

Schriftliche Prüfung im Fach

Grundlagen der Hochfrequenztechnik

- Bitte beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite.
- Beginnen Sie mit den Aufgaben, die Ihnen am leichtesten fallen.

Einzelresultate

Aufgabe	1	2	3	4	5
erreichbare Punkte	17	18	17	17	16
erzielte Punkte					

Gesamtbewertung

Punkte maximal:	Gesamtpunkte:	Bonus:	Note:
85		Ja: ☐ Nein: ☐	



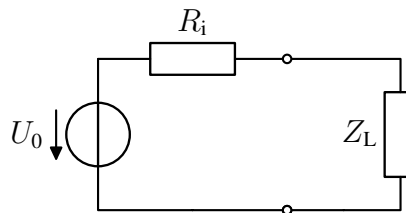
1. Die Prüfungsdauer beträgt 2 Stunden.
2. Zur Bearbeitung der Klausur sind **keine Hilfsmittel** zugelassen, außer Schreibzeug, Zirkel, Lineal und ein **nicht-programmierbarer, komplexer** Taschenrechner.
3. Die Lösungen müssen auf den ausgegebenen Blättern in den dafür vorgesehenen **Lösungskästen** niedergeschrieben werden. Falls der Platz nicht ausreicht, muss auf dem Lösungsblatt ein Hinweis auf die Fortsetzung gegeben werden und von der Aufsicht ein gestempeltes Zusatzblatt angefordert werden. Bei zweifelhafter Zuordnung kann die Lösung nicht gewertet werden. Benutzen Sie **kein eigenes Papier**.
4. **Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar und eindeutig dargestellt werden.** In einigen Aufgaben ist dies die wesentliche Prüfungsleistung. Lösungen ohne ausreichende Begründung werden nicht gewertet. Das Gleiche gilt für mehrdeutige Lösungen oder Formulierungen.
5. Diagramme werden nur gewertet, wenn der Datenteil mit Name und Aufgabennummer vollständig ausgefüllt ist. Bei Bedarf können von der Aufsicht zusätzliche Diagramme angefordert werden. **Ungültige Lösungen** müssen klar erkenntlich **durchgestrichen** werden. Liegt mehr als eine Lösung vor, erfolgt keine Wertung.
6. Verwenden Sie bei der Lösung der Aufgaben **weder rote oder grüne Farbe noch Bleistift** und kennzeichnen Sie Ihre Ergebnisse deutlich. Lösungen in roter und grüner Farbe oder Bleistift können nicht gewertet werden. Zeichnungen in Diagrammen dürfen mit Bleistift gemacht werden.
7. Tragen Sie vor Beginn der Klausur Nachname, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein und **beschriften Sie jedes Lösungsblatt** mit Ihrem Namen. **Alle** Blätter, auch die Zusatzblätter, müssen den Namen des Kandidaten tragen. Wer diese Regeln, die einer raschen Bearbeitung dienen, nicht einhält, kann nicht erwarten, dass er kurzfristig über das Ergebnis seiner Prüfung informiert wird. Die Lösungsblätter müssen **vollständig**, d.h. zusammen mit allen zusätzlich ausgeteilten Blättern, abgegeben werden. Heften Sie alle Blätter mit der beiliegenden Faltklammer zusammen.
8. Legen Sie Ihren Studentenausweis und den Zulassungsschein bereit.
9. Der Umfang der gesamten Klausur beträgt 32 Seiten und besteht aus 5 Aufgaben. **Prüfen Sie** diese direkt nach Erhalt **auf Vollständigkeit**.
10. Die Ergebnisse der Klausur werden nach der Korrektur im Campus System veröffentlicht. Der Zeitpunkt der Veröffentlichung wird im Internet bekannt gegeben.

Aufgabe 1

(gesamt 17 Punkte)

Allgemeines☐

Gegeben sei die unten abgebildete Schaltung, aus einer Wechselspannungsquelle mit Amplitude $U_0 = 4\text{ V}$ und einem Innenwiderstand von $R_i = 50\ \Omega$ sowie einer Lastimpedanz Z_L .



- a) Welche Bedingung muss für Z_L erfüllt sein, damit Leistungsanpassung herrscht? Wie groß ist die Leistung P_0 in mW, die die Quelle bei Leistungsanpassung an die Lastimpedanz abgibt?

(2 P.)

☐

Leistungsanpassung: $Z_L = R_i$ (1 Punkt)

$$U_L = \frac{Z_L}{R_i + Z_L} U_0 = \frac{U_0}{2}$$

$$P_0 = \frac{U_L^2}{2Z_L} = \frac{U_0^2}{8R_i} = 40\text{ mW} \quad (1\text{ Punkt})$$

- b) Die Lastimpedanz Z_L beträgt nun $(25 + j25)\ \Omega$. Wie groß ist der Reflektionsfaktor und die von Z_L aufgenommene Wirkleistung in mW?

(2 P.)

☐

$$r_L = \frac{Z_L - R_i}{Z_L + R_i} = -0,2 + j0,4 \quad (1\text{ Punkt})$$

$$P_L = P_0(1 - |r|^2) = 32\text{ mW} \quad (1\text{ Punkt})$$

- c) Einem Empfänger mit einer Rauschzahl von 13 dB und einer Verstärkung von 30 dB soll zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses ein Verstärker vorgeschaltet werden. Wählen Sie aus der folgenden Tabelle den geeignetsten Verstärker aus. Begründen Sie die Auswahl und geben Sie die sich ergebende Gesamt-Rauschtemperatur in Kelvin an.

(5 P.)



Verstärker	Verstärkung	Rauschzahl
A	24 dB	4 dB
B	16 dB	3 dB
C	13 dB	3 dB

Verstärker C kann direkt ausgeschlossen werden, da er bei gleicher Rauschzahl eine geringere Verstärkung hat. (1 Punkt)

Für Verstärker A und B müssen jeweils die Rauschzahlen berechnet und verglichen werden.

$$G_{Rx} = 10^{30/10} = 1000$$

$$F_{Rx} = 20$$

$$G_A = 251.19$$

$$F_A = 2.51$$

$$G_B = 39.81$$

$$F_B = 2 \quad (1 \text{ Punkt})$$

Mittels Formel für kaskadierte Rauschzahl:

Rauschzahl Gesamt mit A:

$$F_{ges,A} = F_A + \frac{F_{Rx} - 1}{G_A} = 2.59 \quad (1 \text{ Punkt})$$

Rauschzahl Gesamt mit B:

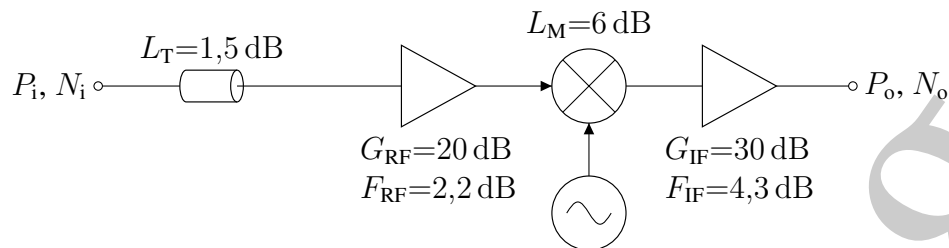
$$F_{ges,B} = F_B + \frac{F_{Rx} - 1}{G_B} = 2.48 \quad (1 \text{ Punkt})$$

Die Gesamtrauschzahl beträgt 2,48.

Die Rauschtemperatur ist:

$$T_e = T_0(F - 1) = 429,1 \text{ K} \quad (1 \text{ Punkt für korrekten Verstärker und Rauschtemperatur})$$

Ein Mikrowellenempfänger hat folgende Parameter:



$$P_i = -70 \text{ dBm}$$

$$f = 6 \text{ GHz}$$

$$B = 10 \text{ MHz}$$

$$T_0 = 290 \text{ K (Bezugs- und Umgebungstemperatur)}$$

d) Berechnen Sie das Eingangs-SNR in dB des Mikrowellenempfängers.

(2 P.)

Die Eingangsrauschleistung (Thermisches Rauschen) beträgt:

$$N_i = kBT_0 = 4 \cdot 10^{-14} \text{ W} = -104 \text{ dBm} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Somit beträgt das Eingangs-SNR:

$$\text{SNR}_i = \frac{P_i}{N_i} = P_{i,\text{dBm}} - N_{i,\text{dBm}} = -70 \text{ dBm} - (-104 \text{ dBm}) = 34 \text{ dB} \quad (1 \text{ Punkt})$$

e) Berechnen Sie das Ausgangs-SNR des Mikrowellenempfängers in dB.

(4 P.)



dB-Werte in lineare Werte umrechnen:

$$L_T = 10^{1.5/10} = 1,41$$

$$G_{RF} = 100$$

$$L_M = 4$$

$$G_{IF} = 1000$$

$$F_{RF} = 1.66$$

$$F_{IF} = 2.69 \quad (1 \text{ Punkt})$$

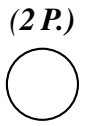
Die Gesamtrauschzahl nach der Friisformel berechnen:

$$\begin{aligned} F_{\text{ges}} &= L_T + \frac{F_{RF} - 1}{1/L_T} + \frac{F_M - 1}{(1/L_T)G_{RF}} + \frac{F_{IF} - 1}{(1/L_T)G_{RF}(1/L_M)} \quad (1 \text{ Punkt}) \\ &= 1.41 + 0.93 + 0.04 + 0.1 = 2.48 \\ &= 3,94 \text{ dB} \quad (1 \text{ Punkt}) \end{aligned}$$

Ausgangs-SNR aus Eingangs-SNR und Gesamtrauschzahl berechnen:

$$\text{SNR}_{o,\text{dBm}} = \text{SNR}_{i,\text{dBm}} - F_{\text{ges,dBm}} = 34 \text{ dB} - 3,94 \text{ dB} = 30,06 \text{ dB} \quad (1 \text{ Punkt})$$

- f) Welche Ebene wird in einem Smith Diagramm dargestellt? Worin liegt der wesentliche Unterschied zwischen einem Smith Diagramm in Leitwertform und einem solchen in Widerstandsform? (2 P.)



Reflexionsfaktorebene (1 Punkt)

Der Unterschied liegt in den eingezeichneten Hilfslinien. Bei der Widerstandsform sind die Kreise $R = \text{const}$ und $X = \text{const}$, bei der Leitwertform $G = \text{const}$ und $B = \text{const}$ eingezeichnet. (1 Punkt)

Musterlösung

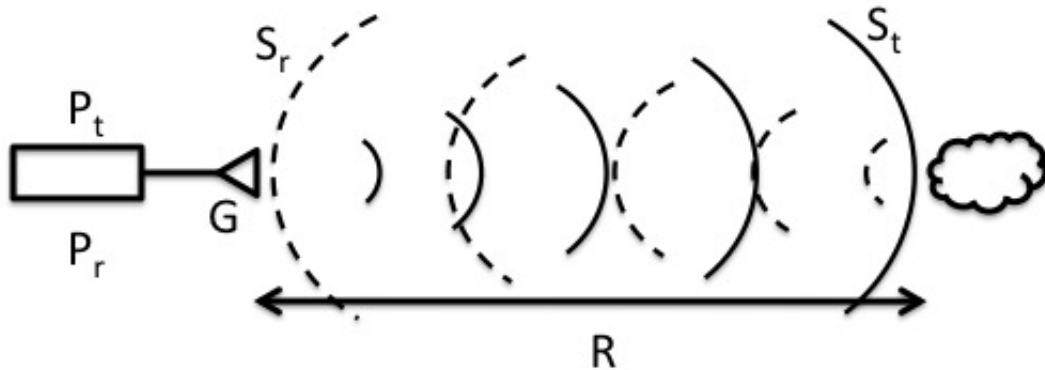
Aufgabe 2

(gesamt 18 Punkte)

Radar

- a) Leiten Sie die monostatische Radargleichung für das FMCW-Radar her, ausgehend von einem Sender mit der Sendeleistung P_t , dem Antennengewinn G (gleich für Sender und Empfänger), sowie dem Abstand R und dem Radarrückstreuquerschnitt σ eines Zielobjekts. Beschreiben Sie dabei die einzelnen Herleitungspunkte mit Stichpunkten und fertigen Sie eine passende Skizze an.

(4P.)



Strahlt ein Sender eine Leistung P_t durch eine Antenne mit dem Gewinn G ab, so beträgt die Leistungsdichte S_t an einem Ziel in der Entfernung R

$$S_t = \frac{P_t G}{4\pi R^2}.$$

Das Ziel streut die eingestrahlte Leistung in alle Raumrichtungen. Die Leistungsdichte des zum Radarsystem zurückgestreuten Signals ergibt sich mit dem Radarrückstreuquerschnitt zu

$$S_r = \frac{S_t \sigma}{4\pi R^2} = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2}.$$

Mit der Antennenwirkfläche

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

resultiert die Empfangsleistung zu

$$P_r = S_r A_w = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}.$$

- b) Ein monostatisches FMCW-Radar soll im Automobilbereich als Automatic Cruise Control (ACC) Radar bei 77 GHz eingesetzt werden. Die Sendeleistung beträgt $P_{Tx} = 12 \text{ dBm}$, der Gewinn von Sende- und Empfangsantenne $G = 15 \text{ dBi}$ und das kleinste zu detektierende Ziel weist einen Radarrückstreuquerschnitt (RCS) von $\sigma = 1 \text{ m}^2$ auf. Wie hoch ist die Reichweite $R_{\max}$ des Radars, wenn dieses eine minimale Empfangsleistung von $P_{Rx} = -125 \text{ dBm}$ benötigt?

(4 P.)



Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{c_0}{f_c} = 3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sendeleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Tx} = \frac{10^{12/10}}{1000} \text{ W} = 1,58 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

Empfangsleistung in lineare Größe umrechnen:

$$P_{Rx} = \frac{10^{-125/10}}{1000} \text{ W} = 3,16 \cdot 10^{-16} \text{ W}$$

Gewinn in lineare Größe umrechnen:

$$G = 10^{15/10} = 31,62$$

Für die Empfangsleistung P_{Rx} gilt die Radargleichung $P_{Rx} = \frac{P_{Tx} G^2 \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$, wobei $G_{Tx} = G_{Rx} = G$ gilt, da ein monostatisches Radar eingesetzt wird.

Umstellen der Radargleichung nach der gesuchten maximalen Reichweite $R_{\max}$ und Einsetzen der Zahlenwerte liefert:

$$R_{\max} = \sqrt[4]{\frac{P_{Tx} \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{P_{Rx} \cdot (4\pi)^3}} = \sqrt[4]{\frac{0,0158 \text{ W} \cdot 31,62^2 \cdot (3,90 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ m}^2}{3,16 \cdot 10^{-16} \text{ W} \cdot (4\pi)^3}} \approx 139,92 \text{ m}$$

- c) Um welchen Faktor muss der Antennengewinn G vergrößert werden, wenn die maximale Reichweite des Radars doppelt so groß wie ursprünglich ist? Alle anderen Parameter bleiben konstant.

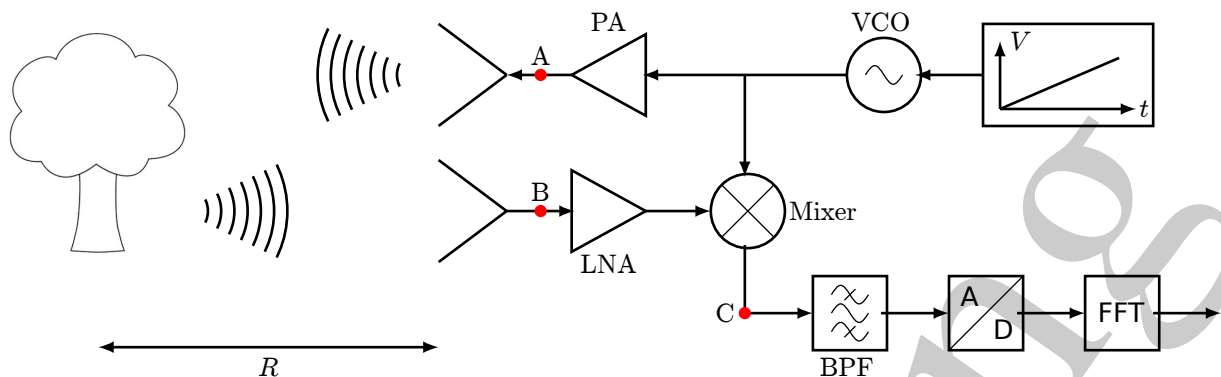
(2 P.)



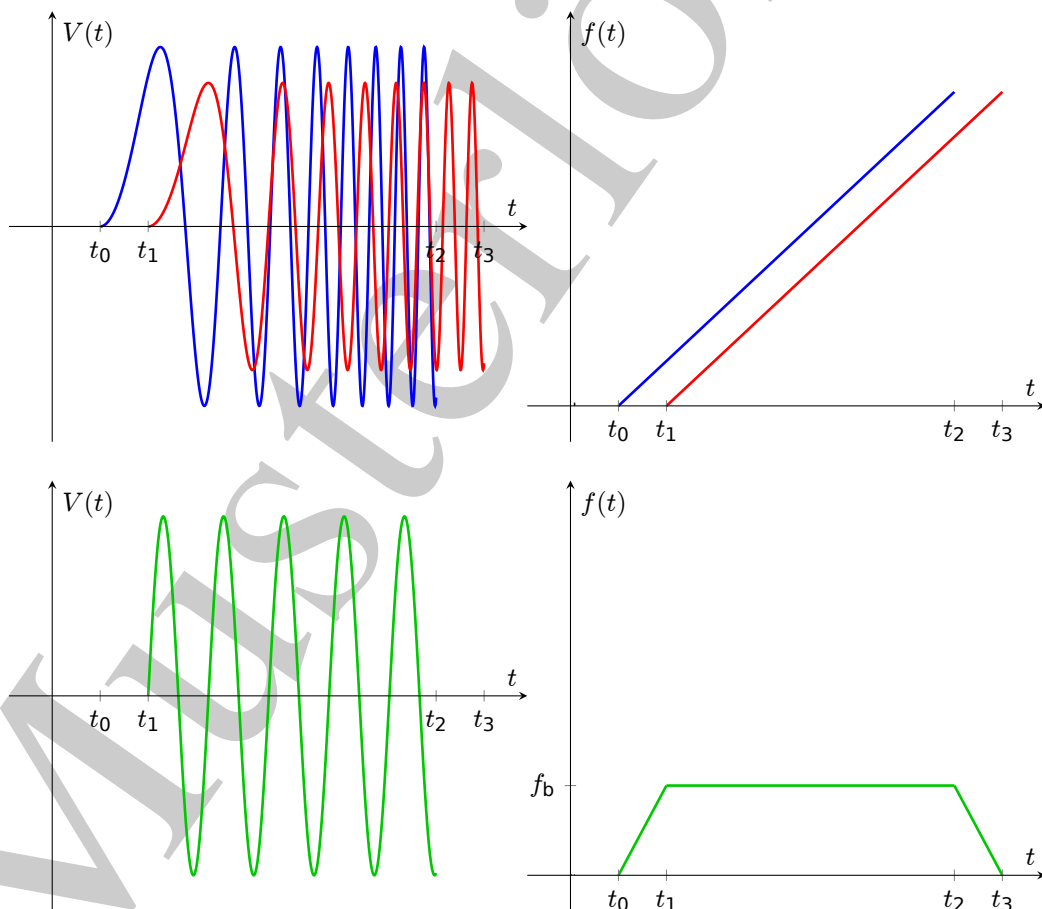
Da $G \propto \sqrt[4]{R_{\max}^4} = R_{\max}^2$ gilt, ergibt sich aus $R_{\max, \text{neu}} = 2 \cdot R_{\max}$ der neue Gewinn zu $G_{\text{neu}} = 4 \cdot G$. D.h. der neue Gewinn muss um den Faktor 4 größer sein.

d)

(6 P.)



Ein FMCW-Radar sendet ein Signal aus, das an einem stationärem Objekt reflektiert wird und wieder zum Radar zurückkehrt. Skizzieren Sie den Signal- und Frequenzverlauf einer Aufwärtsrampe an den Punkten A, B & C über der Zeit t in die dafür vorgesehenen Diagramme. Markieren und beschriften Sie die jeweiligen Zeitpunkte am Beginn und Ende der Sende- & Empfangsrampe, sowie die *beat frequency* f_b .



- | | |
|--|--|
| 1 Punkt: ansteigende Frequenz bei A & B. | 1 Punkt: kleinere Amplitude von B gegenüber A. |
| 1 Punkt: Zeitversatz B gegenüber A. | 1 Punkt: konstante Frequenz bei C. |
| 1 Punkt: Beschriftung Zeitpunkte. | 1 Punkt: Beschriftung f_b |

- e) Welche Signalgröße wird bei einem FMCW-Radar zur Ermittlung der Zielentfernung gemessen? Leiten Sie die Beziehung zwischen dieser Größe und der Entfernung des Ziels R her. Die Zwischenschritte müssen nachvollziehbar sein.

(2 P.)



Gemessen wird die Frequenzdifferenz/Zwischenfrequenz/*beat frequency* zwischen Sende- und Empfangssignal. Diese steht über die Steigung der Rampe in Beziehung zur Laufzeit des Signals τ :

$$\frac{B}{T} = \frac{f_b}{\tau}$$

Das ausgesendete Signal bewegt sich mit Lichtgeschwindigkeit c_0 zum Objekt und wieder zurück.

$$c_0 = \frac{2R}{\tau}$$

Nach Umstellen, erhält man:

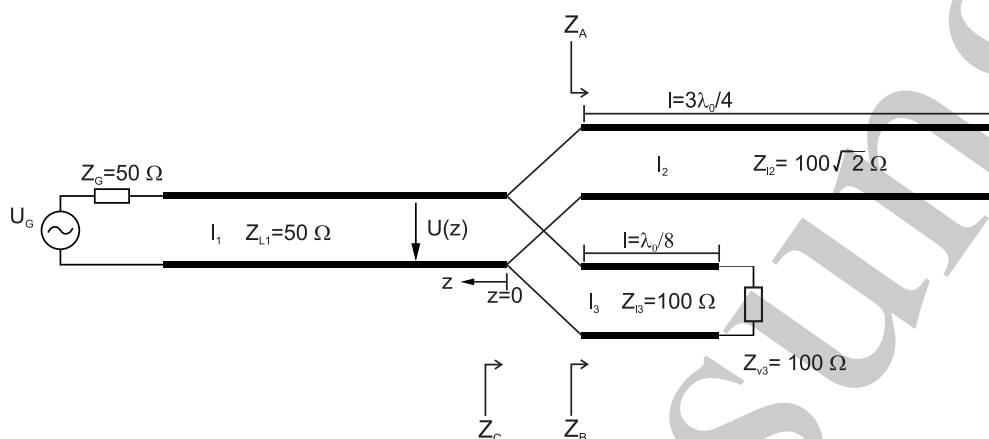
$$R = \frac{c_0 T f_b}{2B}$$

Aufgabe 3

(gesamt 17 Punkte)

Leitungen und stehende Wellen

Gegeben sei folgende Schaltung.

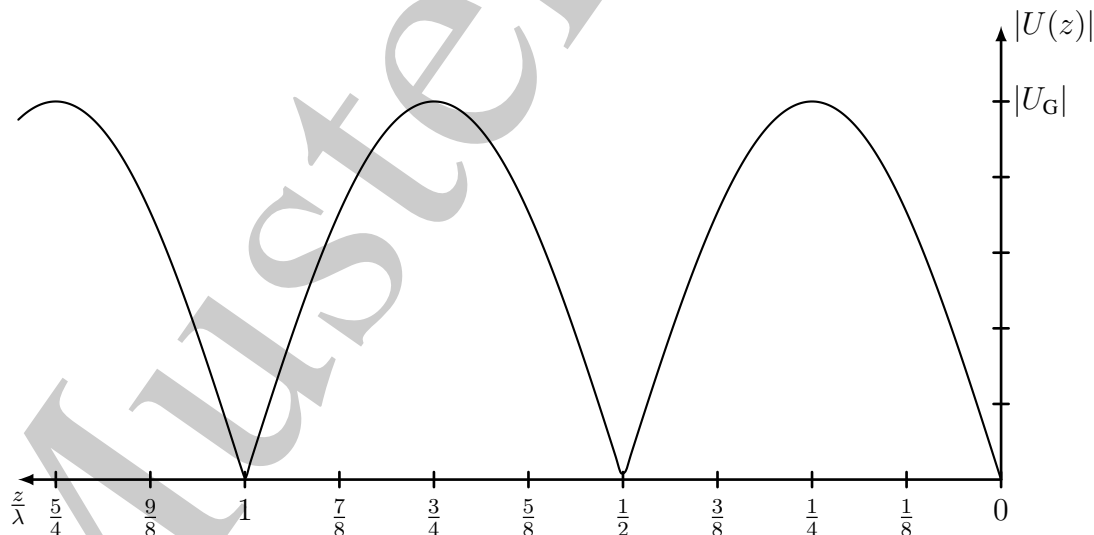


- a) Der Generator speist die Schaltung bei der Frequenz f_0 . Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Messleitung (l_1) für $z \geq 0$ in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Die Leitungen können als verlustfrei betrachtet werden. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung und erläutern Sie ihr Vorgehen.

(4 P.)

Die Leitung l_2 transformiert den Leerlauf in einen Kurzschluss $l = 3\frac{\lambda_0}{4}$.

Z_C ist somit 0 und es gilt der Verlauf im Kurzschlussfall. (1 Punkt für die Begründung)



(1 Punkt für die Achsen)

(1 Punkt für $|U(0)| = 0$)

(1 Punkt für Richtige Amplitude und Abstand der Minima)

- b) Wie müssen Sie die jetzt leer laufende Leitung l_2 abschließen, damit bei $z = 0$ Anpassung vorliegt? (2 P.)



Z_A muss 100Ω sein. Dann sind die beiden 100Ω Leitungen parallel. $\Rightarrow Z_C = 50 \Omega \hat{=}$ Anpassung. (1 Punkt)

$\frac{\lambda}{4}$ -Transformation: $Z_{\text{Last}} = \frac{Z_0^2}{Z_A} = 200 \Omega$ (1 Punkt)

- c) Sie haben nun die Möglichkeit die Leitung l_2 inklusive Abschluss komplett zu entfernen. Wie viel Leistung erreicht den Verbraucher Z_{v3} , wenn Sie die Leitung l_2 inklusive Abschluss komplett zu entfernen? Wie viel wenn Sie $Z_A = 100 \Omega$ annehmen? Der Generator speist die Schaltung mit $U_G = 3 \text{ V} \sin(2\pi ft)$. (3 P.)



Leistung der hinlaufenden Welle:

$$P_H = \frac{U_{\text{RMS}}^2}{Z_G} = \frac{\left(\frac{U_G}{2\sqrt{2}}\right)^2}{Z_G} = 22,5 \text{ mW}$$

(1 Punkt für Leistung des Generators)

1. Fall: Leitung l_2 entfernt. Reflexion bei $Z_C = Z_B$

$$r = \frac{Z_B - Z_{L1}}{Z_B + Z_{L1}} = \frac{1}{3}$$

$$P_{Z_{v3},1} = P_H (1 - |r|^2) = 20 \text{ mW}$$

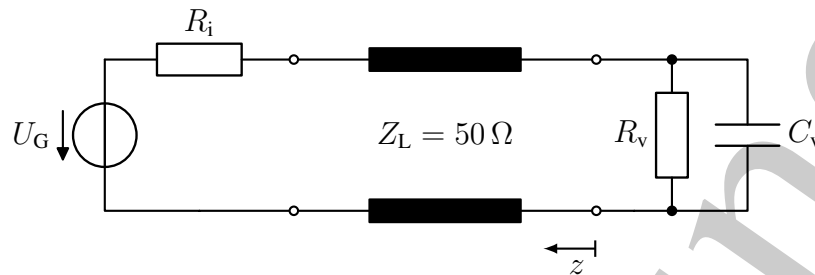
(1 Punkt für Leistung im Verbraucher ohne $L2$)

2. Fall: Leitung noch angeschlossen. Anpassung aber Leistungsteiler

$$P_{Z_{v3},2} = \frac{P_H}{2} = 11,25 \text{ mW}$$

(1 Punkt für Leistungsverteilungsbegründung und Leistung bei $Z_A = 100 \Omega$)

Gegeben sei nun folgende Schaltung, in der ein Generator mit dem Innenwiderstand $R_i = Z_L$, der Leerlaufspannung $U_G = 1\text{ V}$ und mit der Frequenz $f_0 = 1\text{ GHz}$ eine komplexe Last über eine Mikrostreifenleitung mit dem Wellenwiderstand $Z_L = 50\ \Omega$ speist. Die Last besteht aus einer Kapazität mit $C_v = 15\text{ pF}$ und einem Parallelwiderstand $R_v = 10\ \Omega$.



d) Berechnen Sie den Reflexionsfaktor r_v und das Stehwellenverhältnis auf der Leitung.

(3 P.)



$$Y_v = \frac{1}{R_v} + j\omega C_v = (0,1 + j0,094)\text{ S} \quad (1\text{ Punkt})$$

$$r_v = \frac{Z_v - Z_L}{Z_v + Z_L} = -0,7938 - j0,1619 \quad (1\text{ Punkt})$$

$$= 0,81e^{j1,064\pi}$$

$$\text{VSWR} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = 9,5 \quad (1\text{ Punkt})$$

e) Berechnen Sie $|U|_{\max}$ und $|U|_{\min}$ der stehenden Welle auf der Leitung.

(1 P.)



$$|U|_{\max} = \frac{U_G}{2}(1 + |r|) = 0,905U_G$$

$$|U|_{\min} = \frac{U_G}{2}(1 - |r|) = 0,095U_G$$

f) Berechnen Sie $|U(0)|$.

(1 P.)

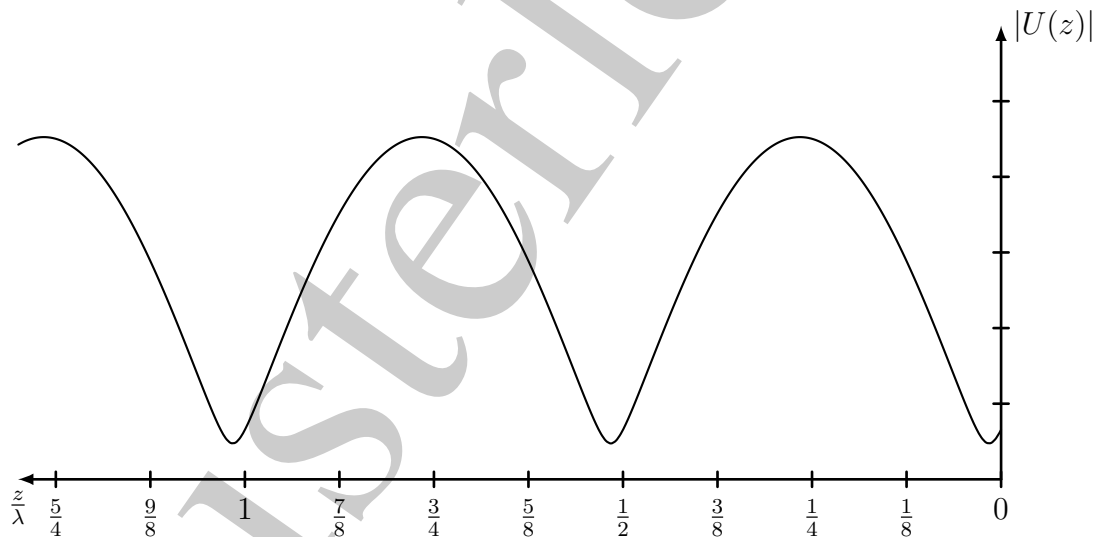


$$|U(z)| = \frac{|U_G|}{2} \cdot |1 + |r_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)}|$$

$$\Rightarrow |U(0)| = 0,13 \text{ V}$$

g) Zeichnen Sie die Verteilung des Betrages $|U(z)|$ (Einhüllende) der komplexen Spannungsamplitude $U(z)$ auf der Leitung in das dafür vorgesehene Diagramm ein. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung.

(3 P.)



Bestimmung der Minima:

$$\varphi_L - 2\beta z_{\min} \stackrel{!}{=} \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\varphi_L = 1,064\pi$$

$$\frac{z_{\min,1}}{\lambda} = \frac{\pi - \varphi_L}{4\pi} - \frac{n}{2} = 0,016$$

$$\frac{z_{\max,1}}{\lambda} = \frac{z_{\min}}{\lambda} + 0,25$$

Position min/max: 1 Punkt

Zeichnung (Form, Abstände(min/max), verlustfrei,...): 1 Punkt

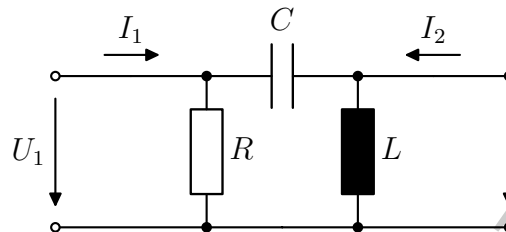
Achsenbeschriftung: 1 Punkt

Aufgabe 4

(gesamt 17 Punkte)

Mikrowellen-Netzwerkanalyse☐

Gegeben sei folgendes Zweitor.



- a) Um welchen Filtertyp handelt es sich bei folgendem Zweitor (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandstop)?

(1 P.)

☐

Hochpass-Filter

- b) Bestimmen Sie die Admittanzparameter des Zweitors.

(4 P.)

☐

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0} = \frac{1}{R} + j\omega C \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} = -j\omega C \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} = -j\omega C \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0} = -\frac{j}{\omega L} + j\omega C \quad (1 \text{ Punkt})$$

Gegeben sei folgendes Zweitor:

- Bei der Einspeisung in das Zweitor entstehen Verluste. Die Verlustleistung ist jeweils 10 % der eingespeisten Leistung.
- Beide Tore sind ideal angepasst.

c) Geben Sie die S-Parameter (linear) des Zweitores an. Begründen Sie Ihre Antwort.

(3 P.)



$$S_{11} = S_{22} = 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$S_{21} = \sqrt{1 - 0,1} = \sqrt{0,9} = 0,95 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$S_{12} = S_{21} = 0,95 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0,95 \\ 0,95 & 0 \end{bmatrix}$$

d) Ist das Zweitor umkehrbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

(1 P.)



Ja, da $S_{12} = S_{21}$.

- e) An Port 1 wird ein Signal mit der Leistung $P_{in} = -10 \text{ dBm}$ eingespeist. Geben Sie die Ausgangsleistung an Port 2 an. (2 P.)
- Falls sie Teilaufgabe c) nicht lösen konnten, nutzen Sie folgende S-Matrix für das Zweitor:

$$S = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,7 \\ 0,9 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Lösungsansatz 1:

$$\begin{aligned} P_{in,lin} &= 10^{-\frac{P_{in,dB}}{10}} \text{ mW} = 0,1 \text{ mW} \\ P_{out,lin} &= P_{in,lin} \cdot |S_{21}|^2 = 0,09 \text{ mW} \quad (0,081 \text{ mW}) \\ P_{out,dB} &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_{out,lin}}{1 \text{ mW}} \right) = -10,46 \text{ dBm} \quad (-10,91 \text{ dBm}) \end{aligned}$$

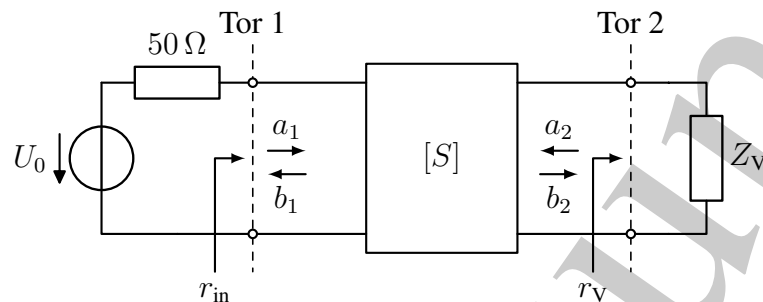
Lösungsansatz 2:

$$\begin{aligned} S_{21,dB} &= 20 \cdot \log_{10} (|S_{21}|) = -0,46 \text{ dB} \quad (-0,91 \text{ dB}) \\ P_{out,dB} &= P_{in,dB} + S_{21,dB} = -10,46 \text{ dBm} \quad (-10,91 \text{ dBm}) \end{aligned}$$

Für beide Lösungsansätze: 1 Punkt für den Lösungsweg und 1 Punkt für das Endergebnis. Lösungen mit Falschwerten in Klammern.

Das unten gezeigte Zweitor verbindet einen Generator mit der Generatorspannung U_0 und einem Innenwiderstand von $50\ \Omega$ mit einem Verbraucher Z_V . Das Zweitor soll so gespeist werden, dass $b_2 = 0,5\sqrt{W}$ ergibt. Die Lastimpedanz beträgt $Z_V = 30\ \Omega$. Das Zweitor hat folgende Matrix mit Bezug $Z_0 = 50\ \Omega$:

$$S = \begin{bmatrix} 0,3 & -0,4 \\ 0,8 & 0,4 \end{bmatrix}$$



f) Wie groß ist die von R_V aufgenommene Wirkleistung?

(2 P.)



$$r_V = \frac{a_2}{b_2} = \frac{R_V - Z_0}{R_V + Z_0} = -\frac{1}{4}$$

(1 Punkt)

$$P_V = \frac{1}{2} (|b_2|^2 - |a_2|^2) = \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |r_V|^2) = 0,12\text{ W}$$

(1 Punkt)

- g) Berechnen Sie allgemein den Reflexionsfaktor r_{in} am Eingang als Funktion von r_{V} und den S -Parametern des Zweitors. Berechnen Sie außerdem r_{in} und Z_{in} für die hier vorliegende Schaltung.

(4 P.)



$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 = S_{21}a_1 + S_{22}r_{\text{V}}b_2$$

$$b_2(1 - S_{22}r_{\text{V}}) = S_{21}a_1$$

$$b_2 = a_1 \frac{S_{21}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12}r_{\text{V}}b_2 = S_{11}a_1 + a_1 \frac{S_{12}r_{\text{V}}S_{21}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}}$$

$$= a_1 \left(S_{11} + \frac{S_{12}r_{\text{V}}S_{21}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} \right)$$

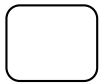
$$r_{\text{in}} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{12}r_{\text{V}}S_{21}}{1 - S_{22}r_{\text{V}}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= 0,37 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$Z_{\text{in}} = \frac{1 + r_{\text{in}}}{1 - r_{\text{in}}} Z_0 = 108,73 \Omega \quad (1 \text{ Punkt})$$

Aufgabe 5

(gesamt 16 Punkte)

Smith Diagramm

- a) Der Eingang eines Transistorverstärkers in Emitterschaltung soll an einen Signalgenerator mit Innenwiderstand $50\ \Omega$ angepasst werden. Die Betriebsfrequenz beträgt $2,4\ \text{GHz}$. Als Ersatzschaltbild für den Eingang des Transistors dient eine Parallelschaltung aus $R_{BE} = 500\ \Omega$ und, $C_{BE} = 0,53\ \text{pF}$:

(5 P.)

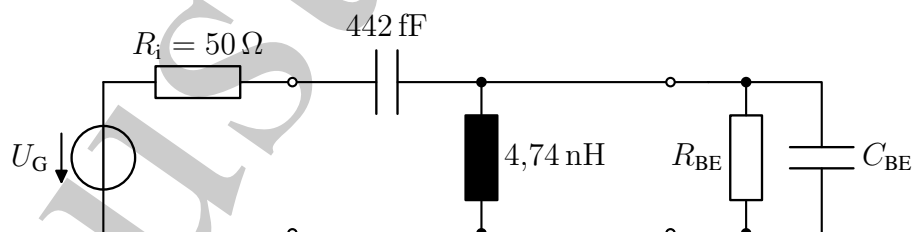


Wählen Sie ein mögliches Anpassnetzwerk aus einer Spule und einem Kondensator. Dimensionieren Sie diese Elemente mit Hilfe des Smith Diagramms und zeichnen Sie ihre Schaltung mit Bauteilwerten in obiges Schaltbild ein. Beschreiben Sie kurz alle Schritte des Lösungswegs.

Leitwertform mit $50\ \Omega$ Bezug.

Start: $Y_T = 0,1 + j0,4$

Ziel: $Y_i = 1$

Version 1**Serielle Kapazität und parallele Induktivität:**

R -const Kreis durch den Ursprung konstruieren.

Von Y_T auf G -const Kreis diesen Kreis schneiden.

Strecke auf R -const entspricht C , Strecke auf G -const entspricht L .

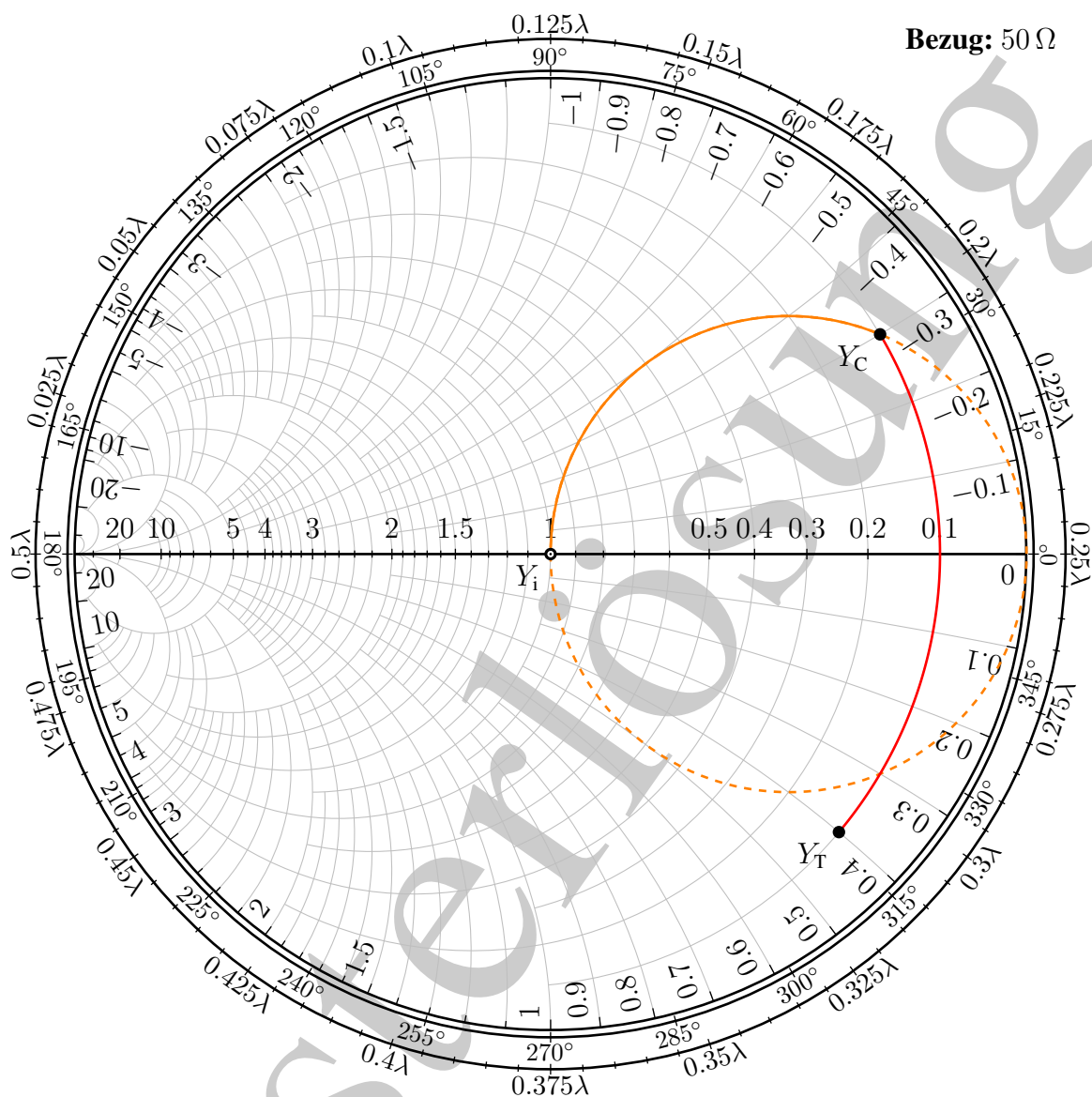
Schnittpunkt: $Y_C = 0,1 - j0,3$

$\rightarrow L = \frac{50\ \Omega}{\omega \cdot 0,7} = 4,74\ \text{nH}$

C kann durch Spiegeln abgelesen werden: $\frac{1}{Z_B \omega C} = 3,0$

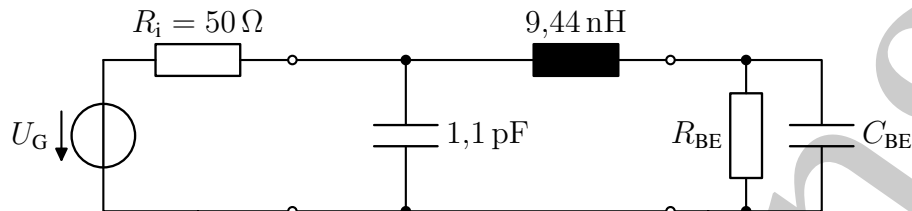
$C = 442\ \text{fF}$

zu Aufgabe 5 a) Version 1



Version 2

Parallele Kapazität und serielle Induktivität:



R -const Kreis durch den Start konstruieren.

Von Ursprung auf G -const Kreis diesen Kreis schneiden.

Strecke auf R -const entspricht L , Strecke auf G -const entspricht C .

Schnittpunkt: $Y_C = 1 - j0,83$

$$\rightarrow C = \frac{0,83}{50 \Omega \cdot \omega} = 1,1 \text{ pF}$$

L kann durch Spiegeln der Start und Endpunkte und bilden der Differenz abgelesen werden.

Umtragen in Widerstands SD auch möglich um Ablesen zu erleichtern.

$$L = 9,44 \text{ nH}$$

Bewertung:

Punkte werden jeweils für Beschreibung und passende Zeichnung vergeben!

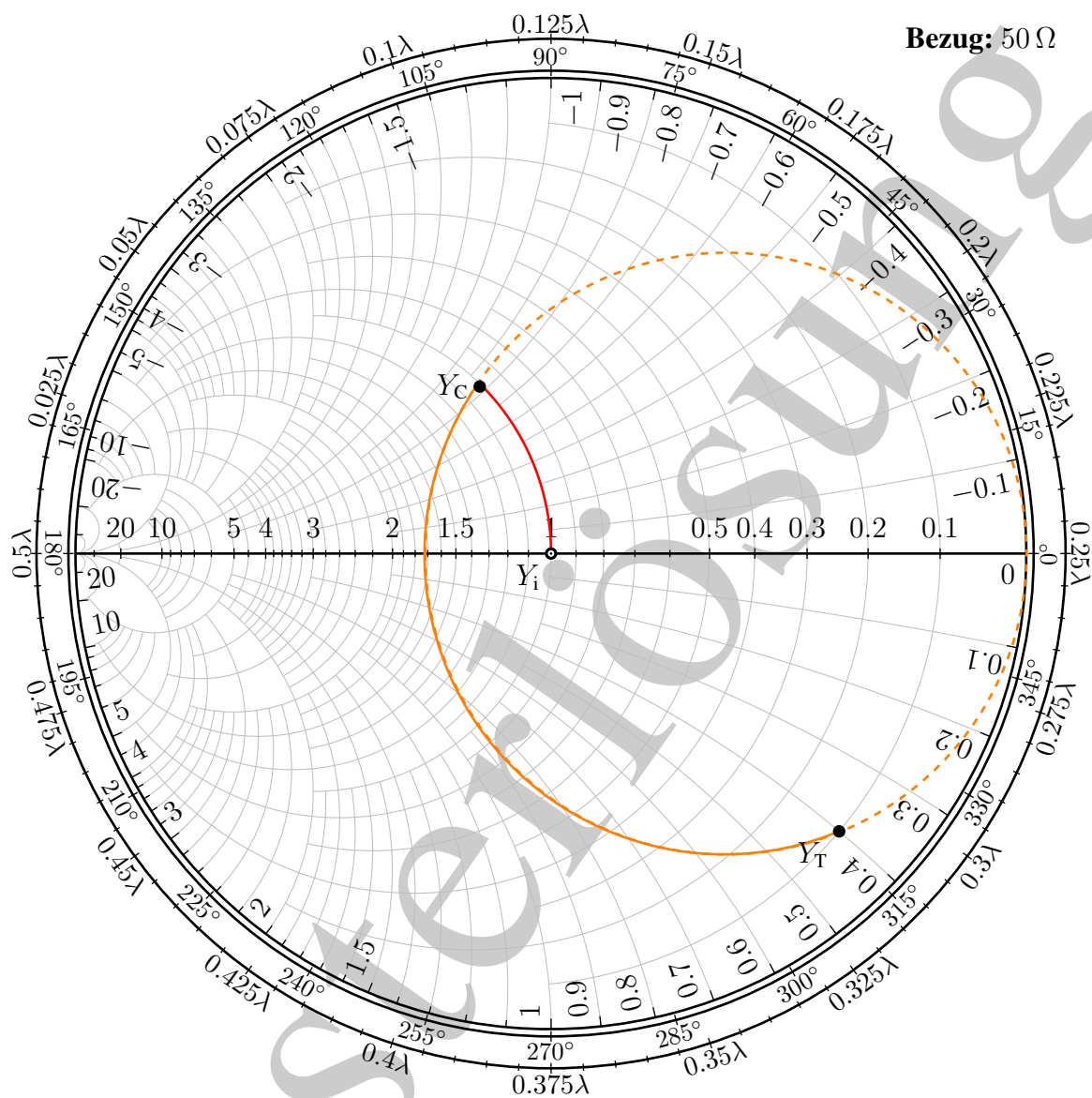
1 Punkt für Start Ziel bestimmen und einzeichnen.

1 Punkt für richtiges Schaltbild.

2 Punkte für zum Schaltbild passende Transformation im SD

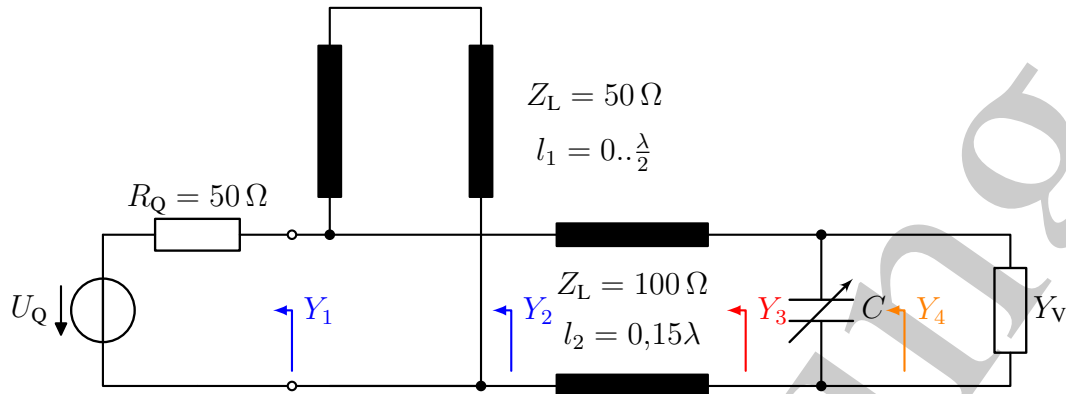
1 Punkt für richtig ermittelte Kapazität C und Induktivität L

zu Aufgabe 5 a) Version 2



- b) Ein einstellbares Anpassnetzwerk soll genutzt werden um verschiedene Admittanzen Y_V an eine Quellimpedanz von 50Ω anzupassen:

(6 P.)



Ermitteln Sie grafisch den Bereich, in dem die Schaltung so eingestellt werden kann, dass Anpassung herrscht. Schraffieren Sie das Ergebnis in einem geeigneten Smith Diagramm. Beschreiben Sie kurz alle Schritte des Lösungswegs.

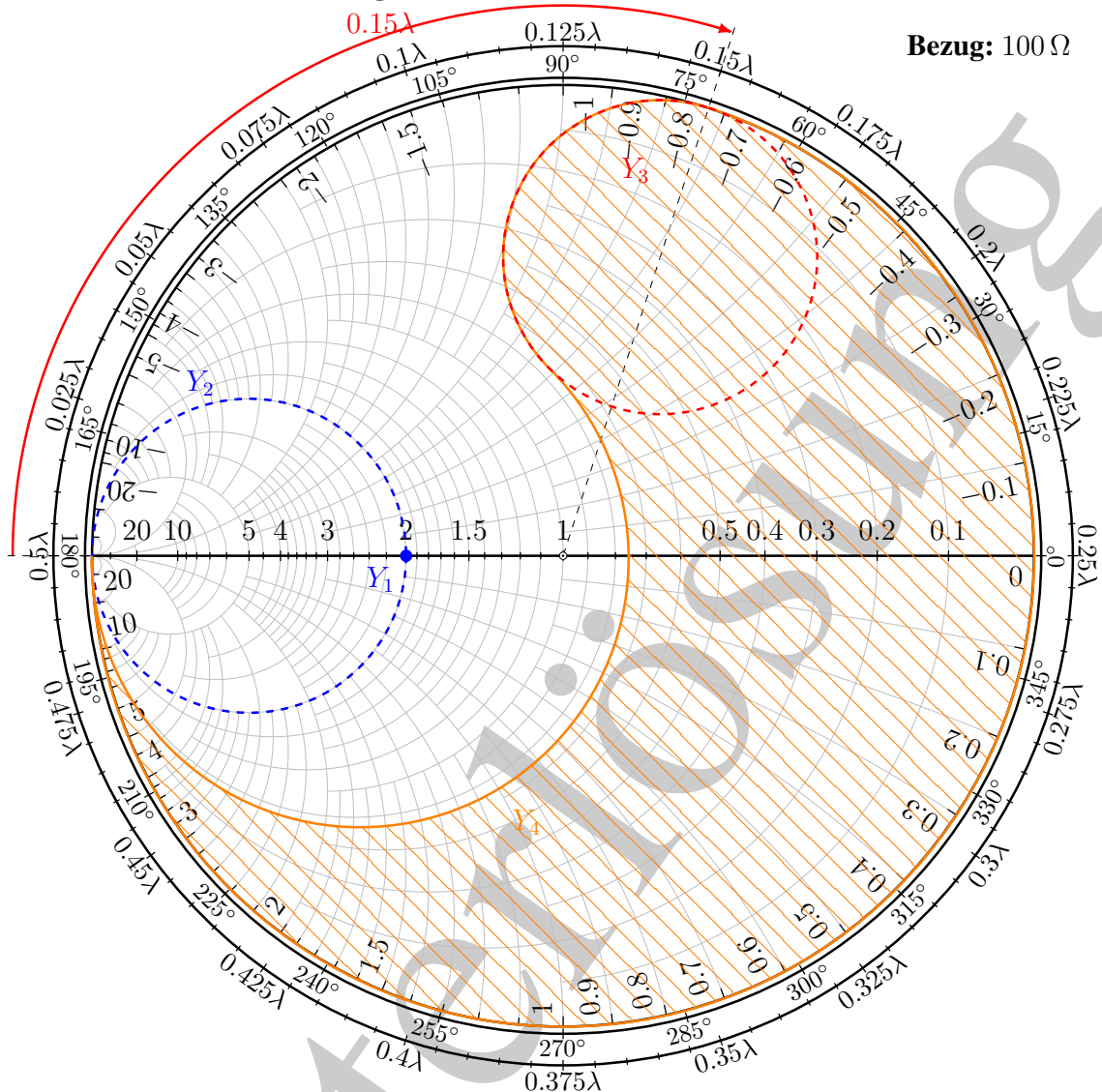
1. Unterteilung in mehrere Schittebenen Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 mit $Y_4 = Y_V^*$
2. Diagrammart wählen: Leitwertform, da parallele Elemente (Stichleitung, Kapazität) vorliegen.
3. Bezugswiderstand: Leitungstransformation mit 100Ω : $Z_B = 100 \Omega$
4. Startpunkt: $Y_1 Z_B = \frac{1}{50 \Omega} 100 \Omega = 2$
5. Kurzgeschlossene Stichleitung in Parallelschaltung, da $l = 0 \dots 0,5 \lambda$ erzeugt die Stichleitung einen beliebigen parallelen Blindleitwert $B_P = -\infty \dots +\infty$
 $\Rightarrow Y_2$: Bewegung in beide Richtungen auf dem $G_1 Z_B = 2$ -Kreis bis in den Kurzschlusspunkt
6. Leitungstransformation mit $l_2 = 0,15 \lambda$ und $Z_L = Z_B = 100 \Omega$:
Der gesamte Y_2 -Kreis wird auf m-Kreis im Uhrzeigersinn um $0,15 \lambda$ gedreht.
7. Parallelschaltung eines veränderlichen Kondensators $C = 0 \dots \infty$
 $\Rightarrow$ Ausgehend von den Kreispunkten des Y_3 -Kreises Transformation im Uhrzeigersinn auf $G = \text{const.}$ -Kreisen (Y_4), entsprechendes Gebiet einschraffieren
8. Anpassung herrscht für $Y = Y_4^* \Rightarrow$ Spiegelung des schraffierten Gebiets an reeller Achse. Hier reicht der Hinweis auf die Spiegelung!

Bewertung:

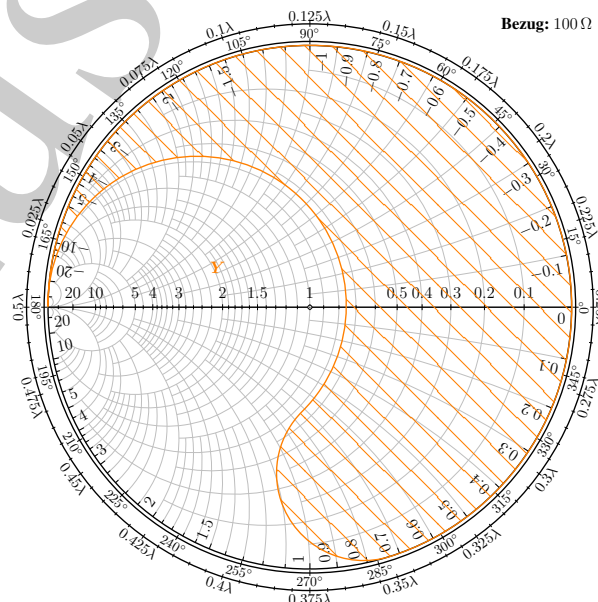
Punkte werden jeweils für Beschreibung und passende Zeichnung vergeben!

- 1 Punkt für Start von Z_Q
- 1 Punkt für Kreis von L_1
- 1 Punkt für 100Ω Diagramm
- 1 Punkt für Leitungstransformation $\rightarrow$ Kreis korrekt Verschieben
- 1 Punkt für Bereich von C
- 1 Punkt für Spiegelung, erwähnen reicht!

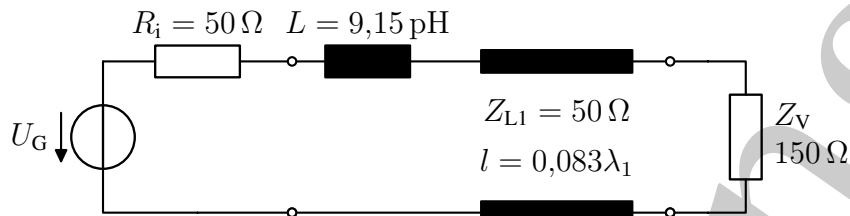
zu Aufgabe 5 b)



Die Fläche muss gespiegelt werden um die Admittanzen für die Anpassung hergestellt werden kann zu markieren. (Erwähnen dieses Schrittes reicht aus. Muss nicht neu gezeichnet werden!)



- c) Ein Verbraucher Z_V ist mit folgender Schaltung bei $f_1 = 1 \text{ GHz}$ an eine Quelle mit 50Ω angepasst. Die Frequenz verschiebt sich nun auf $f_2 = 1,5 \text{ GHz}$. Bestimmen Sie den Reflexionsfaktor und das Stehwellenverhältnis der Schaltung mit Bezug zur Quelle bei f_2 mit Hilfe des Smith Diagramms. (5 P.)



Die relative Leitungslänge vergrößert sich:

$$0.083\lambda_1 = 0.15\lambda_2$$

$L = \text{const}$, ωL wird größer:

$$\frac{\omega_2 L}{Z_B} = 1,72$$

$$Z_{\text{neu}} = 0,6 + j0,92$$

Der Betrag des Reflexionsfaktors kann nun mit dem Zirkel abgetragen und in der Skala über dem SD abgelesen werden

$$|r| = 0.54$$

Die Phase wird außen abgelesen:

$$\varphi_r = 83^\circ$$

m kann ebenfalls an der Skala abgelesen werden. Bei 1 einstechen und Betrag markieren

$$m = 0.29$$

$$\text{VSWR} = \frac{1}{m} = 3.4$$

Bewertung:

Punkte werden jeweils für Beschreibung und passende Zeichnung vergeben!

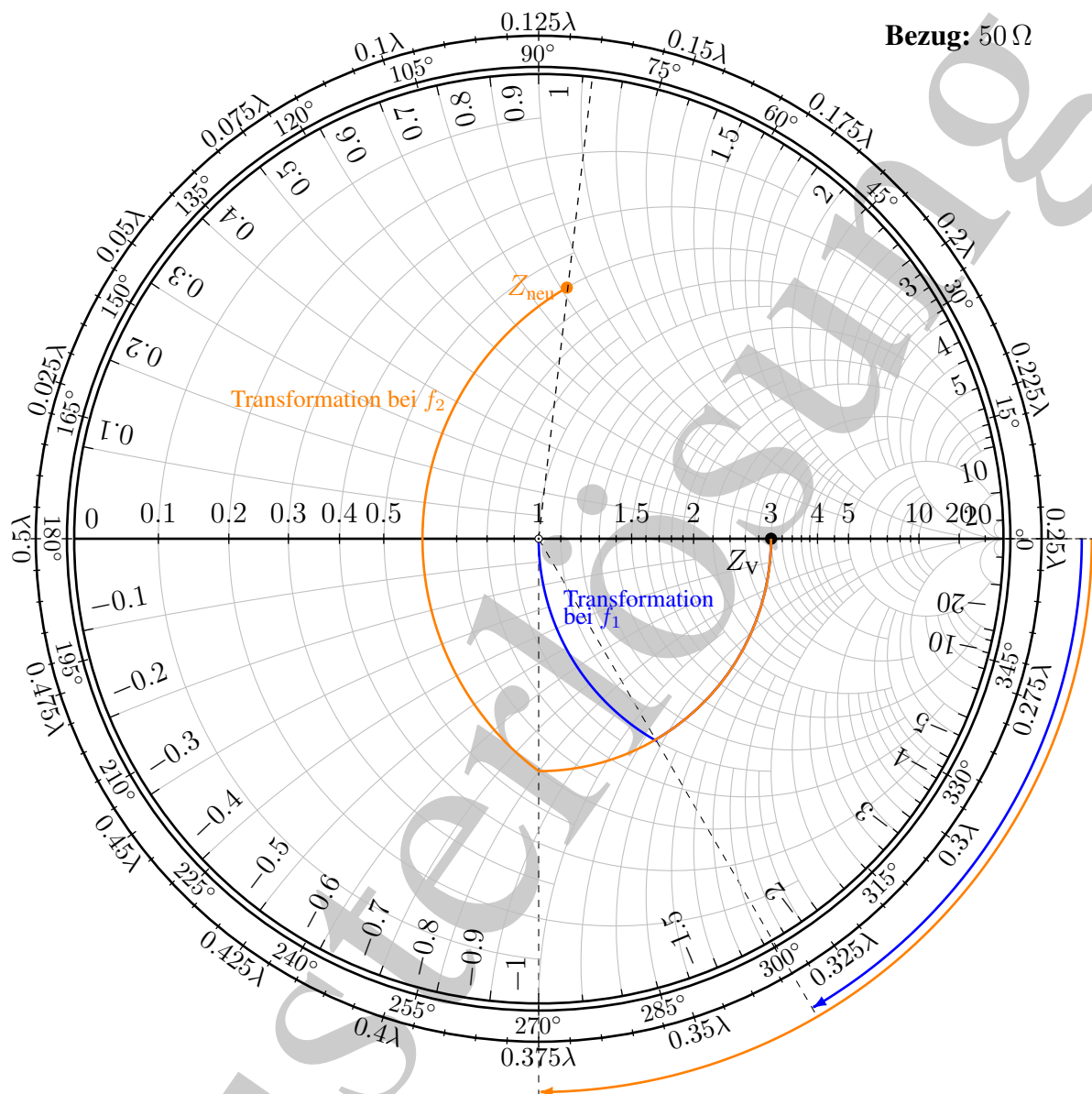
2 Punkte Transformation neu zeichnen

1 Punkt Betrag r ablesen

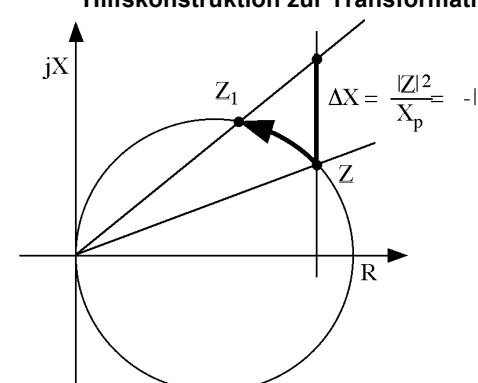
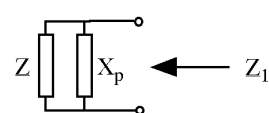
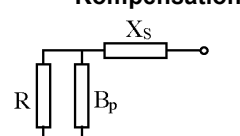
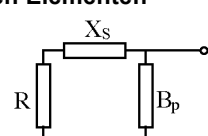
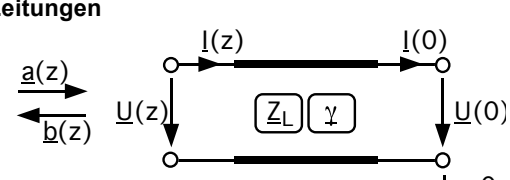
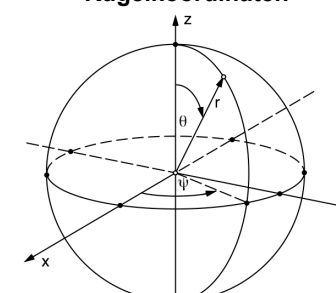
1 Punkt für Phase ablesen

1 Punkt VSWR ablesen oder berechnen

zu Aufgabe 5 c)

Blaue Transformation für f_1 nur zur Referenz, nicht für die Aufgabe erforderlich.

Musterlösung

Impedanz $\xleftrightarrow{Z=1/Y}$ Admittanz $\underline{Z} = R + jX \qquad \underline{Y} = G + jB$ $\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \qquad \underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$		Hilfskonstruktion zur Transformation  $\Delta X = \frac{ \underline{Z} ^2}{X_p} = - \underline{Z} ^2 \cdot B_p$  $\underline{Z}_1 = \underline{Z} \parallel \underline{X}_p$	
Kompensation mit dualen Elementen   Bedingungen für Kompensation: $\underline{X}_s = R^2 \cdot B_p$ Frequenzfaktor: $F(f) = \sqrt{\underline{X}_s \cdot B_p}$ krit. Frequenz, Grenzfrequenz: $F(f_k) = 1$			
Leitungen  $\underline{U}(z) = \underline{U}_H(0)e^{\gamma z} + \underline{U}_R(0)e^{-\gamma z} = \sqrt{\underline{Z}_L}(\underline{a}(z) + \underline{b}(z))$ $\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_H(0)}{\underline{Z}_L}e^{\gamma z} - \frac{\underline{U}_R(0)}{\underline{Z}_L}e^{-\gamma z} = \frac{1}{\sqrt{\underline{Z}_L}}(\underline{a}(z) - \underline{b}(z))$ $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}; \quad \underline{Z}_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$			
Koaxialleitung $\underline{Z}_L = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$	ungedämpfte Leitung (homogenes Dielektrikum und konst. Querschnitt) $\beta = \omega \cdot \sqrt{L'C'} = \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad C' = \frac{\sqrt{\mu\epsilon}}{\underline{Z}_L}; \quad L' = \underline{Z}_L \cdot \sqrt{\mu\epsilon}; \quad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$		
schwach gedämpfte Leitungen ($R' \ll \omega L'; G' \ll \omega C'$) $\alpha \approx \frac{1}{2} \left(\frac{R'}{\underline{Z}_L} + G' \cdot \underline{Z}_L \right); \quad G' = \omega C' \cdot \tan(\delta_c); \quad R' \sim \frac{1}{\kappa \cdot s}$		Dämpfung einer Leitung der Länge l (für hinlaufende Welle a) $D/\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a(l)}{P_a(0)}\right) = 10 \cdot \log(e^{2\alpha l})$	
Eindringtiefe s $s = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}}$	Reflexionsfaktor $\underline{\Gamma}$ $\underline{\Gamma}(z) = \frac{\underline{U}_R(z)}{\underline{U}_H(z)} = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}(0)}{\underline{a}(0)} \cdot e^{-2\gamma z}$		
Anpassungsfaktor, Stehwellenverhältnis $m = \frac{1}{VSWR} = \frac{1 - \underline{\Gamma} }{1 + \underline{\Gamma} } = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}$	Dem Verbraucher zugeführte Wirkleistung P_w mit: $\underline{a}(z) = \frac{\underline{U}_H(z)}{\sqrt{\underline{Z}_L}} = \sqrt{\underline{Z}_L} \cdot \underline{I}_H(z)$ $P_w = P_a(0) - P_b(0) = \frac{1}{2} (\underline{a}(0) ^2 - \underline{b}(0) ^2) = \frac{1}{2} \underline{a}(0) ^2 (1 - \underline{\Gamma}(0) ^2)$		
Transformation durch Kettenschaltung einer Leitung $\underline{Z}(\ell) = \underline{Z}_L \cdot \frac{\underline{Z}(0) + \underline{Z}_L \tanh(\gamma \ell)}{\underline{Z}_L + \underline{Z}(0) \tanh(\gamma \ell)} = \underline{Z}(0) \cdot \frac{1 + j \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}(0)} \tan(\beta \ell)}{1 + j \frac{\underline{Z}(0)}{\underline{Z}_L} \tan(\beta \ell)} \Big _{\alpha=0}$		Kugelkoordinaten  Azimuth: ψ Elevation: θ Volumen: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Oberfläche: $F = 4 \pi r^2$	
Konstanten $Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} = 120 \pi \, \Omega$ $c_o = 2,997925 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$		$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{Ws}{K}$ $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ $\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$	

	[S]	[Z]	[Y]	[A] (ABCD)	[T]
S_{11}	S_{11}	$\frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{12}}{T_{22}}$
S_{12}	S_{12}	$\frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}$
S_{21}	S_{21}	$\frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{1}{T_{22}}$
S_{22}	S_{22}	$\frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$\frac{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}{(Y_{11} + Y_0)(Y_{22} + Y_0) - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$	$\frac{-T_{21}}{T_{22}}$
Z_{11}	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{11}	$\frac{Y_{22}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{A}{C}$	
Z_{12}	$Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	Z_{12}	$\frac{-Y_{12}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{AD - BC}{C}$	
Z_{21}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	Z_{21}	$\frac{-Y_{21}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{1}{C}$	
Z_{22}	$Z_0 \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	Z_{22}	$\frac{Y_{11}}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}$	$\frac{D}{C}$	
Y_{11}	$Y_0 \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{11}	$\frac{D}{B}$	
Y_{12}	$Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{12}	$\frac{BC - AD}{B}$	
Y_{21}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$	$\frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{21}	$\frac{-1}{B}$	
Y_{22}	$Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$	Y_{22}	$\frac{A}{B}$	
A	$\frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	A	
B	$Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	B	
C	$\frac{1}{Z_0} \frac{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Y_{12}Y_{21} - Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$	C	
D	$\frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	D	
T_{11}	$\frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{21}}$				T_{11}
T_{12}	$\frac{S_{11}}{S_{21}}$				T_{12}
T_{21}	$\frac{-S_{22}}{S_{21}}$				T_{21}
T_{22}	$\frac{1}{S_{21}}$				T_{22}