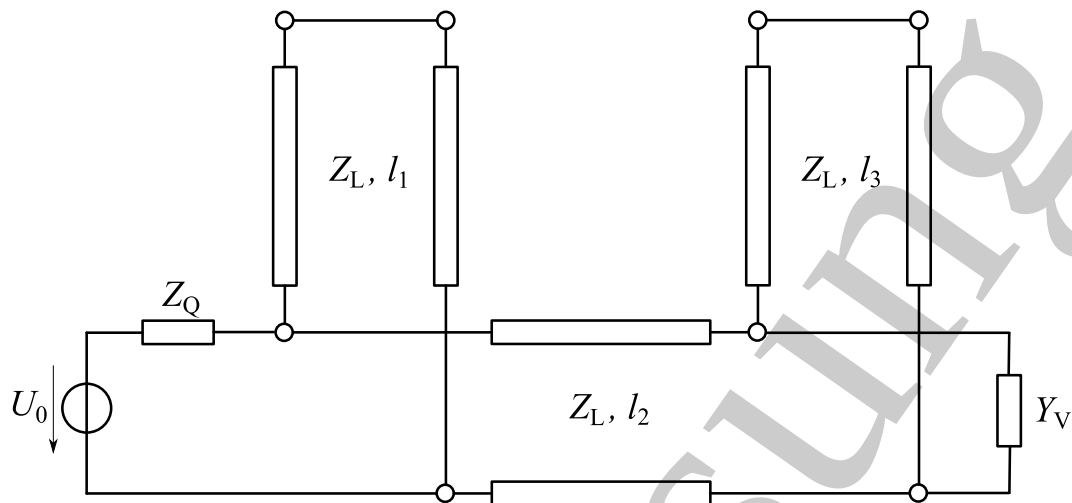
$$r_1 = \frac{2}{3}$$

$$r_2 = -\frac{2}{3}$$

- c) Entsteht auf der $\lambda/4$ -Leitung eine stehende Welle? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 P.)

Die Leitung ist nicht mit ihrem Leitungswellenwiderstand abgeschlossen ($Z_V \neq Z_{L1}$), deshalb entsteht auf der Leitung eine stehende Welle.

Die unten gezeigte Leitungsanordnung wird dazu genutzt, die Lastadmittanz $Y_V = (0,01 - j0,006) \text{ S}$ an den Quellwiderstand $Z_Q = 250 \Omega$ anzupassen. Die kurzgeschlossene Stichleitung 3 besitzt die Länge $l_3/\lambda = 0,134$. Alle drei Leitungen weisen einen Wellenwiderstand von $Z_L = 100 \Omega$ auf.



- d) Bestimmen Sie mithilfe des Smith-Charts die Längen l_1/λ und l_2/λ so, dass die Lastadmittanz optimal an den Quellwiderstand angepasst ist. Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformations-elementen muss klar erkennbar sein.

(8 P.)



Für die Lösungsskizze wird aufgrund der parallelen Stichleitungen das Smith-Chart in Leitwertform gewählt. Aufgrund des Wellenwiderstands $Z_L = 100 \Omega$ der Leitungen wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 100 \Omega$ gewählt. Dementsprechend ergeben sich

$$Y_V Z_B = 1 - j0,6$$

$$Y_Q^* Z_B = 0,4$$

1. Transformation durch Leitung 3

- Leitung 3 ist eine kurzgeschlossene, parallele Stichleitung und erzeugt deshalb einen Blindleitwert B_{L3} .
Durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_3/\lambda = 0,134$ ergibt sich $jB_{L3}Z_B \approx -j0,89$.
- Die Lastadmittanz Y_V wird dementsprechend auf dem $GZ_B = 1$ -Kreis gegen den Uhrzeigersinn transformiert auf $Y_1 Z_B = 1,0 - j1,45$.

2. Transformation durch Leitung 2

- $Y_1 Z_B$ wird durch Leitung 2 um den Mittelpunkt im Uhrzeigersinn gedreht auf $Y_2 Z_B$. Die Länge der Drehung ist zunächst noch unbekannt.

3. Transformation durch Leitung 1

- Leitung 1 ist eine kurzgeschlossene, parallele Stichleitung und erzeugt deshalb einen Blindleitwert B_{L1} .
 Y_2 muss durch diese parallele Stichleitung bzw. jB_{L1} auf dem $|GZ_B| = 0,4$ -Kreis auf Y_Q^* transformiert werden.
- $Y_2 Z_B$ muss gleichzeitig auf dem $|GZ_B| = 0,4$ -Kreis und dem Kreis um den Mittelpunkt durch Y_1 liegen. Aus dem Smith-Diagramm lässt sich $Y_2 Z_B = 0,4 - j0,7$ ablesen.

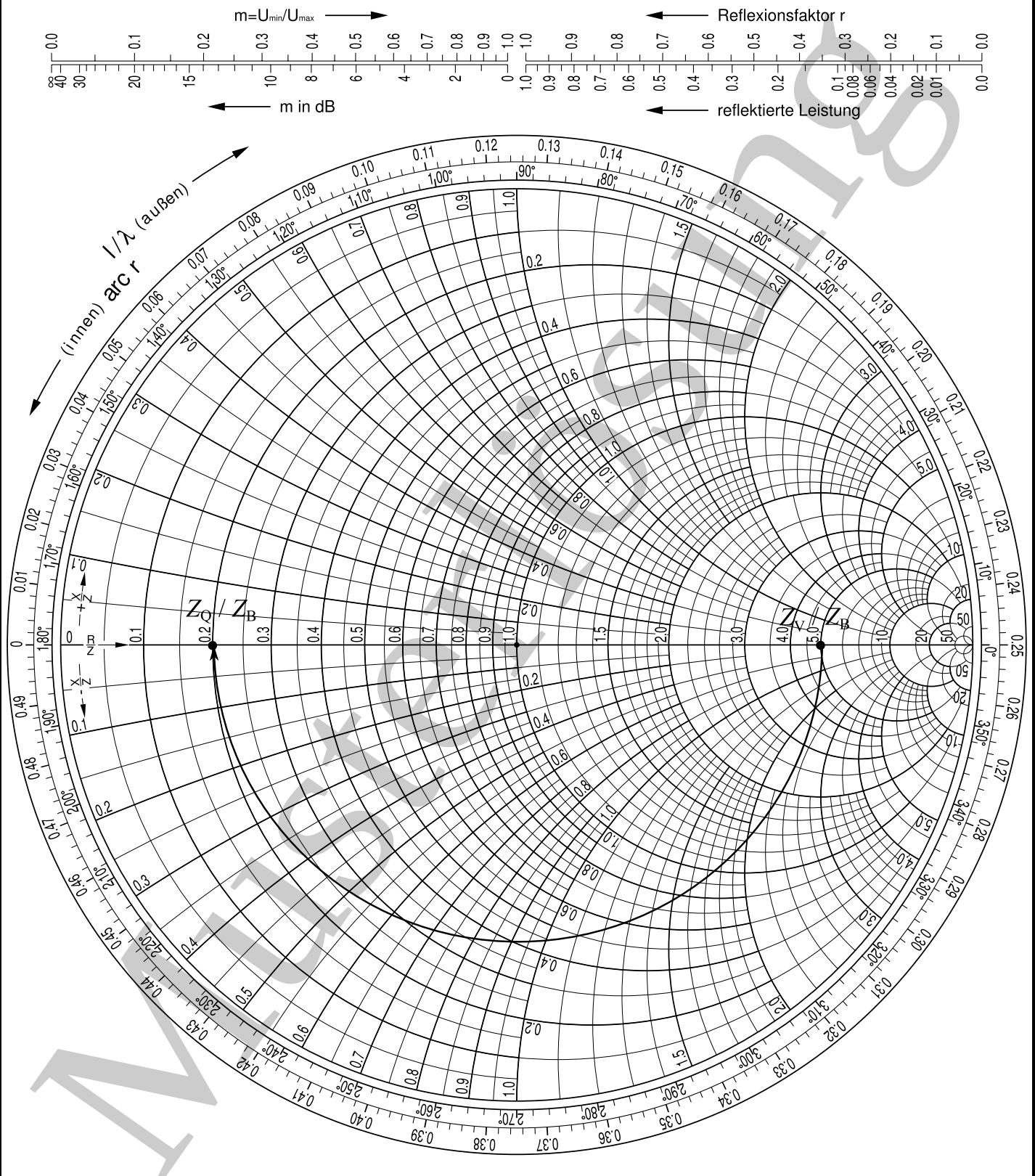
4. Bestimmung der Leitungslängen

- An der äußeren Skala lässt sich ablesen, dass Leitung 2 eine Länge von $l_2/\lambda = 0,144 - 0,075 = 0,069$ aufweisen muss.
- Die parallele Stichleitung 1 muss eine normierte Admittanz von $jB_{L1}Z_B = Y_Q^* Z_B - Y_2 Z_B = 0,4 - (0,4 - j0,7) = j0,7$ aufweisen. Durch Ablesen an der äußeren Hilfsskala kann dadurch die Länge der Leitung 1 bestimmt werden zu $l_1/\lambda = 0,3475$.

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

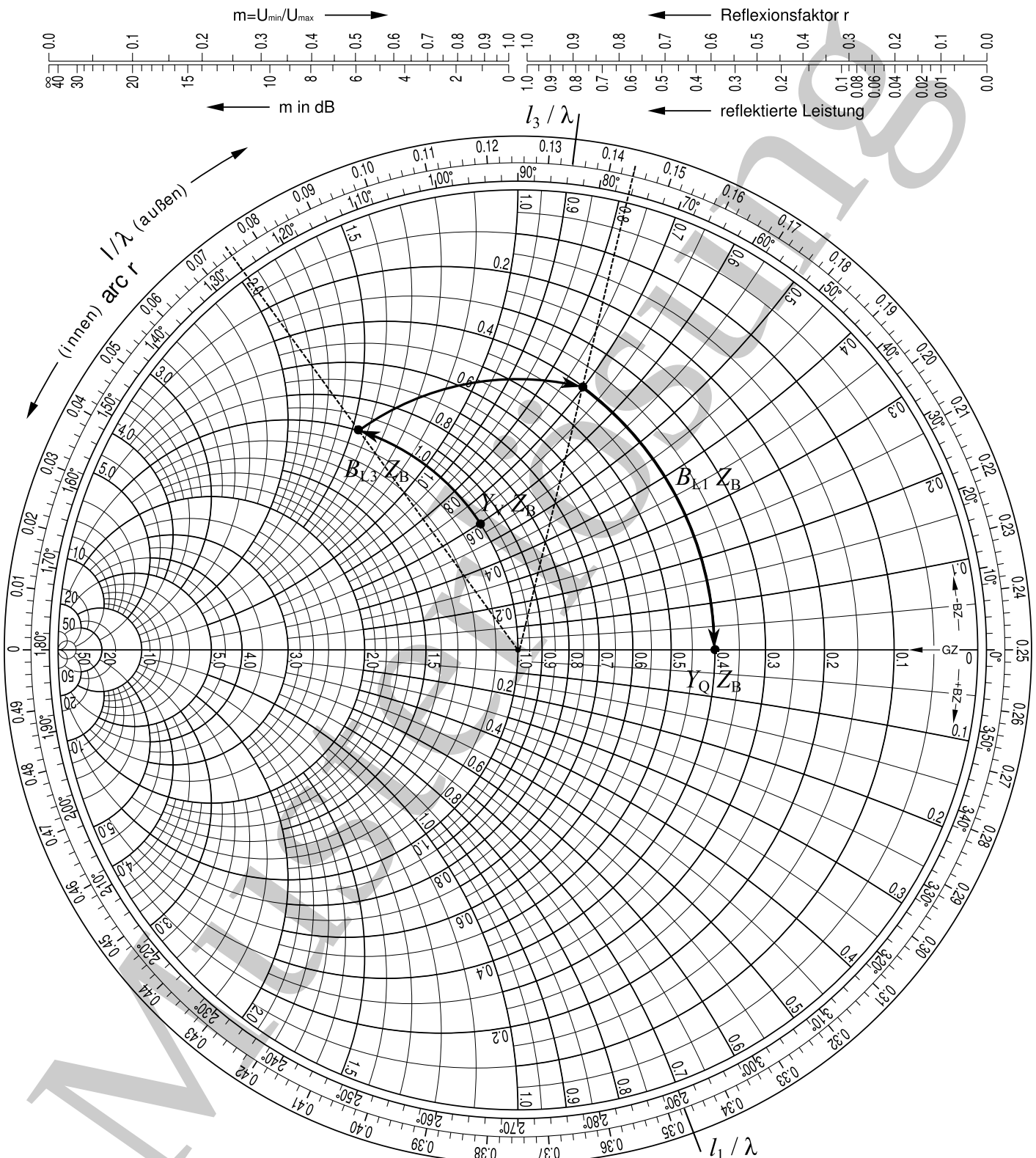
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5d

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

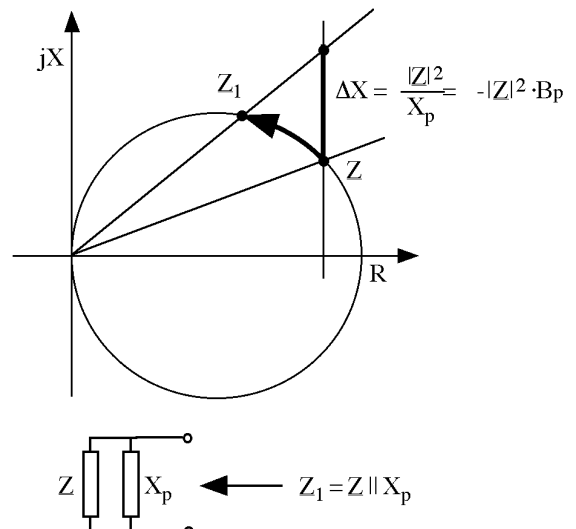


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

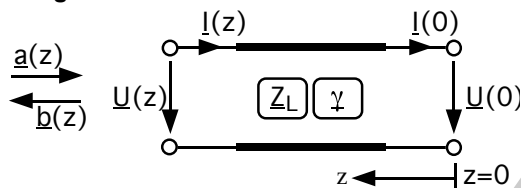
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma} l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma} l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \quad \alpha=0$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

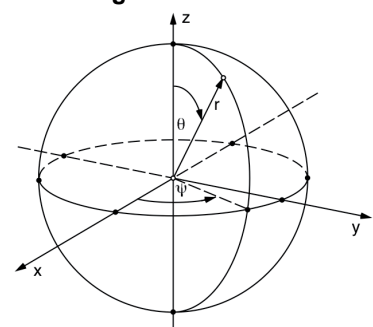
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}