

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite.
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen.

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	16	19	17	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter und grüner Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 33 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur am schwarzen Brett des Instituts (Foyer, Geb. 30.10) bzw. im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines

- a) Wie ist der Wellenwiderstand definiert? Geben Sie zusätzlich die Formel zur Berechnung aus Leitungsparametern an.

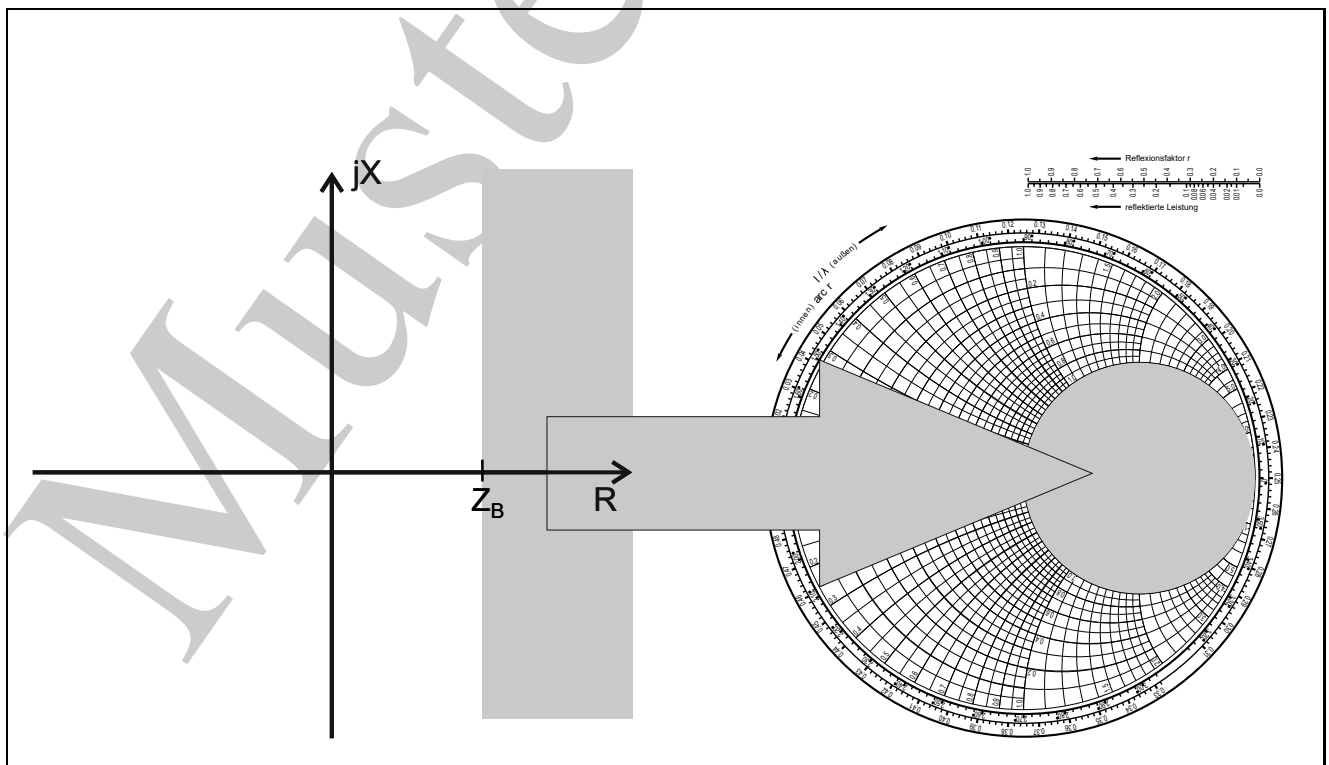
(2 P.)

$$Z_L = \frac{U_H}{I_H} = \frac{U_R}{I_R} = \frac{j\omega L' + R'}{\gamma} = \sqrt{\frac{j\omega L' + R'}{j\omega C' + G'}} \text{ Formel vom Formelblatt.}$$

Definition: Verhältnis von Spannung und Strom der hin und rücklaufenden Welle.

- b) Markieren Sie im Smithdiagramm den in der Widerstandsebene ($Z_B = 50 \Omega$) markierten Bereich.

(1 P.)

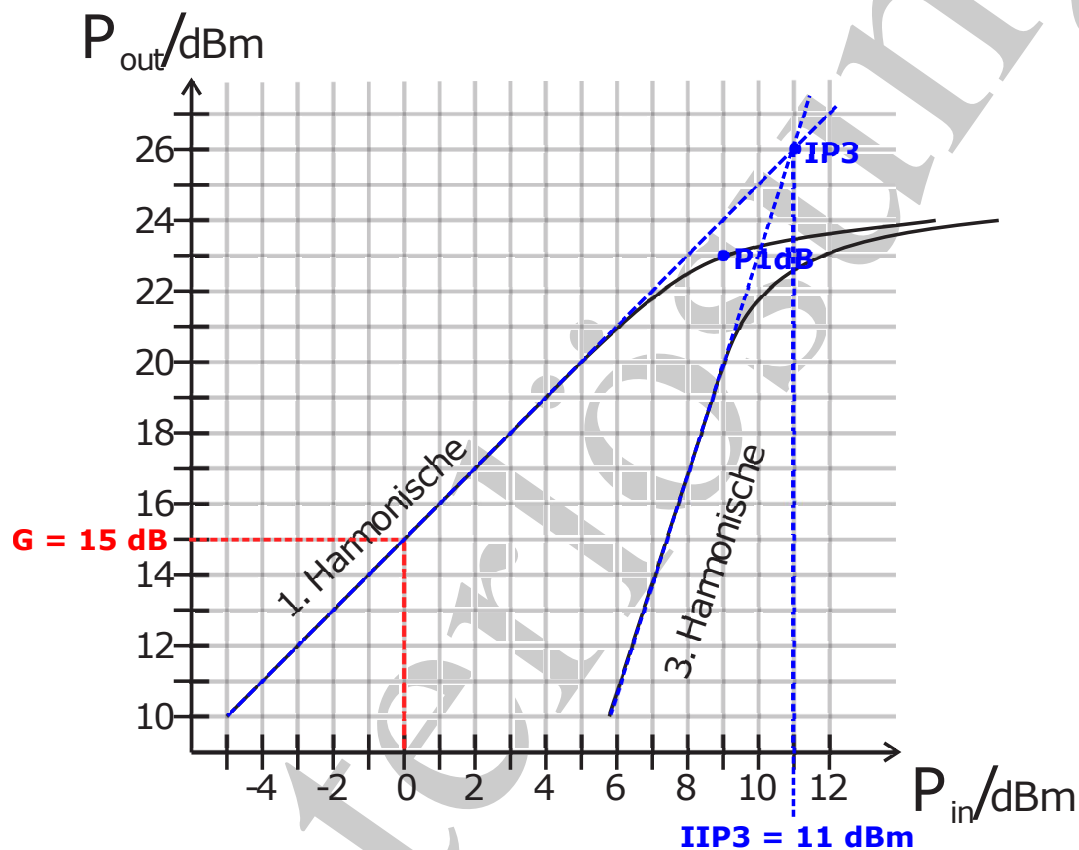


- c) Bei einem Verstärker ist bekannt, dass seine Verstärkung im linearen Bereich $G = 15$ dB beträgt und den unten abgebildeten IP3 ($IIP3 = 11$ dBm) und 1 dB-Kompressionspunkt ($P_{1\text{dB},\text{in}} = 9$ dBm) aufweist.

(3 P.)



Zeichnen Sie die Verstärkerkennlinie der 1. Harmonischen ein und skizzieren Sie den Verlauf der Kennlinie der 3. Harmonischen.



- d) Einem Empfänger mit einer Rauschzahl von 16 dB und einer Verstärkung von 27 dB soll zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ein Verstärker vorgeschaltet werden. Wählen Sie aus der folgenden Tabelle den geeignetsten Verstärker aus. Begründen Sie die Auswahl und geben Sie die sich ergebende Gesamt-Rauschtemperatur in Kelvin an.

(5 P.)



Verstärker	Verstärkung	Rauschzahl
A	20 dB	5 dB
B	18 dB	4 dB
C	16 dB	4 dB

Verstärker C kann direkt ausgeschlossen werden, da er bei gleicher Rauschzahl eine geringere Verstärkung hat.

Für Verstärker A und B müssen jeweils die Rauschzahlen berechnet und verglichen werden.

In Lineare Werte umrechnen:

Verstärkung Empfänger: 501,19 (linear)

Rauschzahl Empfänger: 39,81 (linear)

Verstärkung A: 100 (linear)

Rauschzahl A: 3,16 (linear)

Verstärkung B: 63,1 (linear)

Rauschzahl B: 2,51 (linear)

Mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl:

$$\text{Rauschzahl Gesamt mit A: } F_{\text{ges}} = F_A + \frac{F_{\text{Empf}} - 1}{G_A} = 3,55 \text{ (linear)}$$

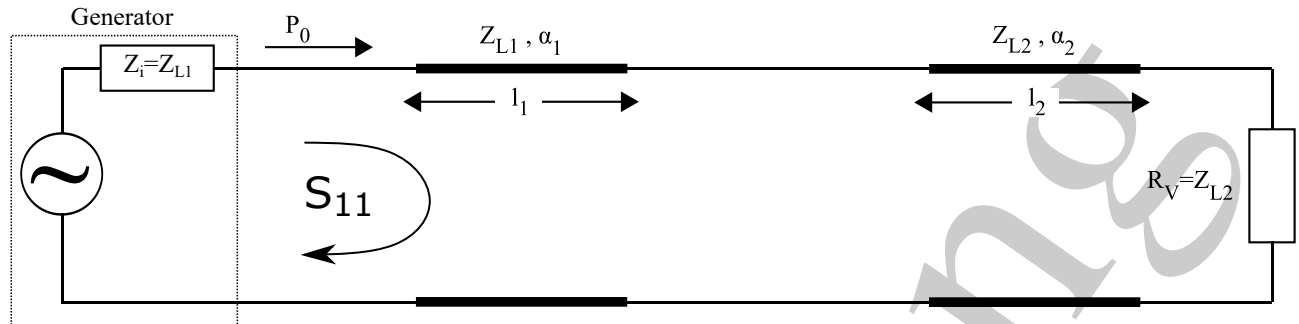
$$\text{Rauschzahl Gesamt mit B: } F_{\text{ges}} = F_B + \frac{F_{\text{Empf}} - 1}{G_B} = 3,13 \text{ (linear)}$$

Mit Verstärker B bekommt man die geringste Gesamt-Rauschzahl und somit das beste Signal-zu-Rauschverhältnis. Die Gesamt-rauschzahl beträgt 3,13.

Mit $T_e = T_0(F - 1)$ ergibt sich eine Rauschtemperatur von 617.7 K.

- e) Ein Generator speist die Leitungskonfiguration mit einer Leistung P_0 . Über zwei schwach verlustbehaftete Leitungen der Längen l_1 und l_2 wird ein reeller Verbraucher R_V angeschlossen.

(6P.)



$$\begin{aligned} Z_{L1} &= 50 \, \Omega, & \alpha_1 &= 0.2 \, \text{dB/m}, & l_1 &= 15 \, \text{m} \\ Z_{L2} &= 150 \, \Omega, & \alpha_2 &= 1.2 \, \text{dB/m}, & l_2 &= 5 \, \text{m} \\ P_0 &= 1 \, \text{W}, & f &= 300 \, \text{MHz} \end{aligned}$$

- Wie viel Leistung erreicht den Verbraucher?
- Wie viel Leistung wird in den Leitungen verbraucht?
- Wie groß ist $|S_{11}|$ der Gesamtschaltung in dB?

Hinweis: Für diese Aufgabe benötigen Sie kein Smithdiagramm.

Zuerst Reflexionsfaktor an Leitungsverbindung ausrechnen:
 l_2 transformiert Z_V nicht.

$$r = \frac{Z_{L2} - Z_{L1}}{Z_{L2} + Z_{L1}} \rightarrow |r| = 0,5$$

$\Rightarrow 25\%$ ($= |r|^2$) der Leistung wird reflektiert.

Leitung 1:

Leistung am Leitungsende: $P_{1H}(l_1) = P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1}$

am Leitungsübergang reflektiert: $P_{1R}(l_1) = |r_1|^2 \cdot P_{1H}(l_1)$

Verlustleistung der hinlaufenden Welle: $\Delta P_{1H} = P_{1H}(0) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

Verlustleistung der rücklaufenden Welle: $\Delta P_{1R} = P_{1R}(l_1) \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1})$

gesamte Verlustleistung: $\Delta P_1 = \Delta P_{1H} + \Delta P_{1R} = P_0 \cdot (1 - e^{-2\alpha_1 l_1}) [1 + |r_1|^2 e^{-2\alpha_1 l_1}]$

In Leitung 2 auftretende Verlustleistung:

eingespeiste Leistung in Leitung 2: $P_{2H}(0) = (1 - |r_1|^2) \cdot P_{1H}(l_1)$

Verlustleistung der hinlaufenden Welle: $\Delta P_{2H} = P_{2H}(0) \cdot (1 - e^{-2\alpha_2 l_2})$

Verlustleistung der rücklaufenden Welle: Der Verbraucher ist an Leitung 2 angepasst, daher $\Delta P_{2R} = 0$

dem Verbraucher zugeführte Leistung P_W : $P_W = (1 - |r_1|^2) P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} \cdot e^{-2\alpha_2 l_2}$

gesamte Verlustleistung: $\Delta P_2 = \Delta P_{2H} = P_0 \cdot e^{-2\alpha_1 l_1} (1 - |r_1|^2) (1 - e^{-2\alpha_2 l_2})$

Umrechnung von α in dB/m $\rightarrow \alpha$ in $\frac{1}{m}$: $\frac{\alpha}{\text{dB/m}} = 8,69 \frac{\alpha}{1/m}$

Zahlenwerte:

Leitung 1: $\alpha_1 = 0.2 \text{ dB/m}$, $l_1 = 15 \text{ m} \rightarrow -3 \text{ dB} \hat{=} \frac{1}{2}$

Leitung 2: $\alpha_2 = 1.2 \text{ dB/m}$, $l_2 = 5 \text{ m} \rightarrow -6 \text{ dB} \hat{=} \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ Leistung am Ende der Leitung 1: $P_{1H} = P_0/2 = 500 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung: $P_{1R} = P_0/2 \cdot |r|^2 = 125 \text{ mW}$

Reflektierte Leistung an Generator: $P_R = P_{1R}/2 = 62.5 \text{ mW}$

$\Rightarrow$ in Leitung 1 verbrauchte Leistung: $\Delta P_1 = P_{1R}/2 + P_0/2 = 562.5 \text{ mW}$

eingespeiste Leistung in Leitung 2: $P_{2H} = \frac{3}{4} \cdot P_{1H} = 375 \text{ mW}$

$\Rightarrow$ in Leitung 2 verbrauchte Leistung: $\Delta P_2 = P_{2H} \cdot \frac{3}{4} = 281.25 \text{ mW}$

Leistung an Verbraucher: $P_W = P_{2H}/4 = 93.75 \text{ mW}$

Am Eingang reflektierte Leistung:

$$|r_{\text{ein}}|^2 = \frac{P_R}{P_0}$$

$$|r_{\text{ein}}| = 0,25 \Rightarrow |S_{11}| = 20 \cdot \log_{10} 0,25 = -12 \text{ dB}$$

Musterlösung

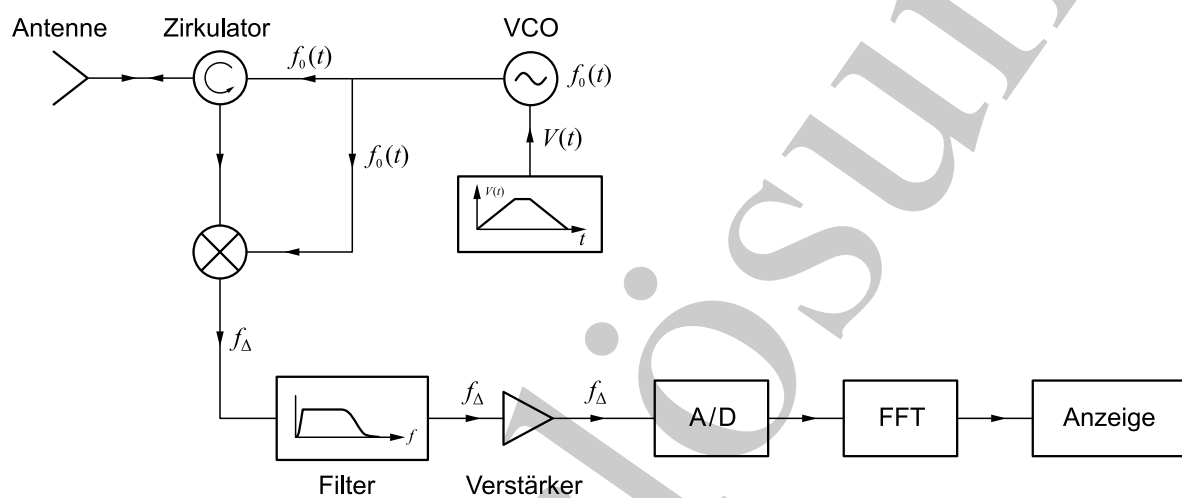
Aufgabe 2

(gesamt 16 Punkte)

Radar

- a) Zeichnen Sie die wichtigsten Komponenten eines monostatischen FMCW Radars in ein Blockschaltbild. Beschriften Sie die Bauteile und geben Sie bei den einzelnen Leitungsabschnitten die Frequenz sowie die Ausbreitungsrichtung des dort jeweils vorliegenden Signals an.

(4P.)



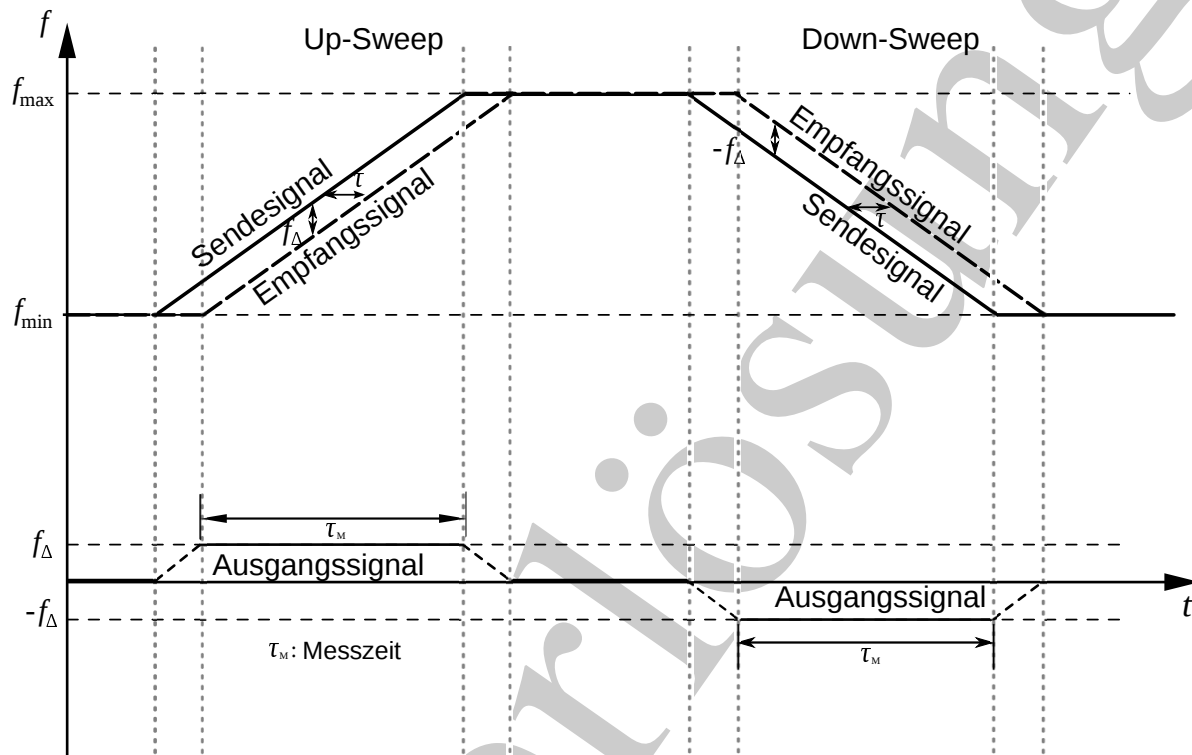
2 Punkte für das richtige Blockschaltbild

1 Punkt für die Beschriftung der Bauteile

1 Punkt für die richtigen Signalflossrichtungen und -frequenzen

- b) Die unten stehende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der Frequenz von Sende- und Empfangssignal des FMCW Radars aus der vorherigen Aufgabe. Zeichnen Sie ausgehend hiervon den zeitlichen Verlauf der Beat-Frequenz f_{Δ} , die sich durch Mischen des Empfangs- und Sendesignals im Empfänger ergibt und markieren Sie die Messzeit τ_m . Warum wird für die Signalauswertung das Signal der steigenden und der fallenden Rampe verwendet?

(4P.)

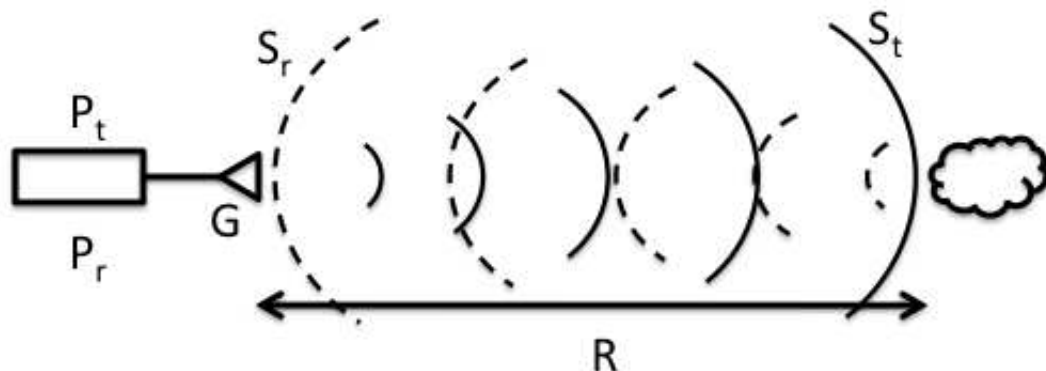


Es wird das Signal der steigenden und der fallenden Rampe verwendet, da so der Entfernungsfehler, der durch eine Überlagerung der Beat-Frequenz mit einer Doppler-Frequenz auftritt, bestimmt und kompensiert werden kann. So kann die Geschwindigkeit des Ziels eindeutig bestimmt werden.

- 1 Punkt für konstante Beat-Frequenz (egal ob richtigerweise $\pm f_{\Delta}$ oder falscherweise Betrag gezeichnet wurde)
- 1 Punkt für steigende und abfallende Beat-Frequenz vor und nach Messzeit
- 1 Punkt für richtig eingezeichnete Messzeit
- 1 Punkt für richtige Erklärung bzgl. steigender und fallender Rampe. (Auch akzeptiert wird: Geschwindigkeitsbestimmung, Trennung von Range und Doppler, Range-Doppler-Coupling, Entfernungsfehlerkompensation)

- c) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- d) Ein monostatisches FMCW-Radar soll im Automobilbereich bei 77 GHz eingesetzt werden. Die Sendeleistung beträgt $P_{Tx} = 15 \text{ dBm}$ und der Gewinn von Sende- und Empfangsantenne $G = 18 \text{ dBi}$. Welchen Radarrückstreuquerschnitt (RCS) σ muss ein Objekt in einer Entfernung von 200 m mindestens aufweisen, wenn das Radar eine minimale Empfangsleistung von $P_{Rx} = -100 \text{ dBm}$ benötigt? Geben Sie das Ergebnis zusätzlich in dBm^2 an.

(4P.)



Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f_c} = 3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sendeleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Tx} = \frac{10^{15/10}}{1000} \text{ W} = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Rx} = \frac{10^{-100/10}}{1000} \text{ W} = 10^{-13} \text{ W}$$

Gewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{18/10} = 63,1$$

Für die Empfangsleistung P_{Rx} gilt die Radargleichung $P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$, wobei $G_{Tx} = G_{Rx} = G$ gilt, da ein monostatisches Radar eingesetzt wird.

Umstellen der Radargleichung nach dem gesuchten Radarrückstreuquerschnitt σ und Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

$$\sigma_{\min} = \frac{P_{Rx} \cdot (4\pi)^3 \cdot R^4}{P_{Tx} \cdot G^2 \cdot \lambda^2} = \frac{10^{-13} \text{ W} \cdot (4\pi)^3 \cdot (200 \text{ m})^4}{3,16 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot 63,1^2 \cdot (0,0125 \text{ m})^2} \approx 166,47 \text{ m}^2 \hat{=} 22,21 \text{ dBm}^2$$

Aufgabe 3

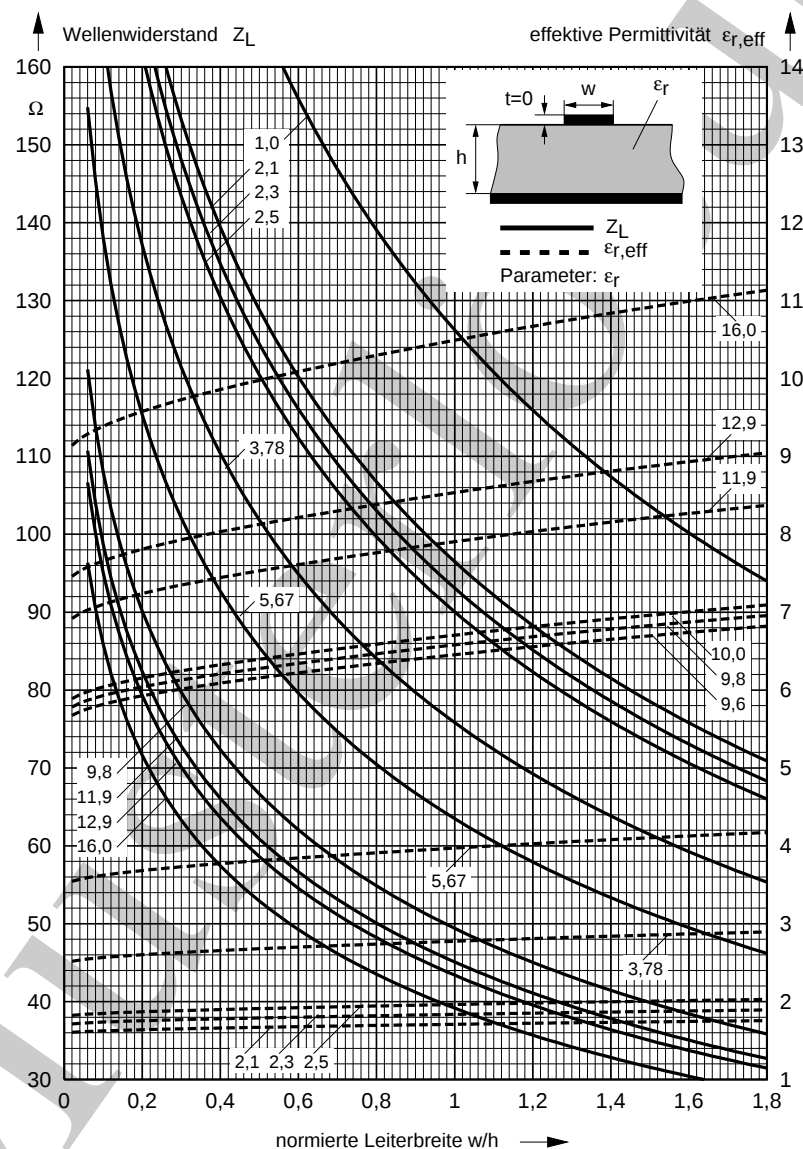
(gesamt 19 Punkte)

Stehende Wellen und Leitungen

Ein Aluminiumoxid Substrat soll verwendet werden, um eine Mikrostreifenleitung zu realisieren. Das Substrat hat eine Dicke von $h = 254 \mu\text{m}$, eine Permittivität von $\epsilon_r = 9,8$ und ist von beiden Seiten mit $3 \mu\text{m}$ Gold beschichtet.

- a) Bestimmen Sie die Leiterbreite w bei der die Mikrostreifenleitung einen Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ besitzt. Nutzen Sie folgendes Diagramm.

(2 P.)

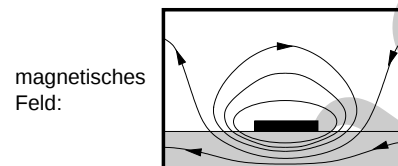
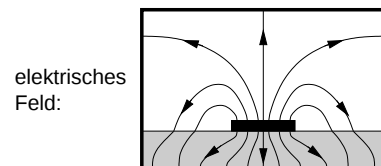
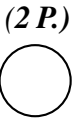


$\frac{w}{h}$ Verhältnis ablesen und w berechnen:

$$\frac{w}{h} = 0.98 \quad (1 \text{ Punkt})$$

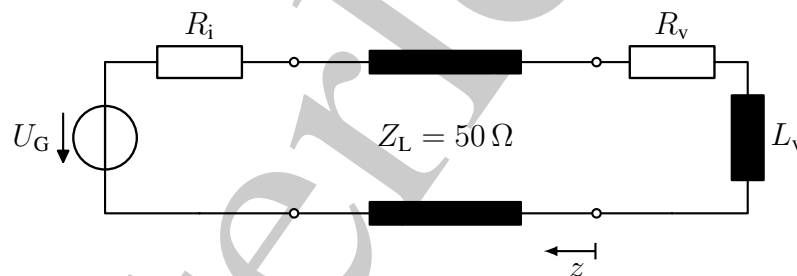
$$w = 0.98 \cdot 254 \mu\text{m} = 249 \mu\text{m} \quad (1 \text{ Punkt})$$

- b) Zeichnen Sie den Querschnitt der Mikrostreifenleitung und skizzieren Sie die Feldlinien (E- und H-Feld). (2 P.)

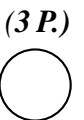


Jeweils 1 Punkt

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung U_G und mit der Frequenz $f_0 = 1$ GHz eine komplexe Last über die oben dimensionierte Mikrostreifenleitung mit dem Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ speist. Die Last besteht aus einer Induktivität mit $L_v = 3,3$ nH und einem Serienwiderstand $R_v = 5 \Omega$.



- c) Berechnen Sie den Reflexionsfaktor r_v und das Stehwellenverhältnis auf der Leitung. (3 P.)



$$Z_v = R_v + j\omega L_v = (5 + j20,7) \Omega \quad (1 \text{ Punkt})$$

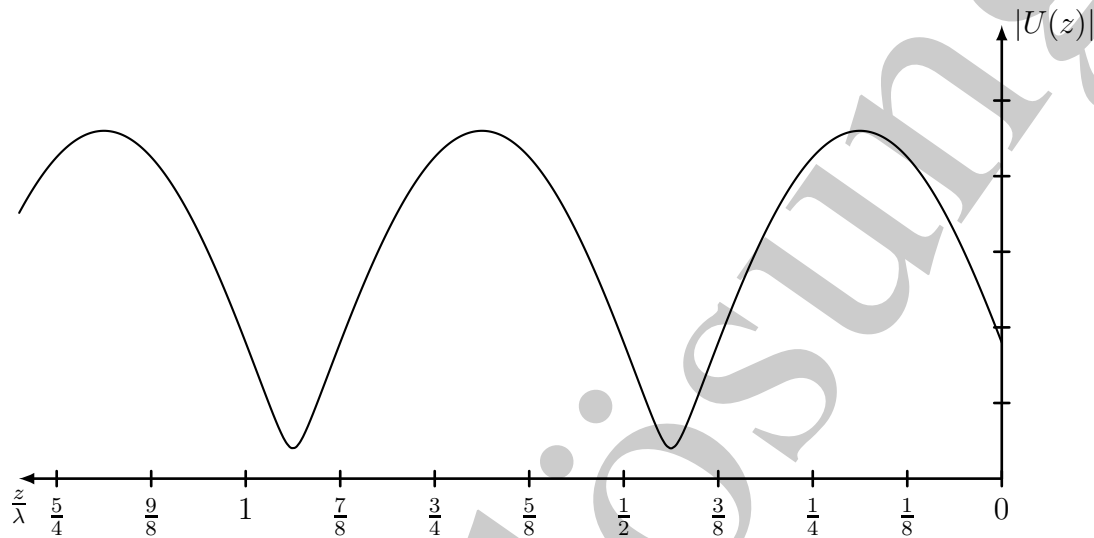
$$r_v = \frac{Z_v - Z_L}{Z_v + Z_L} = -0,5926 + j0,5994 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= 0,84e^{j\frac{3}{4}\pi}$$

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = 11,5 \quad (1 \text{ Punkt})$$

- d) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Leitung in das dafür vorgesehene Diagramm ein.
 Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.

(4P.)



$$|U|_{\max} = \frac{U_G}{2}(1 + |r|) = 0,92U_G$$

$$|U|_{\min} = \frac{U_G}{2}(1 - |r|) = 0,08U_G$$

Bestimmung der Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{z_{\min,1}}{\lambda} = -\frac{1}{16} - \frac{n}{2} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{z_{\max,1}}{\lambda} = \frac{z_{\min}}{\lambda} - 0,25$$

$|U|_{\max}, |U|_{\min}$: 1 Punkt

Position min/max: 1 Punkt

Zeichnung: 1 Punkt

Achsenbeschriftung: 1 Punkt

- e) Berechnen Sie die Wellenlänge auf der Mikrostreifenleitung.

(2 P.)

 $\epsilon_{r,\text{eff}}$ ablesen.

$$\epsilon_{r,\text{eff}} = 6.6 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}}$$

$$\lambda = 11,68 \text{ mm} \quad (1 \text{ Punkt})$$

- f) Gegeben sei eine am Ende kurzgeschlossene, verlustlose Leitung mit
- $Z_0 = 50 \Omega$
- und der Länge
- $l = \frac{\lambda}{12}$
- . Bestimmen Sie die Eingangsimpedanz der Leitung sowie den Reflexionsfaktor (bezogen auf
- 50Ω
-) am Eingang.

(2 P.)



$$Z_{\text{IN}} = jZ_0 \tan(\beta l) = -j28,87 \Omega$$

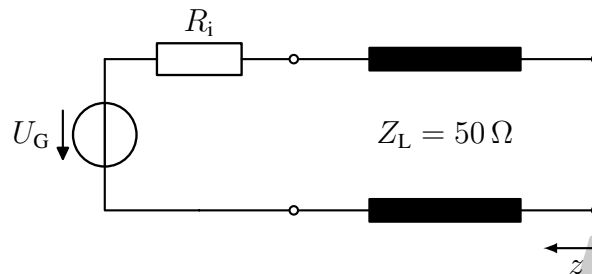
$$r_{\text{IN}} = r_{\text{L}} e^{-2\gamma l} = r_{\text{L}} e^{-2\frac{j2\pi}{\lambda} l} \Big|_{\alpha=0}$$

$$r_{\text{L}} = -1$$

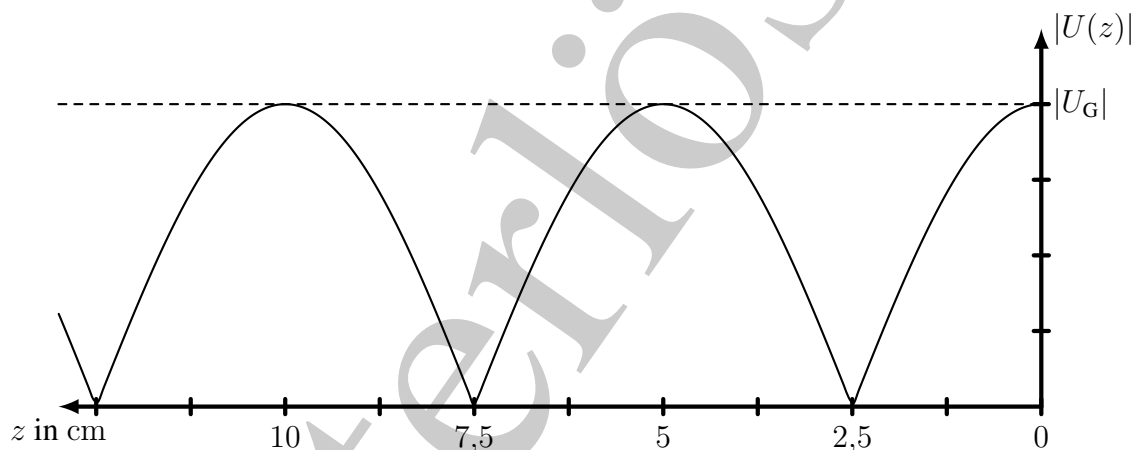
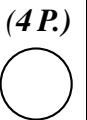
$$\rightarrow r_{\text{IN}} = -e^{-j\frac{4\pi}{12}} = -0,5000 + j0,8660$$

oder über die normale Formel für den Reflexionsfaktor

Gegeben sei folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung U_G und der Frequenz $f_0 = 3 \text{ GHz}$ eine luftgefüllte Leitung ($\epsilon_r = 1$) mit dem Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ speist. Die Leitung ist an ihrem Ende offen.



- g) Skizzieren Sie die Einhüllende des Spannungsverlaufs auf der offenen Leitung. Der Leerlauf befindet sich bei $z = 0$. Nutzen Sie das unten stehende Diagramm. Achten Sie auf die Achsenbeschriftung. Die x-Achse soll nicht auf die Wellenlänge normiert werden! (4P.)



Zeichnung ohne Normierung: $\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ GHz}} = 10 \text{ cm}$ 1 Punkt

Achsen: 1 Punkt

Minima/Maxima: 1 Punkt

Amplitude: 1 Punkt

Musterlösung

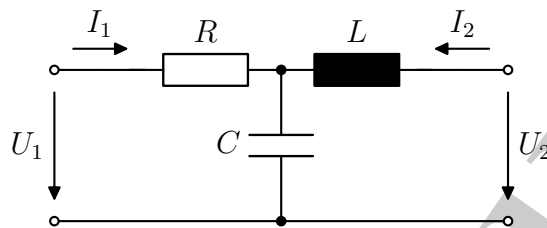
Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse

- a) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei folgendem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)



Tiefpass-Filter

- b) Geben Sie die S-Parameter eines Zweitors mit folgenden Eigenschaften an:

(4 P.)

- Das Zweitor ist verlustfrei und passiv.
- Der Eingang (Tor 1) reflektiert 10 % der Eingangsleistung.
- 70 % der an Tor 2 eingespeisten Leistung wird an Tor 1 abgegeben.

Begründen Sie ihre Antwort.

$$S_{11} = \sqrt{0,1} = 0,32$$

$$S_{21} = \sqrt{1 - 0,1} = 0,95$$

$$S_{12} = \sqrt{0,7} = 0,84$$

$$S_{22} = \sqrt{1 - 0,7} = 0,55$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,32 & 0,84 \\ 0,95 & 0,55 \end{bmatrix}$$

Jeder S-Parameter 1 Punkt.

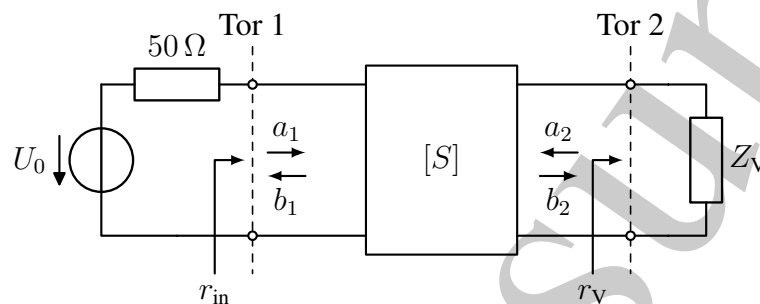
- c) Das unten gezeigte Zweitor verbindet einen Generator mit der Generatorspannung U_0 und einem Innenwiderstand von $50\ \Omega$ mit einem Verbraucher Z_V . Das Zweitor soll so gespeist werden, dass dem Verbraucher eine Wirkleistung von $1\ \text{W}$ zugeführt wird. Die Lastimpedanz beträgt $Z_V = Z_0/4$. Das Zweitor hat folgende Matrix mit Bezug $Z_0 = 50\ \Omega$:

(6 P.)



$$S = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,5 & 0,2 \end{bmatrix}$$

Berechnen sie den Wert für a_1 .



$$r_V = \frac{a_2}{b_2} = \frac{Z_V - Z_0}{Z_V + Z_0} = -0,6 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_V|^2) \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$b_2 = \sqrt{2 \frac{P_V}{1 - |r_V|^2}} = 1,7678 \sqrt{W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= S_{21}a_1 + S_{22}r_V b_2 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$a_1 = \frac{b_2(1 - S_{22}r_V)}{S_{21}} = 3,96 \sqrt{W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

- d) Berechnen Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{in} am Eingang als Funktion von r_{V} und den S -Parametern des Zweitors. Berechnen Sie außerdem r_{in} für die hier vorliegende Schaltung.

(3 P.)



$$b_2 = \frac{a_2}{r_{\text{V}}} = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12} \frac{S_{21}a_1}{\frac{1}{r_{\text{V}}} - S_{22}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$r_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}r_{\text{V}}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} = 0,12 \quad (1 \text{ Punkt})$$

- e) Berechnen Sie die Verlustleistung des Zweitors in der oben gezeigten Anordnung. Wenn Sie in der vorherigen Aufgabe kein Ergebnis erhalten haben, rechnen Sie mit $a_1 = 4 \sqrt{\text{W}}$.

(3 P.)



$$r_{\text{in}} = 0,12$$

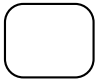
$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} (|a_1|^2 - |b_1|^2) \\ &= \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |r_{\text{in}}|^2) \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$P_0 = 7,73 \text{ W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

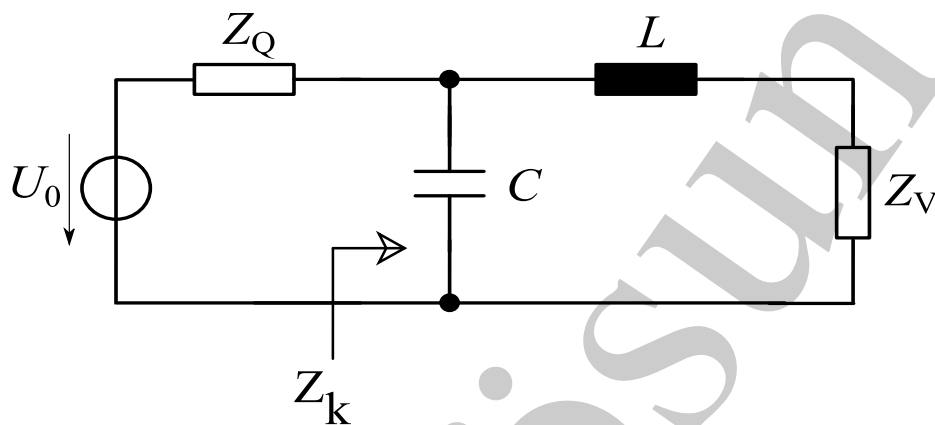
$$P_{\text{Verlust}} = P_0 - P_{\text{V}} = 6,73 \text{ W} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Aufgabe 5

(gesamt 16 Punkte)

Smithdiagramm

Mithilfe des unten gezeigten Netzwerks soll die Lastimpedanz $Z_V = (50 + j50) \Omega$ an die Quellimpedanz Z_Q angepasst werden.



- a) Markieren Sie in einem Smithdiagramm ($Z_B = 50 \Omega$) den Bereich, in dem sich Z_k bei Variation von L und C befinden kann. Begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(4P.)



Für die Lösungsskizze wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 50 \Omega$ und das Smithchart in Widerstandsform gewählt. Dementsprechend ergibt sich

$$Z_V/Z_B = 1 + j1$$

Zunächst wird Z_V im Smith-Chart eingezeichnet.

Die Induktivität L kann von Z_V ausgehend zu einem beliebigen Punkt auf dem $R/Z_B = 1$ -Kreis im Uhrzeigersinn transformieren.

Von diesem neuen Punkt ausgehend, kann die Kapazität C zu einem beliebigen Punkt auf einem $GZ_B = \textit{konstant}$ -Kreis (mit Hilfe von Thaleskreis konstruieren) im Uhrzeigersinn transformieren.

1 Punkt für Z_V normieren und im SD einzeichnen

1 Punkt für richtige, mögliche Transformation durch Induktivität L (Beschreibung und einzeichnen im SD)

1 Punkt für richtige, mögliche Transformation durch Kapazität C (Beschreibung und einzeichnen im SD)

1 Punkt für Bereich richtig eingezeichnet

b)

(5 P.)



Ein Verbraucher mit der Impedanz $Z_V = (150 + j200) \Omega$ soll an eine Quelle mit der Impedanz $Z_Q = 100 \Omega$ reflexionsfrei angeschlossen werden. Zur Verfügung stehen Ihnen folgende Elemente:

- eine Spule mit beliebiger Induktivität
- eine Leitung beliebiger Länge mit Wellenwiderstand $Z_L = 100 \Omega$

Zeichnen Sie eine möglichst einfache Anpassschaltung mit genau zwei Elementen in obiges Schaltbild. Zeichnen Sie den Transformationsweg in ein Smith Diagramm ein und geben Sie die Induktivität der Spule L und die Länge der Leitung l an, für die bei einer Frequenz von 2 GHz Anpassung herrscht. Alle Leitungen sind verlustfrei.



Auswahl der Bezugsimpedanz $Z_B = 100 \Omega \Rightarrow \frac{Z_V}{Z_B} = 1,5 + j2, \frac{Z_Q^*}{Z_B} = 1,0$

Beispiel 1:

Vorgeschaltete Leitung nach $Z_1/Z_B = 1,0 - j1,75$

Ablesen an der äußeren Skala liefert $\frac{l}{\lambda} = 0,318 - 0,198 = 0,12$

$\Rightarrow l = 0,12 \cdot \lambda = 0,12 \cdot \frac{c_0}{f} = 17,99 \text{ mm}$

Serielle Spule nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0 \Rightarrow j\omega L_S = Z_Q^* - Z_1 = (1,0 - (1,0 - j1,75)) \cdot 100 \Omega = j175 \Omega$

$\Rightarrow L_S = 13,93 \text{ nH}$

Beispiel 2:

Vorgeschaltete Leitung nach $Z_2/Z_B = 0,26 - j0,43$

Ablesen an der äußeren Skala liefert $\frac{l}{\lambda} = 0,431 - 0,198 = 0,233$

$\rightarrow l = 0,233 \cdot \lambda = 0,233 \cdot \frac{c_0}{f} = 34,93 \text{ mm}$

Parallele Spule nach $Z_Q^*/Z_B = 1,0 \Rightarrow j\omega L_P = \frac{Z_B}{\frac{1}{\frac{Z_Q^*}{Z_B}} - \frac{1}{\frac{Z_2}{Z_B}}} = \frac{100 \Omega}{\frac{1}{1,0} - \frac{1}{0,26 - j0,43}} \approx j58,7 \Omega$

$\Rightarrow L_P = 4,67 \text{ nH}$

1 Punkt für Z_V und Z_Q^* normieren und im SD einzeichnen

1 Punkt für richtiges Schaltbild

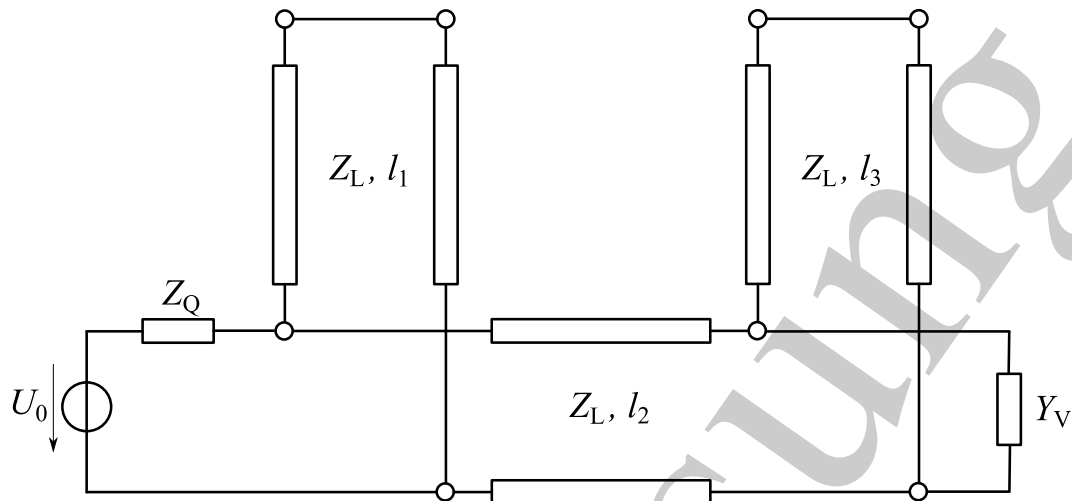
1 Punkt für richtige Transformation im SD

1 Punkt für richtige Länge l

1 Punkt für richtige Induktivität L

Musterlösung

Die unten gezeigte Leitungsanordnung wird dazu genutzt, die Lastadmittanz $Y_V = (0,02 - j0,012) \text{ S}$ an den Quellwiderstand $Z_Q = 125 \Omega$ anzupassen. Die kurzgeschlossenen Stichleitungen besitzen die Längen $l_1/\lambda = 0,3475$ und $l_3/\lambda = 0,134$. Alle drei Leitungen weisen einen Wellenwiderstand $Z_L = 50 \Omega$ auf.



- c) Bestimmen Sie mithilfe des Smithcharts die Länge l_2/λ , sodass die Lastadmittanz optimal an den Quellwiderstand angepasst ist. Markieren Sie die einzelnen Transformationsschritte in einem Smithchart und begründen Sie Ihr Vorgehen. Die Zuordnung der einzelnen Transformationsschritte zu den Transformationselementen muss klar erkennbar sein.

(7P.)



Für die Lösungsskizze wird aufgrund der parallelen Stichleitungen das Smithchart in Leitwertform gewählt. Aufgrund des Wellenwiderstands $Z_L = 50 \Omega$ der Leitungen wird eine Bezugsimpedanz von $Z_B = 50 \Omega$ gewählt. Um maximale Leistungsübertragung zu erreichen, muss die Lastadmittanz konjugiert komplex angepasst werden, d.h. die Zieladmittanz der Transformation ist Y_Q^* . Dementsprechend ergibt sich

$$Y_V Z_B = 1 - j0,6$$

$$Y_Q^* Z_B = 0,4$$

1. Transformation durch Leitung 3

- Leitung 3 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_3/\lambda = 0,134$, erhält man $B_{L3} Z_B \approx -0,89$
- die Lastadmittanz Y_V wird dementsprechend auf dem $GZ_B = 1$ -Kreis gegen den Uhrzeigersinn transformiert

2. Transformation durch Leitung 1

- Leitung 1 ist eine kurzgeschlossene parallele Stichleitung, und erzeugt deshalb einen Blindleitwert
- durch Bewegung vom Kurzschlusspunkt entlang des $|r| = 1$ -Kreises im Uhrzeigersinn entsprechend der Länge $l_1/\lambda = 0,3475$, erhält man $B_{L1} Z_B \approx 0,7$
- durch Bewegung entlang des $GZ_B = 0,4$ -Kreises kann auf diese Weise die Admittanz am Eingang von Leitung 2 ermittelt werden

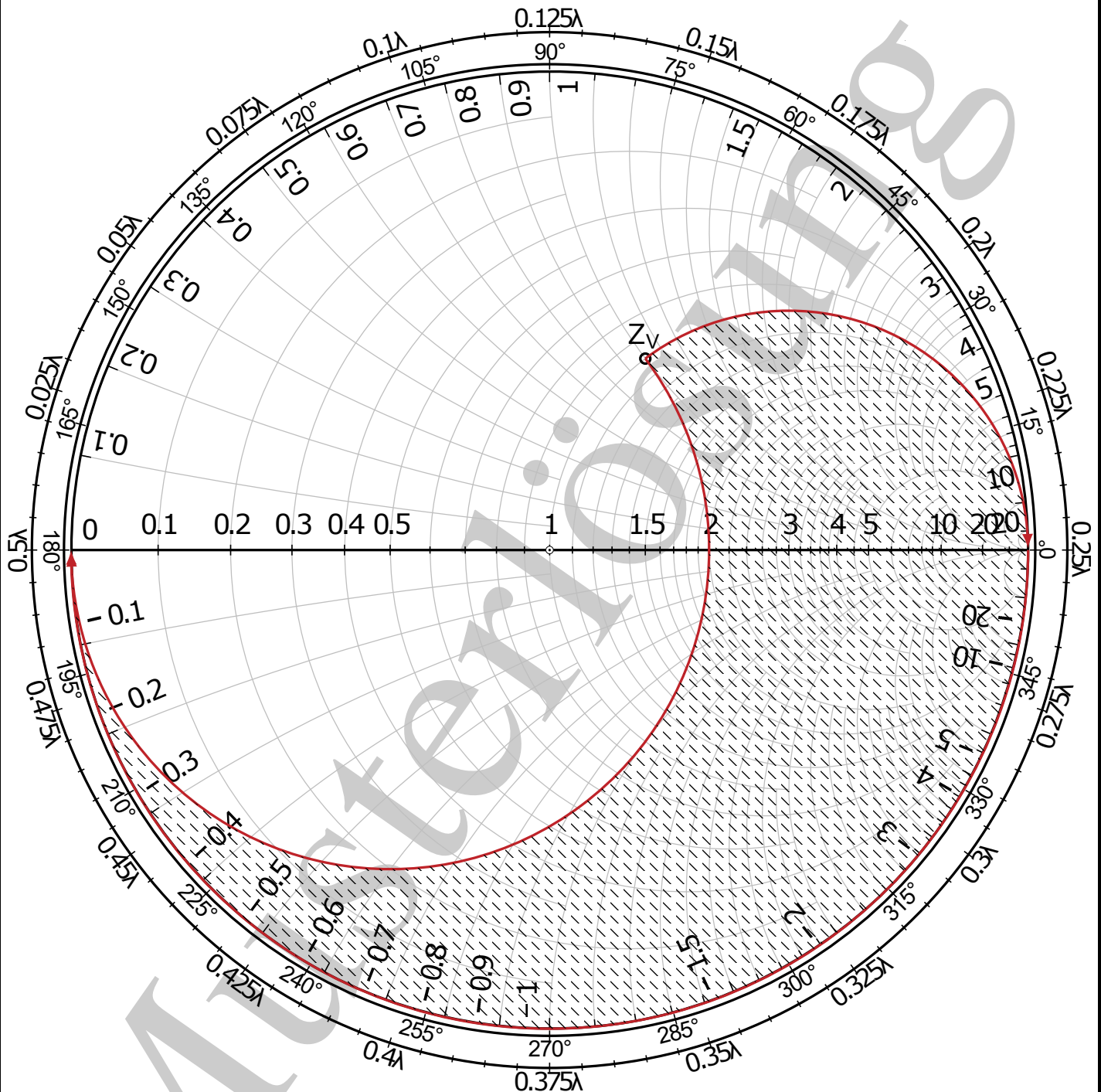
3. Transformation durch Leitung 2

- die beiden in den vorherigen Schritten ermittelten Admittanzen werden durch eine Leitungstransformation auf dem $|r| = 0,59$ -Kreis ineinander überführt
- auf der äußeren Skala des Smithcharts kann die zugehörige Leitungslänge $l_2/\lambda \approx 0,069$ abgelesen werden

zugehörige
Aufgabennummer:

5a

Widerstandsform

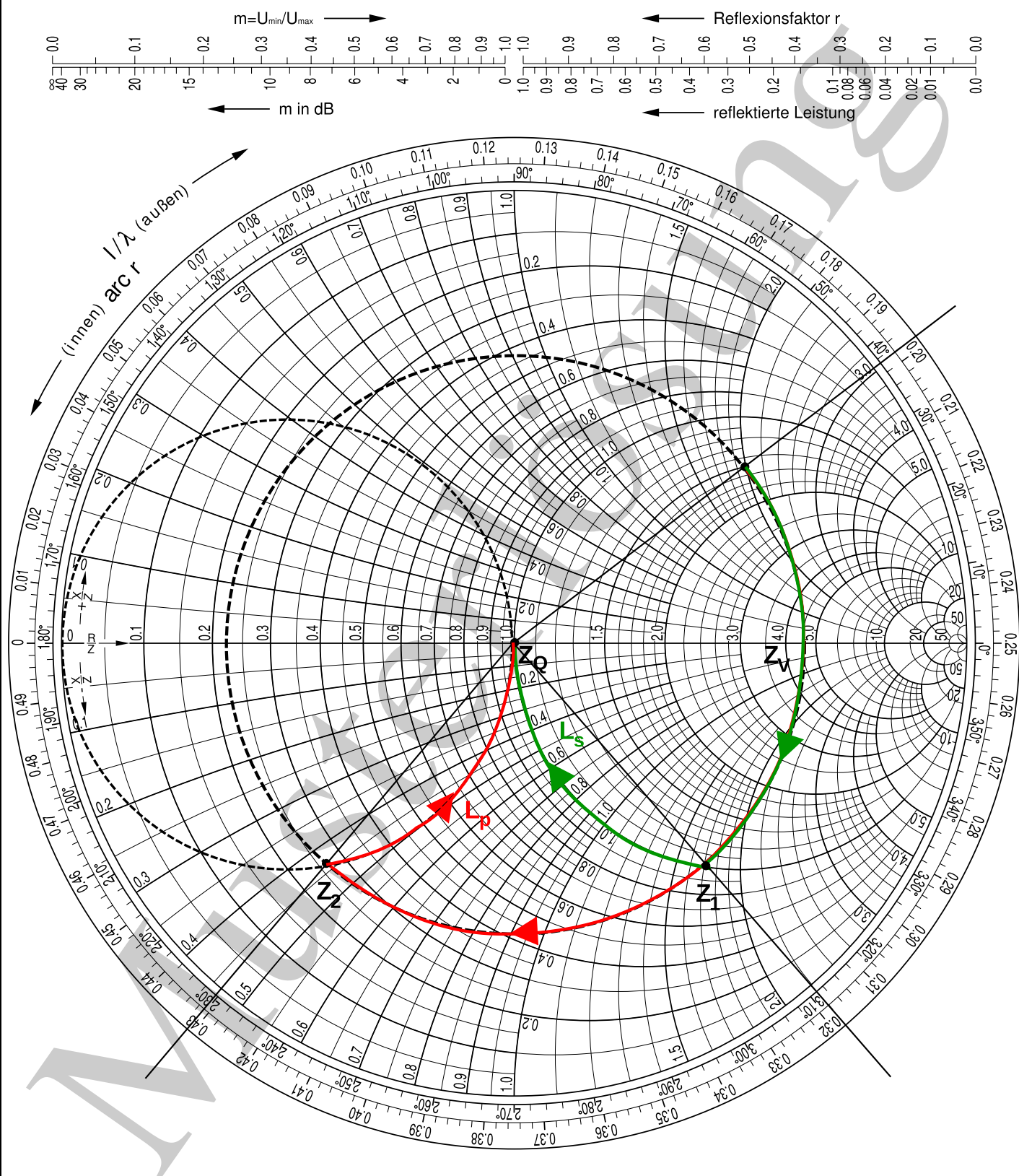
Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

5b

Widerstandsform

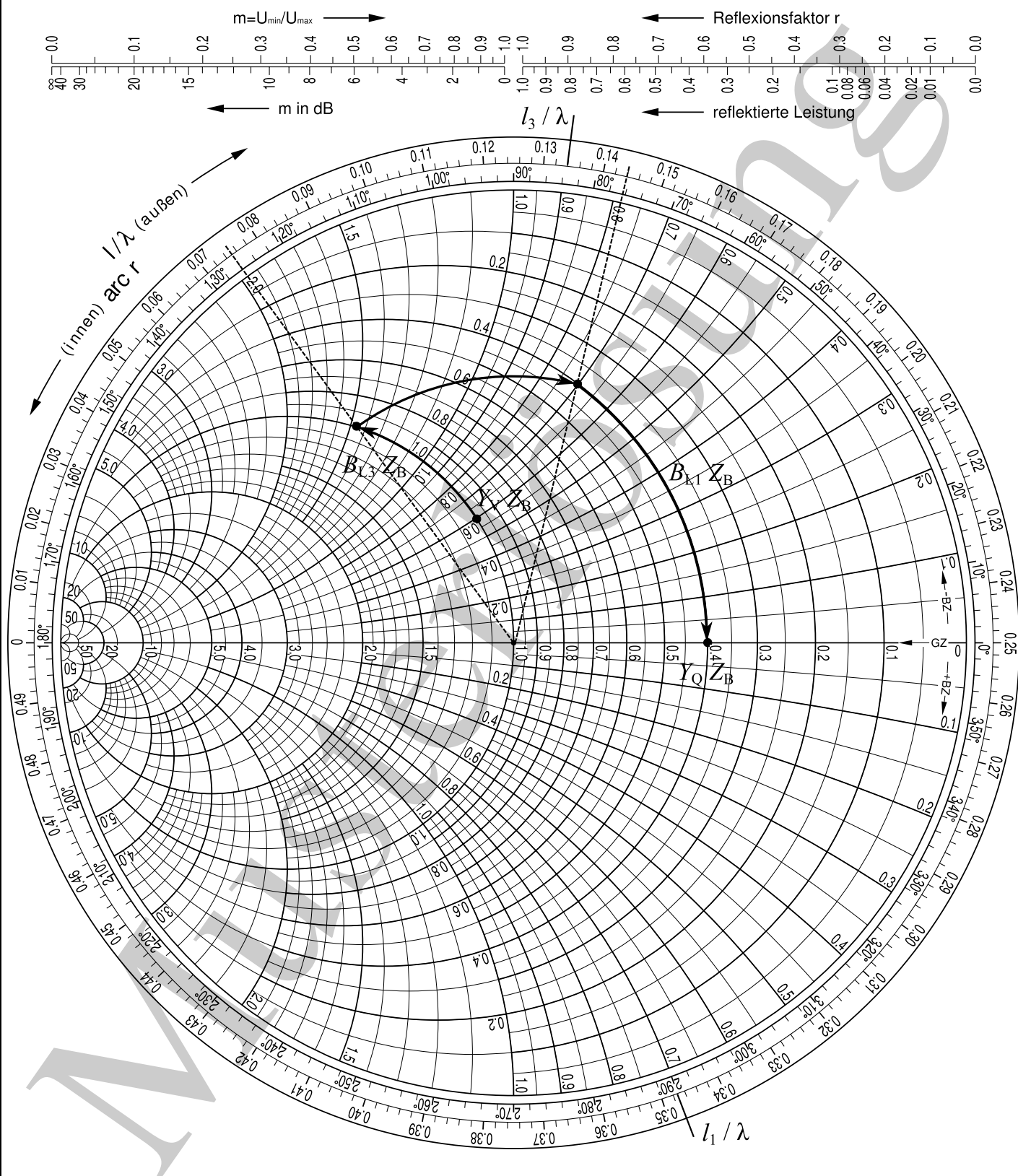
Bezugswiderstand $Z_B = 100 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

zugehörige
Aufgabennummer:

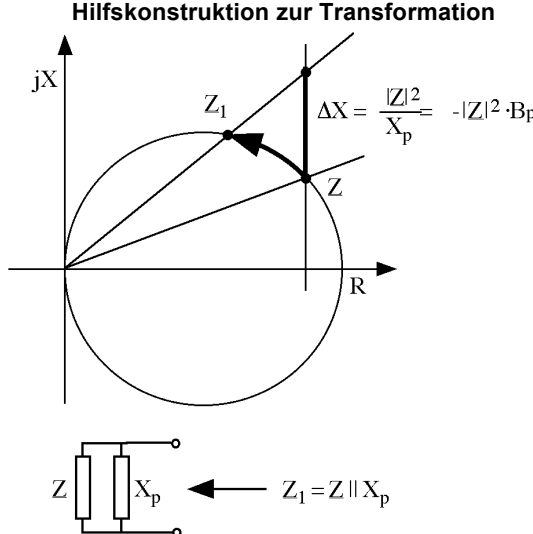
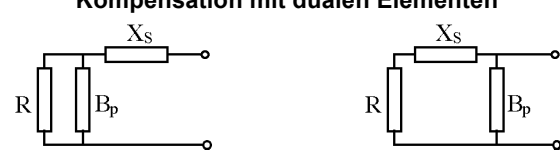
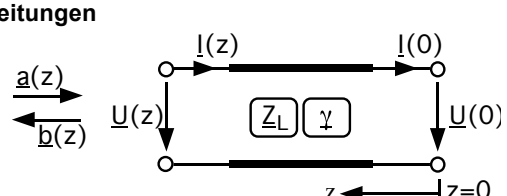
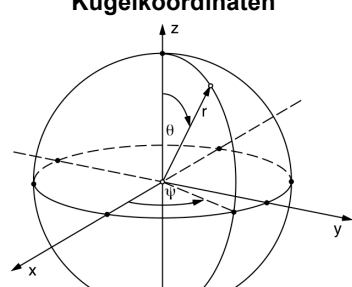
5c

Leitwertform

Bezugswiderstand $Z_B = 50 \Omega$ 

Wichtig: Diagramm wird nur gewertet, wenn der obenstehende Datenteil mit Name und Aufgabennummer korrekt ausgefüllt ist. Bezugswiderstand nicht vergessen!

erlösungs

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz		Hilfskonstruktion zur Transformation	
$\underline{Z} = R + jX$ $\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2}$	$\underline{Y} = G + jB$ $\underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$		
Kompensation mit dualen Elementen  Bedingungen für Kompensation: $X_s = R^2 \cdot B_p$ Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{X_s \cdot B_p}$ krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $F(f_k) = 1$			
Leitungen  $\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{Z_L}(a(z) + b(z))$ $\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{Z_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{Z_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{Z_L}}(a(z) - b(z))$ $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$			
Koaxialleitung $Z_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$	ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt) $\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{Z_L}; \quad L' = Z_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$		
schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$) $\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{Z_L} + G' \cdot Z_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$		Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a) $D/dB = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{-2\alpha l})$	
Eindringtiefe s $s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$	Reflexionsfaktor $\underline{\Gamma}$ $\underline{\Gamma}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$		
Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis $m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - \underline{\Gamma} }{1 + \underline{\Gamma} } = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$		Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{Z_L}} = \sqrt{Z_L} \cdot \underline{I}_H(z)$ $P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (\underline{a}(0) ^2 - \underline{b}(0) ^2) = \frac{1}{2} \underline{a}(0) ^2 (1 - \underline{\Gamma}(0) ^2)$	
Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung $\underline{Z}(\ell) = Z_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + Z_L \tanh(\underline{\gamma} \ell)}{Z_L + \underline{Z}(0) \tanh(\underline{\gamma} \ell)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{Z_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta \ell)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{Z_L} \tan(\beta \ell)} \Big _{\alpha=0}$		Kugelkoordinaten  Azimuth: ψ Elevation: θ Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Oberfläche: $F = 4 \pi r^2$	
Konstanten $Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120 \pi \, \Omega$ $c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$		$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$ $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ $\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$	

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}