

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	16	17	18	17
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter und grüner Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 30 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) bzw. im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

- a) Wie ist der Wellenwiderstand definiert? Geben Sie zusätzlich die Formel zur Berechnung aus Leitungsparametern an.

(2 P.)

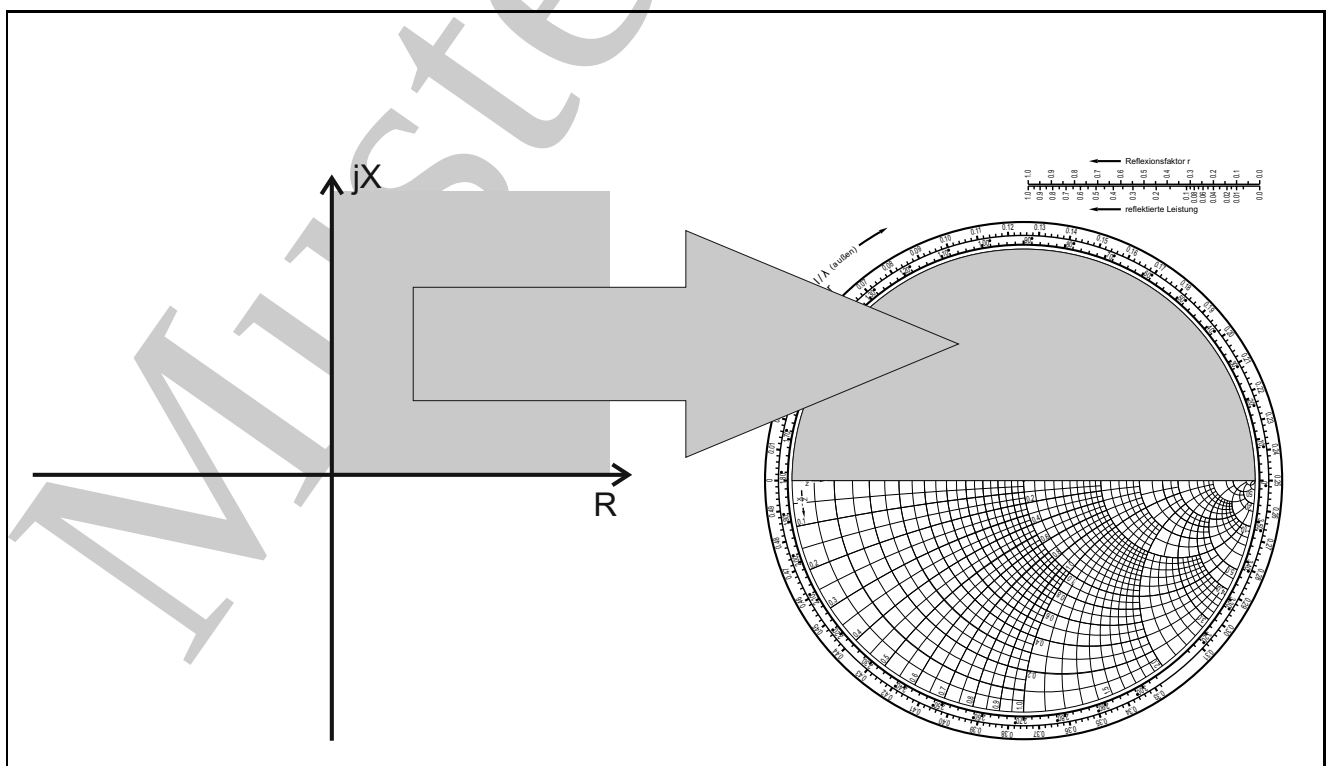
☐

$$Z_L = \frac{U_H}{I_H} = \frac{U_R}{I_R} = \frac{j\omega L' + R'}{\gamma} = \sqrt{\frac{j\omega L' + R'}{j\omega C' + G'}} \text{ Formel vom Formelblatt.}$$

Definition: Verhältnis von Spannung und Strom der hin und rücklaufenden Welle.

- b) Markieren Sie im Smithdiagramm den in der Widerstandsebene markierten Bereich.

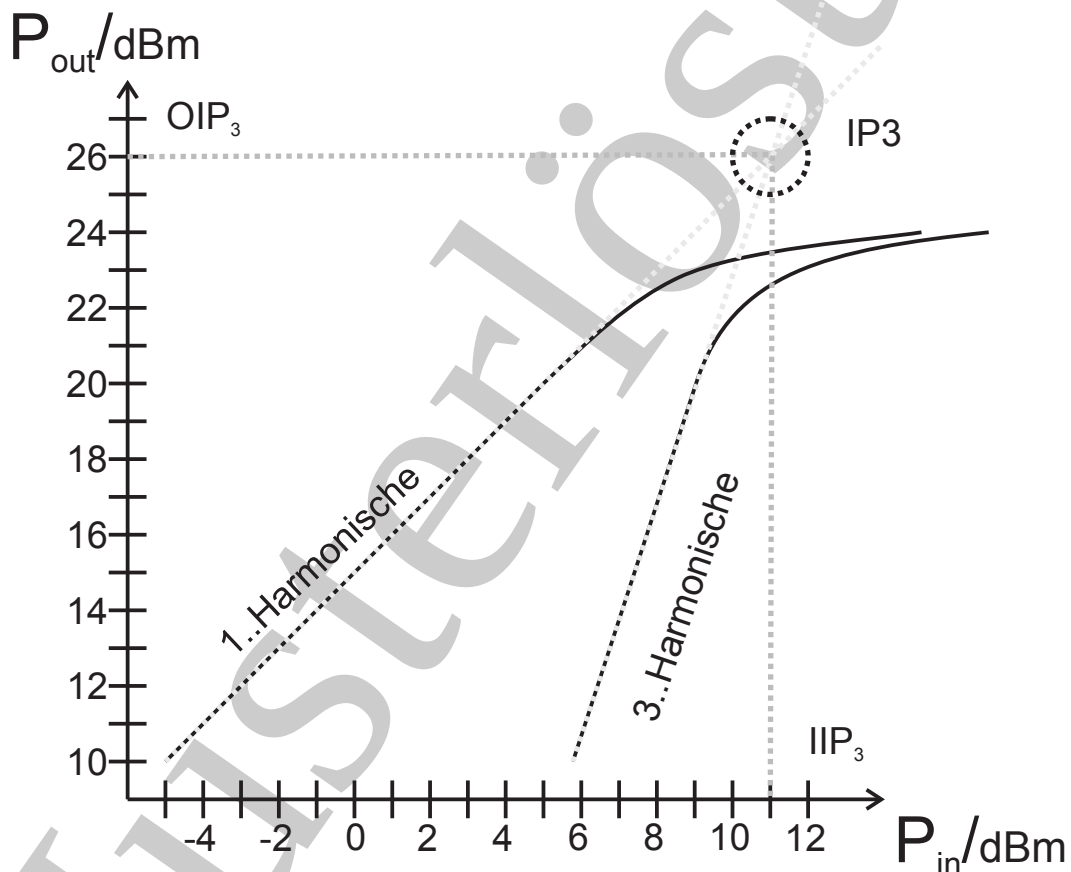
(1 P.)

☐

c) Bei einem Verstärker wurden die Ausgangsleistung der 1. und 3. Harmonischen über der Eingangsleistung vermessen. (3 P.)

- Wie groß ist die lineare Verstärkung des Verstärkers?
- Zeichnen Sie den „Third Intercept Point (IP3)“ in das in der Aufgabenstellung gegebene Diagramm ein.
- Wie groß ist der „Third Input Intercept Point (IIP3)“?

Zeichnen Sie alle notwendigen Informationen in das Diagramm ein. Es muss erkenntlich sein, wie Sie an Ihre Ergebnisse kommen.



Verstärkergewinn: $G = 15 \text{ dB}$

$IIP3 = 11 \text{ dBm}$

- d) Einem Empfänger mit einer Rauschzahl von 13 dB und einer Verstärkung von 30 dB soll zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ein Verstärker vorgeschaltet werden. Wählen Sie aus der folgenden Tabelle den geeignetsten Verstärker aus. Begründen Sie die Auswahl und geben Sie die sich ergebende Gesamt-Rauschtemperatur in Kelvin an.

(5 P.)



Verstärker	Verstärkung	Rauschzahl
A	23 dB	4 dB
B	17 dB	3 dB
C	13 dB	3 dB

Verstärker C kann direkt ausgeschlossen werden, da er bei gleicher Rauschzahl eine geringere Verstärkung hat.

Für Verstärker A und B müssen jeweils die Rauschzahlen berechnet und verglichen werden.

In Lineare Werte umrechnen:

Verstärkung Empfänger: 1000 (linear)

Rauschzahl Empfänger: 20 (linear)

Verstärkung A: 200 (linear)

Rauschzahl A: 2,51 (linear)

Verstärkung B: 50 (linear)

Rauschzahl B: 2 (linear)

Mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl:

Rauschzahl Gesamt mit A: 2,605 (linear)

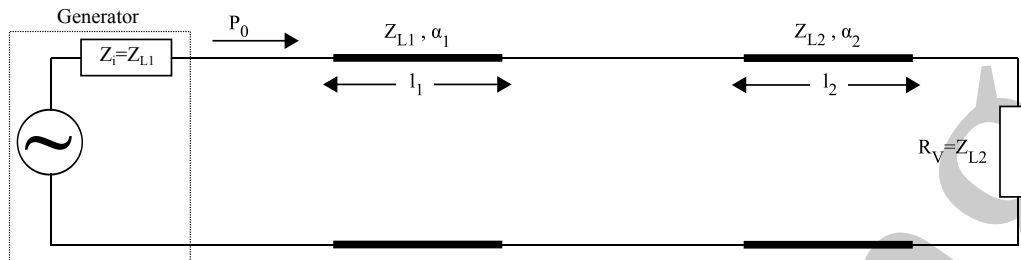
Rauschzahl Gesamt mit B: 2,38 (linear)

Mit Verstärker B bekommt man die geringste Gesamt-Rauschzahl und somit das beste Signal-zu-Rauschverhältnis. Die Gesamttrauschzahl beträgt 2,38 dB.

Mit $T_e = T_0(F - 1)$ ergibt sich eine Rauschtemperatur von 400,2 K

- e) Ein Generator speist die Leitungskonfiguration mit einer Leistung P_0 . Über zwei schwach verlustbehaftete Leitungen der Längen l_1 und l_2 wird ein reeller Verbraucher R_V angeschlossen.

(6 P.)



$$\begin{aligned} Z_{L1} &= 50 \, \Omega, & \alpha_1 &= 0,2 \, \text{dB/m}, & l_1 &= 15 \, \text{m} \\ Z_{L2} &= 150 \, \Omega, & \alpha_2 &= 1,2 \, \text{dB/m}, & l_2 &= 5 \, \text{m} \\ P_0 &= 1 \, \text{W}, & f &= 300 \, \text{MHz} \end{aligned}$$

- Wie viel Leistung erreicht den Verbraucher?
- Wie viel Leistung wird in Leitung 1 verbraucht?
- Wie groß ist $|S_{11}|$ der Gesamtschaltung in dB?

Hinweis: Für diese Aufgabe benötigen Sie kein Smithdiagramm.

Zuerst Reflexionsfaktor an Leitungsverbindung ausrechnen:
 l_2 transformiert Z_V nicht.

$$r = \frac{Z_{L2} - Z_{L1}}{Z_{L2} + Z_{L1}} \rightarrow |r| = 0,5$$

$\Rightarrow 25\%$ ($= |r|^2$) der Leistung wird reflektiert.

Leitung 1:

Leistung am Leitungsende: $P_{1H}(l_1) = P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1}$

am Leitungsübergang reflektiert: $P_{1R}(l_1) = |r_1|^2 \cdot P_{1H}(l_1)$

Verlustleistung der hinlaufenden Welle: $\Delta P_{1H} = P_{1H}(0) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

Verlustleistung der rücklaufenden Welle: $\Delta P_{1R} = P_{1R}(l_1) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

gesamte Verlustleistung: $\Delta P_1 = \Delta P_{1H} + \Delta P_{1R} = P_0 \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1}) [1 + |r_1|^2 e^{-2\alpha_1 l_1}]$

In Leitung 2 auftretende Verlustleistung:

eingespeiste Leistung in Leitung 2: $P_{2H}(0) = (1 - |r_1|^2) \cdot P_{1H}(l_1)$

dem Verbraucher zugeführte Leistung P_W : $P_W = (1 - |r_1|^2) P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} \cdot e^{-2\alpha_2 l_2}$

Umrechnung von α in dB/m $\rightarrow \alpha$ in $\frac{1}{m}$: $\frac{\alpha}{\text{dB/m}} = 8,69 \frac{\alpha}{1/\text{m}}$

Zahlenwerte:

Leitung 1: $\alpha_1 = 0,2 \text{ dB/m}$, $l_1 = 15 \text{ m} \rightarrow -3 \text{ dB} \hat{=} \frac{1}{2}$

Leitung 2: $\alpha_2 = 1,2 \text{ dB/m}$, $l_2 = 5 \text{ m} \rightarrow -6 \text{ dB} \hat{=} \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Leistung am Ende der Leitung 1: $P_{1H} = P_0/2 = 500 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung: $P_{1R} = P_0/2 \cdot |r|^2 = 125 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung an Generator: $P_R = P_{1R}/2 = 62,5 \text{ mW}$

$\Rightarrow$ in Leitung 1 verbrauchte Leistung: $\Delta P_1 = P_{1R}/2 + P_0/2 = 562,5 \text{ mW}$

Leistung an Verbraucher: $P_W = P_{1H} \cdot (1 - |r|^2)/4 = 93,75 \text{ mW}$

Am Eingang reflektierte Leistung:

$$|r_{\text{ein}}|^2 = \frac{P_R}{P_0}$$

$$|r_{\text{ein}}| = 0,25 \Rightarrow |S_{11}| = 20 \cdot \log_{10} 0,25 = -12 \text{ dB}$$

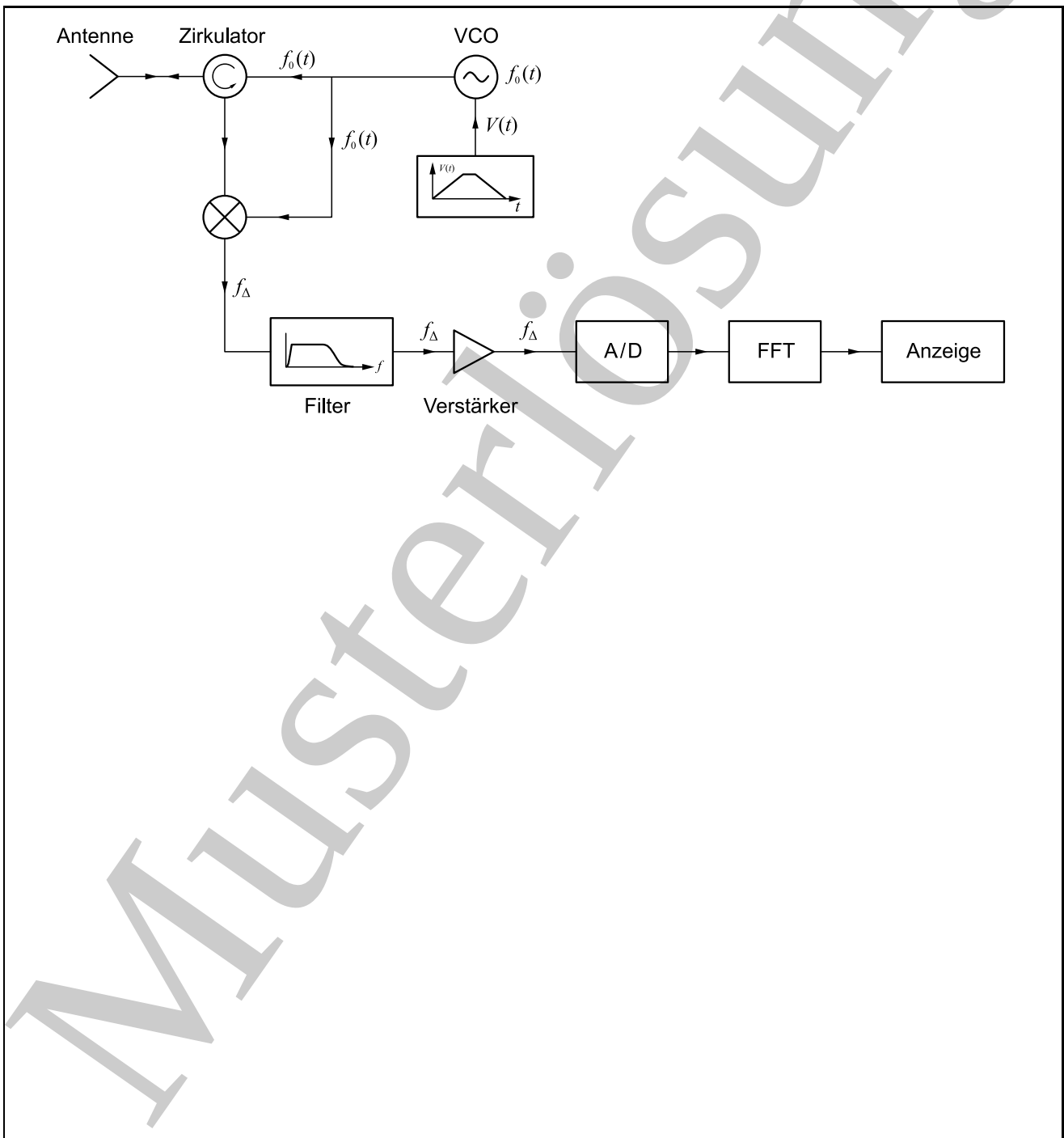
Aufgabe 2

(gesamt 16 Punkte)

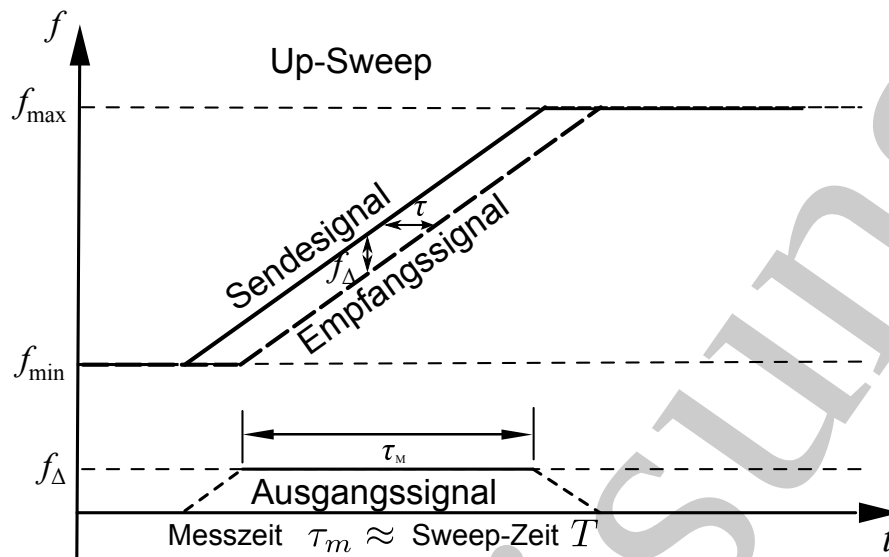
Radar

- a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen FMCW Radars in ein Blockschaltbild.

(4 P.)



- b) Das FMCW-Radar soll nun bei einer Entfernung von 1 m und 2 m mit einer Messzeit von 1 ms in Luft messen. Die Bandbreite des Radars beträgt 1 GHz. Bei welchen Frequenzen befinden sich die Zwischenfrequenzsignale? (2 P.)

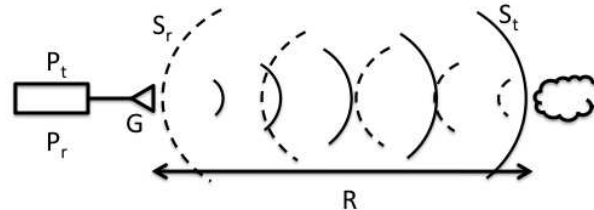


$$f_{r,1m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2 \cdot r_{1m}}{c_0} = 6,67 \text{ kHz}$$

$$f_{r,2m} = \frac{B}{T} \cdot \frac{2 \cdot r_{2m}}{c_0} = 13,34 \text{ kHz}$$

- c) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(5 P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- d) Das FMCW-Radar sendet bei einer Frequenz von 24 GHz mit einer Leistung von 10 dBm über eine Antenne mit 20 dBi. Berechnen Sie die Empfangsleistung einer Einzelmessung am Radar für eine Entfernung von 1 m und 2 m in dBm, wenn das Zielobjekt ein RCS von 10 m^2 besitzt.

(2 P.)



Empfangsleistung aus Radargleichung mit Sendeleistung und Antennengewinn linear:

$$P_{t,\text{lin}} = 10 \text{ mW}$$

$$G_{\text{lin}} = 100$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 12,49 \text{ mm}$$

$$P_{r,1\text{m}} = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = 78,61 \text{ } \mu\text{W} \hat{=} -11,05 \text{ dBm}$$

$$P_{r,2\text{m}} = 4,91 \text{ } \mu\text{W} \hat{=} -23,09 \text{ dBm}$$

- e) Zeichnen Sie das Empfangssignal im Basisband vor dem A/D-Wandler des FMCW-Radars unter Annahme eines 50Ω -Systems für eine Entfernung von 1 m und 2 m in eine einzige Grafik. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(3 P.)



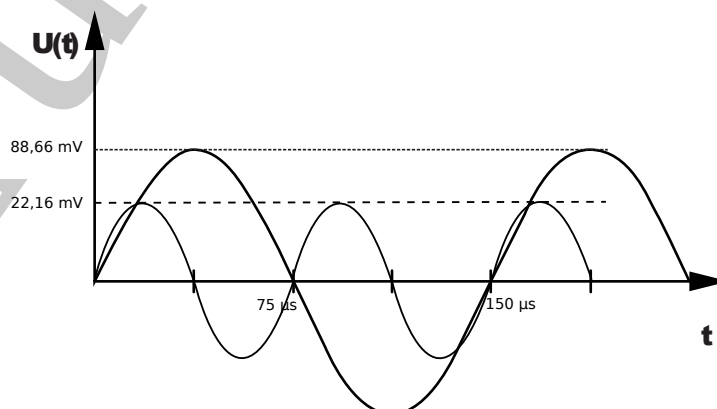
Hinweis: Benutzen Sie die Aufgabenteile b) und d) zur Lösung.

$$\hat{U}_{r,1\text{m}} = \sqrt{78,61 \text{ } \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 88,66 \text{ mV}$$

$$\hat{U}_{r,2\text{m}} = \sqrt{4,91 \text{ } \mu\text{W} \cdot 50 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 22,16 \text{ mV}$$

$$T_{r,1\text{m}} = \frac{1}{6,67 \text{ kHz}} \approx 150 \text{ } \mu\text{s}$$

$$T_{r,2\text{m}} = \frac{1}{13,34 \text{ kHz}} \approx 75 \text{ } \mu\text{s}$$

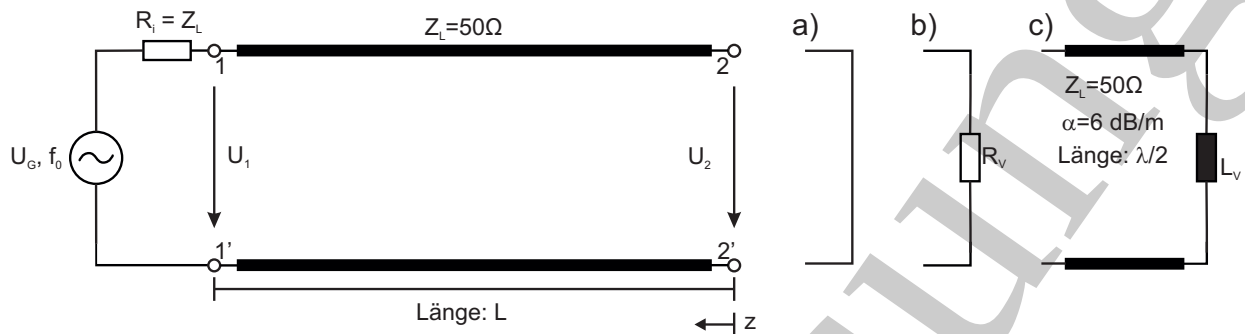


Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung. Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz $f_0 = 300 \text{ MHz}$.

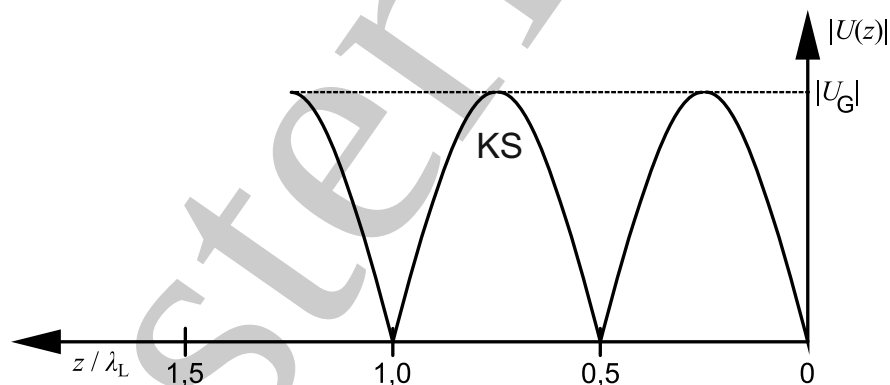


- a) Die Klemme 2 sei kurzgeschlossen.

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Messleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(4 P.)

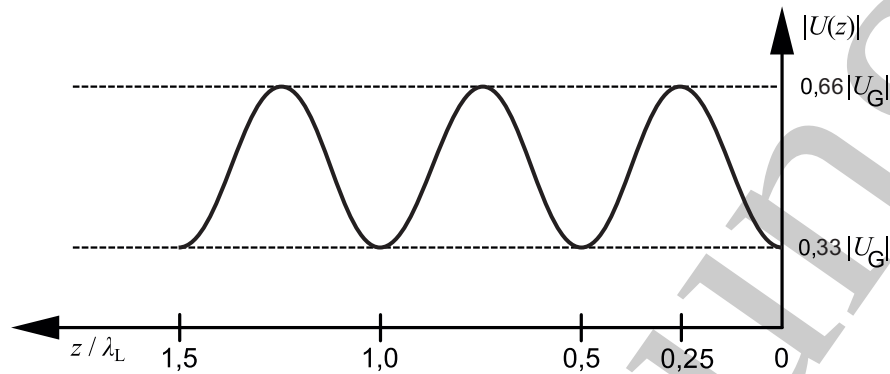
Wie in der Aufgabenstellung beschrieben gilt der Verlauf im Kurzschlussfall:



- b) Die Klemme 2 sei mit dem Widerstand $R_V = 25 \Omega$ abgeschlossen.

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Messleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

(4 P.)



$$R_V = 25 \Omega = \frac{1}{2} Z_L$$

$$r(0) = \frac{\frac{1}{2} Z_L - Z_L}{\frac{1}{2} Z_L + Z_L} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow |U(z)| = \frac{1}{2} |U_G| \cdot \left| 1 - \frac{1}{3} e^{-j4\pi \frac{z}{\lambda}} \right|$$

- c) Die Klemme 2 sei mit der Spule $L_V = 26,53 \text{ nH}$ und einer verlustbehafteten Leitung ($Z_L = 50 \Omega$, Länge $= \lambda/2$ und $\alpha = 6 \text{ dB/m}$ abgeschlossen.

(6 P.)

Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Messleitung für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms!

Die Impedanz der Spule beträgt $Z_{\text{Spule}} = j\omega L_V \approx j50 \Omega$, und der entsprechende Reflexionsfaktor ergibt sich zu

$$r_L = \frac{j\omega L_V - Z_L}{j\omega L_V + Z_L} = j$$

Durch die verlustbehaftete Leitung der Länge $l_2 = \lambda/2 = 1 \text{ m}$ wird der Reflexionsfaktor wie folgt transformiert:

$$r_V = r(z=0) = r_L e^{-2\gamma l_2} = r_L e^{-2\alpha l_2} \approx j0,251$$

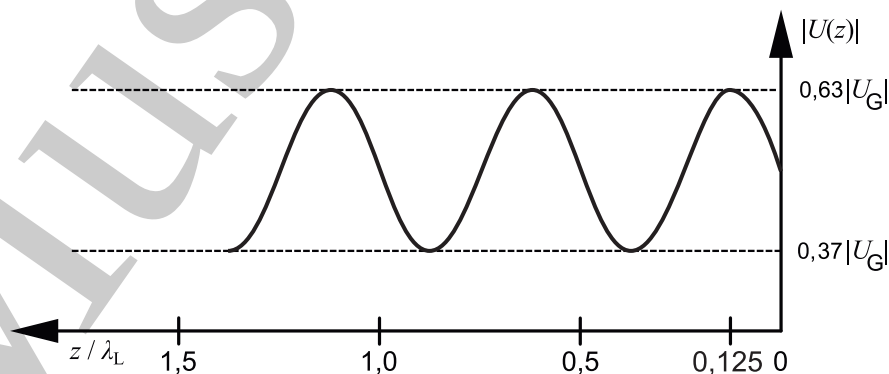
Hinweis: Aufgrund der Leitungslänge $\lambda/2$ bleibt die Phase des Reflexionsfaktors erhalten und der Betrag wird um den Faktor 0,251 verringert ($0,251 \approx 10^{-\frac{6}{10}}$).

Da $Z_G = Z_L$ gilt allgemein:

$$\begin{aligned} |U_H(z)| &= \frac{|U_G|}{2} \Rightarrow |U_R(z)| = |U_H(z)| |r(z)| = 0,251 \frac{|U_G|}{2} \\ \Rightarrow U_{\max} &= |U_H(z)| + |U_R(z)| = \frac{|U_G|}{2} (1 + 0,251) = 0,63 |U_G| \\ U_{\min} &= |U_H(z)| - |U_R(z)| = \frac{|U_G|}{2} (1 - 0,251) = 0,37 |U_G| \end{aligned}$$

Phasenbedingung für Minima:

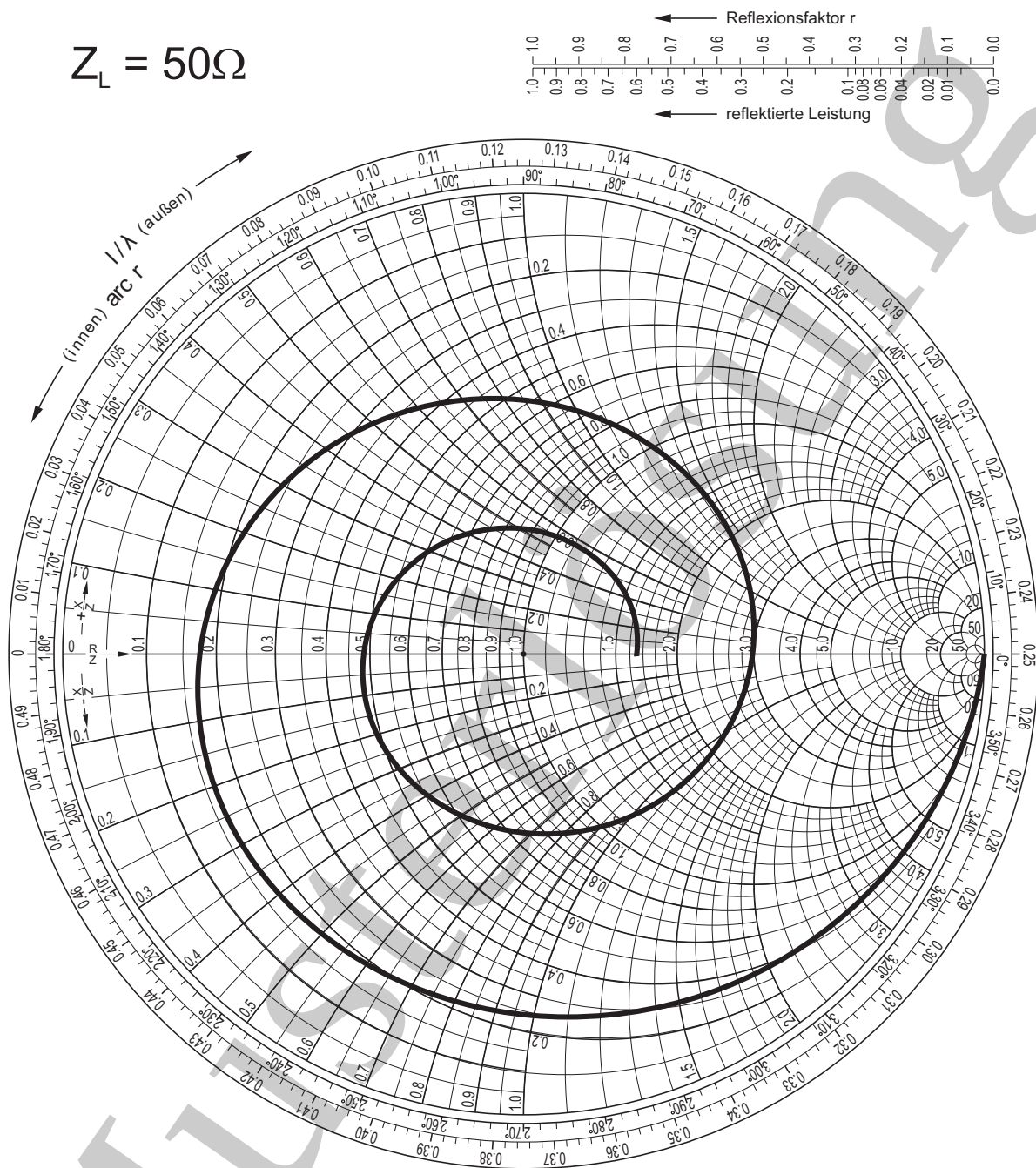
$$\begin{aligned} \arg(r_V) - 4\pi \frac{z_{\min}}{\lambda} &= \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \frac{z_{\min}}{\lambda} &= -0,125 - \frac{n}{2} \end{aligned}$$



- d) Im nachfolgenden Smith-Chart wurde der Reflexionsfaktor einer verlustbehafteten Luftleitung ($\epsilon_r = 1$) für unterschiedliche Leitungslängen ($l = 0 \dots L_{\max}$) und konstante Frequenz ($f = 300 \text{ MHz}$) aufgetragen.

(3 P.)

$$Z_L = 50 \Omega$$



1. Leerlauf, da $\gamma(l=0) = 1$

2. Da das S.D. insgesamt zweimal vollständig umlaufen wird, ist die maximale, vermessene Leitungslänge:

$$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda = c_0/f = \underline{1 \text{ m}}.$$

3. Durch Ablesen des Betrags des Reflexionsfaktors lässt sich bestimmen, dass dieser nach der Leitungslänge $l = 1 \text{ m}$ auf ein Viertel abgefallen ist. Dies bedeutet, dass die Leistung nach zweimaligem Durchlaufen (hin und zurück) der Leitung um $\frac{1}{16}$ pro $2 \cdot 1 \text{ m} = 2 \text{ m}$ abnimmt:

$$G = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{16} \right) / 2 \text{ m} = -6 \text{ dB/m}$$

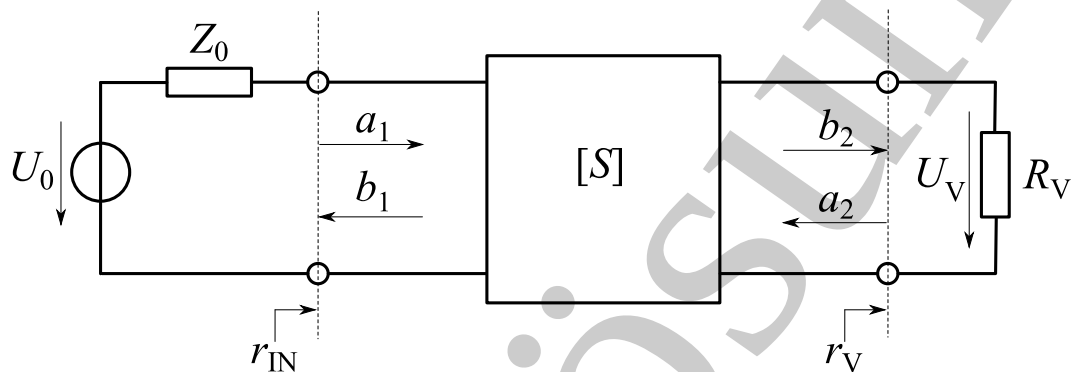
$$\Rightarrow A = -G = \underline{6 \text{ dB/m}}$$

Aufgabe 4

(gesamt 18 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

Das unten gezeigte Zweitor wird durch die Streumatrix $[S] = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 \\ 8 & 0,3 \end{pmatrix}$ beschrieben. Der Bezugswiderstand für die Streuparameter ist $Z_0 = 50 \Omega$. Das Zweitor wird so gespeist, dass sich $a_1 = 1 \sqrt{W}$ ergibt. Der Lastwiderstand beträgt $R_V = 100 \Omega$.



- a) Berechnen Sie den Wert der Streuvariablen b_2 in obiger Anordnung.

(4 P.)

$$r_V = \frac{a_2}{b_2} = \frac{R_V - Z_0}{R_V + Z_0} = \frac{1}{3}$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 + S_{22}r_V b_2$$

$$b_2(1 - S_{22}r_V) = S_{21}a_1$$

$$\Rightarrow b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}r_V} a_1 = 8,89 \sqrt{W}$$

- b) Ermitteln Sie die von R_V aufgenommene Wirkleistung (in W) mithilfe des in Teil a) berechneten Wertes für b_2 .

(2 P.)



$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_V|^2) = 35,13 \text{ W}$$

- c) Berechnen Sie die komplexe Spannungsamplitude U_V , die in obiger Anordnung über dem Lastwiderstand R_V abfällt.

(2 P.)



$$U_V = \sqrt{Z_0} (b_2 + a_2) = \sqrt{Z_0} b_2 (1 + r_V) = 83,82 \text{ V}$$

- d) Ermitteln Sie nun die von R_V aufgenommene Wirkleistung (in W) mithilfe der in Teil c) berechneten Spannung U_V .

(2 P.)



$$P_V = \frac{|U_V|^2}{2R_V} = 35,13 \text{ W}$$

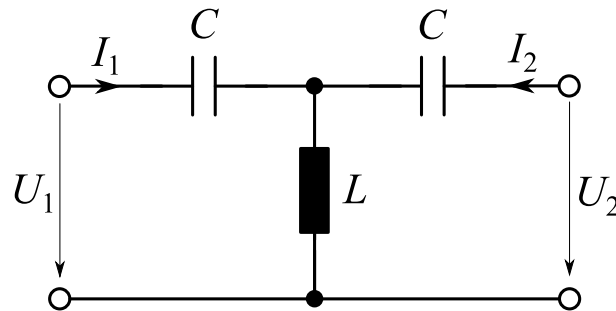
- e) Leiten Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{IN} als Funktion von r_{V} und den S -Parametern des Zweitors her.

(3 P.)



$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{a_2}{r_{\text{V}}} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \\ b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \\ \Rightarrow r_{\text{IN}} &= \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_{\text{V}}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} \end{aligned}$$

Gegeben sei folgendes Zweitor.



f) Bestimmen Sie die Z -Parameter des Zweitors.

(4 P.)



$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = Z_{22}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = j\omega L = Z_{21}$$

g) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei obigem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

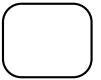
(1 P.)



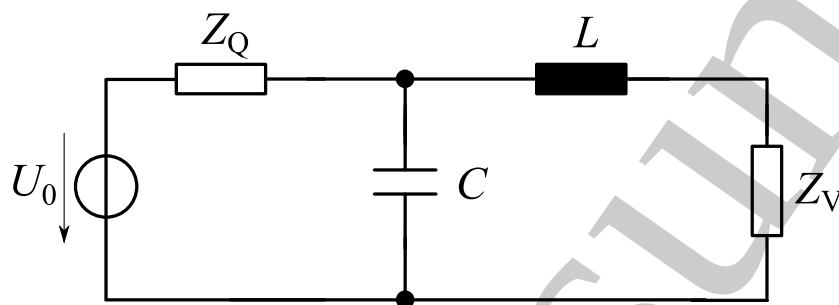
Hochpass-Filter

Aufgabe 5

(gesamt 17 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (37,5 + j25) \Omega$ so an die Quellimpedanz $Z_Q = (25 + j60) \Omega$ angepasst werden, dass die maximal mögliche Leistung von der Quelle zur Last übertragen wird.



- a) Bestimmen Sie für eine Speisefrequenz von $f = 1 \text{ MHz}$ die Werte für die Elemente L und C des Anpassnetzwerks.

(5 P.)

Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart ($Z_B = 25 \Omega$) und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 25 \Omega$ und das Smithchart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1,5 + j1$$

$$Z_Q/Z_B = 1 + j2,4$$

Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastimpedanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zielimpedanz der Transformation ist $Z_Q^*/Z_B = 1 - j2,4$.

Zunächst werden im Smith-Chart die möglichen Impedanztransformationen durch die beiden Elemente eingezeichnet:

Induktivität L

- Transformation der Lastimpedanz entlang des $R/Z_B = 1,5$ -Kreises im Uhrzeigersinn

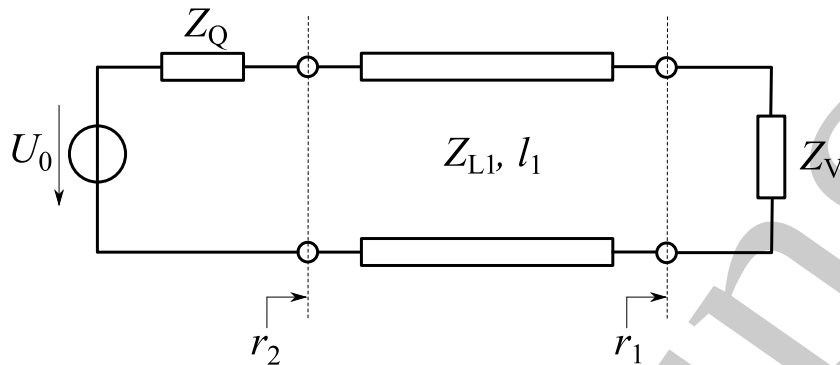
Kapazität C

- Transformation entlang des $G/Z_B = 0,14$ -Kreises im Uhrzeigersinn

Aus dem Schnittpunkt der beiden Kreise ergibt sich:

- aus dem Diagramm lässt sich $X_L/Z_B \approx 1,9$ ablesen
- damit ergibt sich: $X_L/Z_B = \omega L/Z_B \approx 1,9 \Rightarrow L \approx 7,6 \mu\text{H}$
- aufgrund der Widerstandsform des Smith-Charts muss der Wert für B_C über eine Hilfskonstruktion durch Spiegelung am Ursprung abgelesen werden: $B_C Z_B \approx 0,635$
- es ergibt sich: $B_C Z_B = \omega C Z_B \approx 0,635 \Rightarrow C \approx 4,0 \text{ nF}$

Gegeben sei das abgebildete Netzwerk, das aus einer Lastimpedanz $Z_V = 250 \Omega$, einer Quellimpedanz $Z_Q = 10 \Omega$ und einer Anpassleitung mit $Z_{L1} = 50 \Omega$ und $l_1 = \lambda/4$ besteht.



- b) Zeichnen Sie die Impedanztransformation durch die Anpassleitung in ein Smithdiagramm ein. Bestimmen Sie aus dem Smithdiagramm die Reflexionsfaktoren r_1 und r_2 . (4 P.)

Durch Ablesen aus dem Smithchart ergibt sich

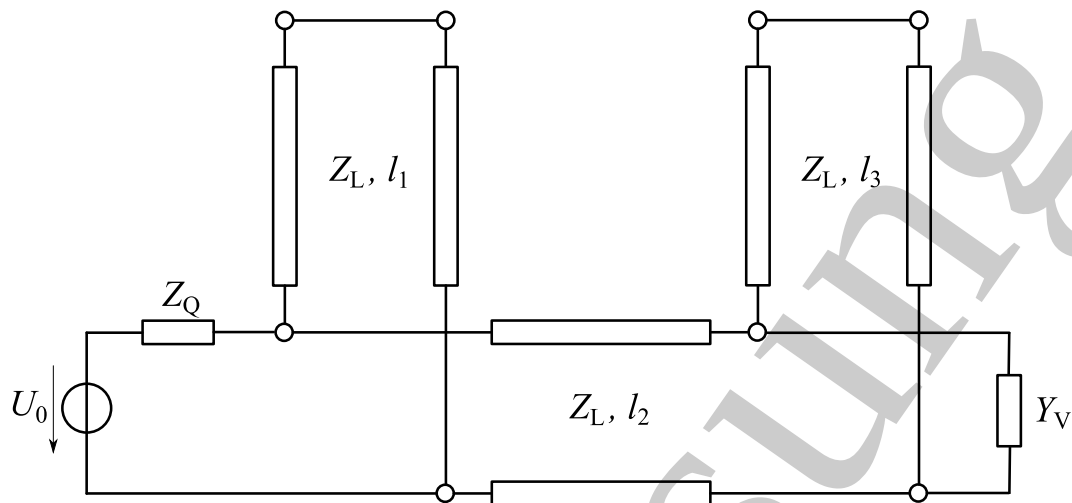
$$r_1 = \frac{2}{3}$$

$$r_2 = -\frac{2}{3}$$

- c) Entsteht auf der $\lambda/4$ -Leitung eine stehende Welle? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 P.)

Die Leitung ist nicht mit ihrem Leitungswellenwiderstand abgeschlossen ($Z_V \neq Z_{L1}$), deshalb entsteht auf der Leitung eine stehende Welle.

Die unten gezeigte Leitungsanordnung wird dazu genutzt, die Lastadmittanz $Y_V = (0,01 - j0,006) \text{ S}$ an den Quellwiderstand $Z_Q = 250 \Omega$ anzupassen. Die kurzgeschlossenen Stichleitungen besitzen die Längen $l_1/\lambda = 0,3475$ und $l_3/\lambda = 0,134$. Alle drei Leitungen weisen einen Wellenwiderstand $Z_L = 100 \Omega$ auf.



- d) Bestimmen Sie mithilfe des Smithcharts die Länge l_2/λ , sodass die Lastadmittanz optimal an den Quellwiderstand angepasst ist. Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(7 P.)



Für die Lösungsskizze wird aufgrund der parallelen Stichleitungen das Smithchart in Leitwertform gewählt. Aufgrund des Wellenwiderstands $Z_L = 100 \Omega$ der Leitungen wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 100 \Omega$ gewählt. Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastadmittanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zieladmittanz der Transformation ist Y_Q^* . Dementsprechend ergibt sich

$$Y_V Z_B = 1 - j0,6$$

$$Y_Q^* Z_B = 0,4$$

1. Transformation durch Leitung 3

- Leitung 3 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_3/\lambda = 0,134$, erhält man $B_{L3} Z_B \approx -0,89$
- die Lastadmittanz Y_V wird dementsprechend auf dem $GZ_B = 1$ -Kreis gegen den Uhrzeigersinn transformiert

2. Transformation durch Leitung 1

- Leitung 1 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_1/\lambda = 0,3475$, erhält man $B_{L1} Z_B \approx 0,7$
- durch Bewegung entlang des $GZ_B = 0,4$ -Kreises kann auf diese Weise die Admittanz am Eingang von Leitung 2 ermittelt werden

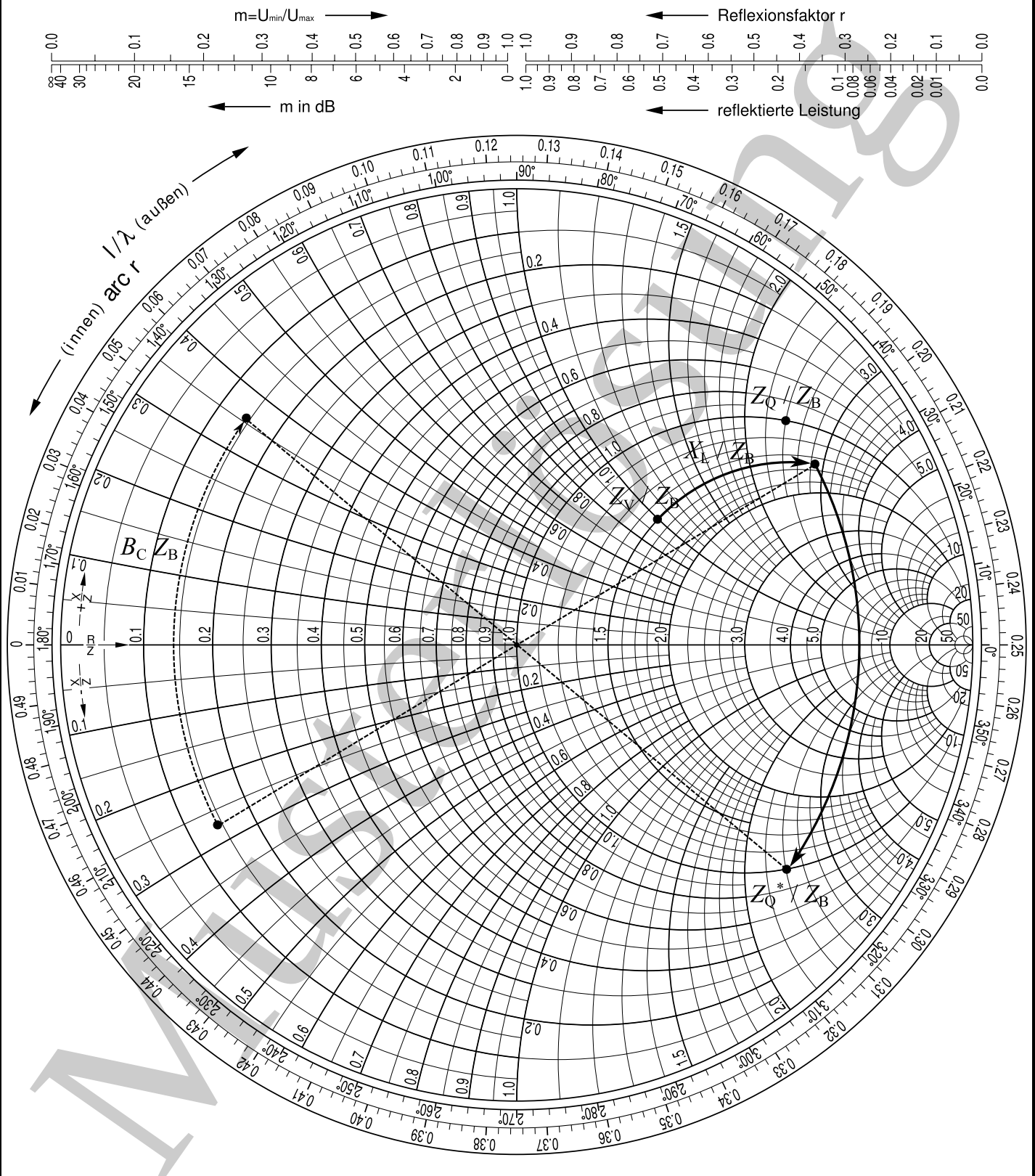
3. Transformation durch Leitung 2

- die beiden in den vorherigen Schritten ermittelten Admittanzen werden durch eine Leitungstransformation auf dem $|r| = 0,59$ -Kreis ineinander überführt
- auf der äußeren Skala des Smithcharts kann die zugehörige Leitungslänge $l_2/\lambda \approx 0,069$ abgelesen werden

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

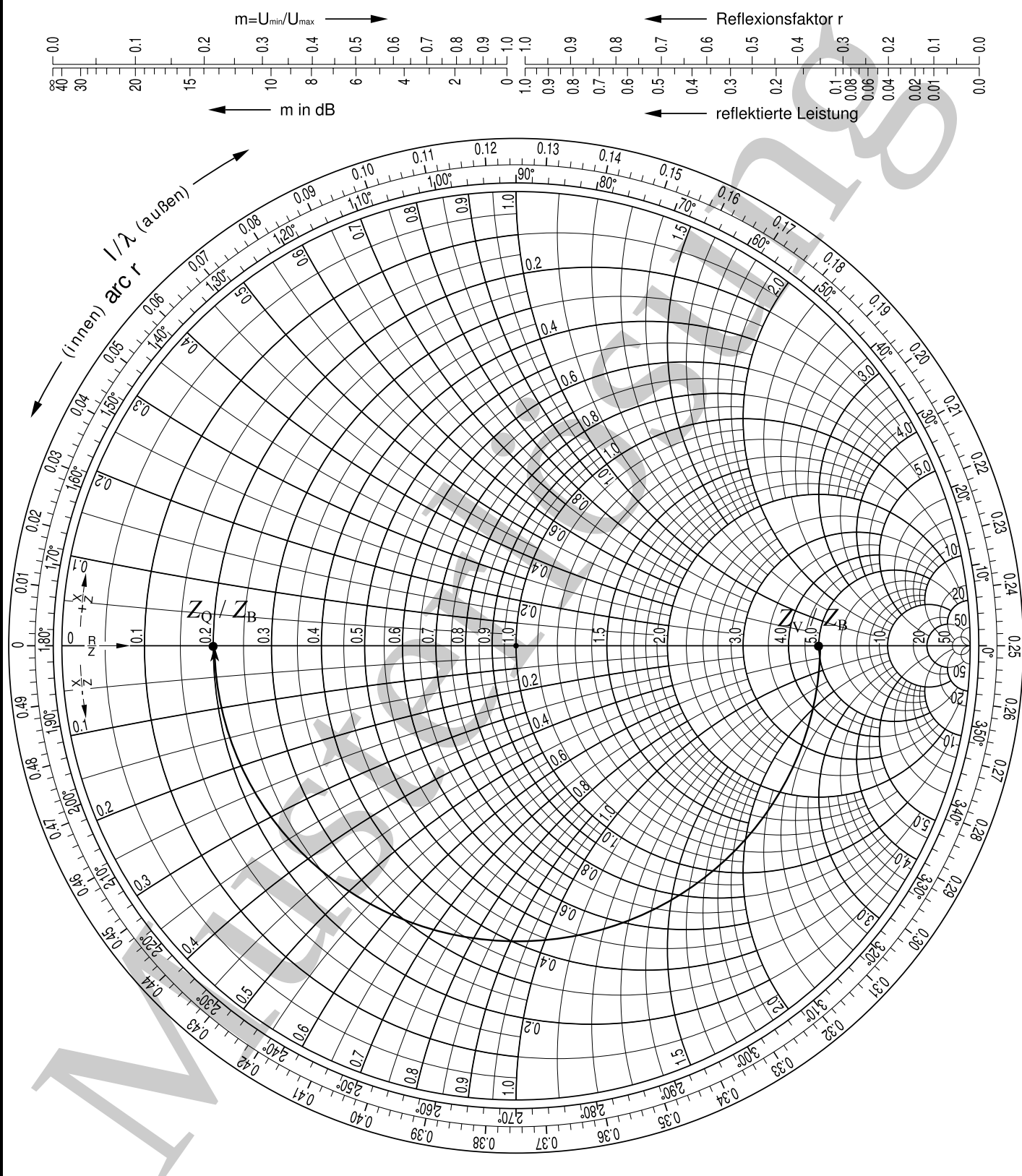
Bezugswiderstand $Z_B = 25 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

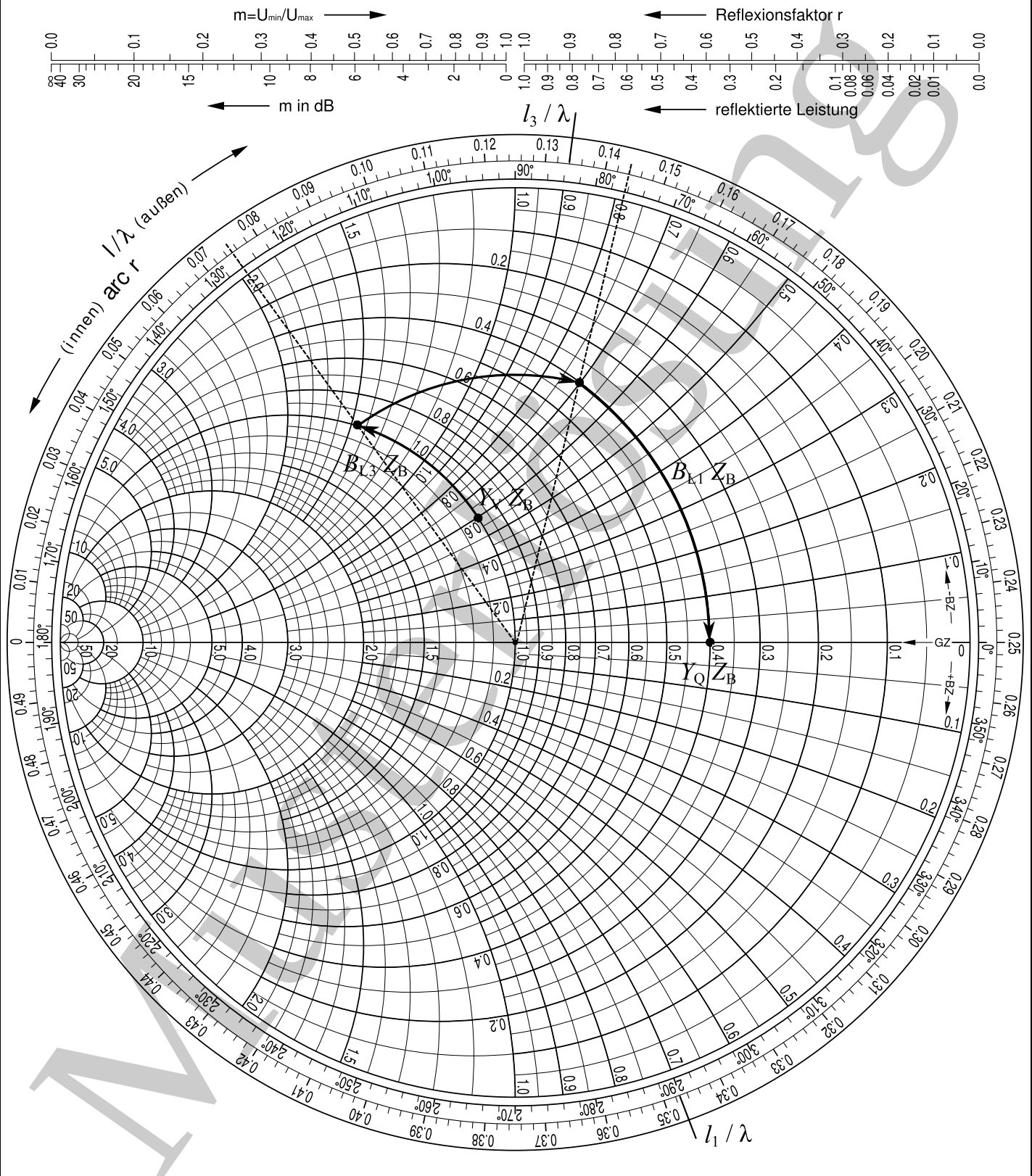
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5d

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

Impedanz $\longleftrightarrow Z=1/Y$ Admittanz

$$\underline{Z} = \frac{R}{G^2 + B^2} + j \frac{X}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{G}{R^2 + X^2} + j \frac{B}{R^2 + X^2}$$

$$\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Kompensation mit dualen Elementen

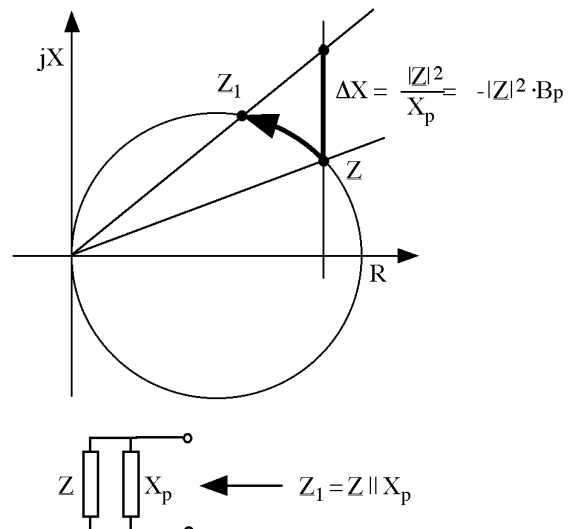


Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$

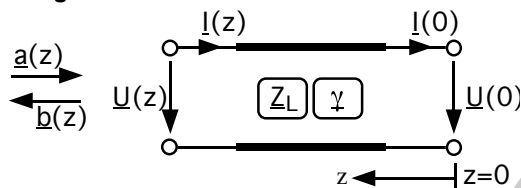
Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$

krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $|F(f_k)| = 1$

Hilfskonstruktion zur Transformation



Leitungen



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$$

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Koaxialleitung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt)

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$$

schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$)

$$\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$$

Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a)

$$D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$$

Eindringtiefe s

$$s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$$

Reflexionsfaktor r

$$\underline{r}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$$

Reflexionsfaktor $\rightarrow$ Impedanz

$$\underline{r}(l) = \frac{\underline{Z}(l) - Z_L}{\underline{Z}(l) + Z_L}; \quad \underline{Z}(l) = \frac{\underline{U}(l)}{\underline{I}(l)} = \frac{1 + \underline{r}(l)}{1 - \underline{r}(l)} \cdot Z_L$$

Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis

$$m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - |\underline{r}|}{1 + |\underline{r}|} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$$

Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_W

$$\text{mit: } \underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$$

$$P_W = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (|\underline{a}(0)|^2 - |\underline{b}(0)|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}(0)|^2 \cdot (1 - |\underline{r}(0)|^2)$$

Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung

$$\underline{Z}(l) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma} l)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma} l)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta l)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta l)} \bigg|_{\alpha=0}$$

Konstanten

$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120\pi \Omega$$

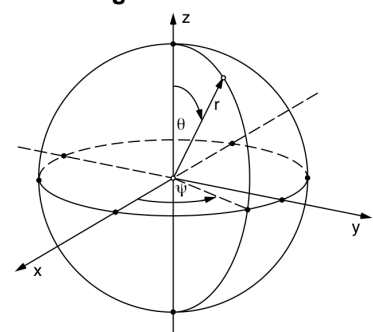
$$c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$$

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Kugelkoordinaten

Azimuth: ψ Elevation: θ

$$\text{Volumen: } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Oberfläche: } F = 4\pi r^2$$

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}