Grundlagen der Hochfrequenztechnik

1. Hausübung

Aufgabe 1

Führen Sie die folgenden Umrechnungen durch: (jeweils 1 Punkt)

a) 1 W in dBm

b) 10 dBm in mW

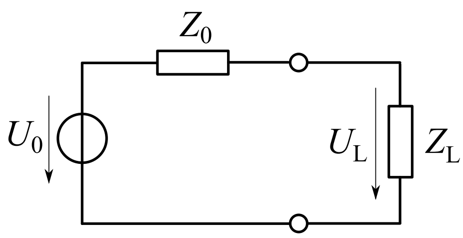
c) 1 dBμV in μV

d) 100 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

e) 45° in rad

Aufgabe 2

Gegeben sei die unten abgebildete Quelle, die aus einer Wechselspannungsquelle mit komplexer Amplitude U_0 und der komplexen Generatorimpedanz Z_0 besteht, und mit der Lastimpedanz Z_L verbunden ist.



a) Berechnen Sie allgemein die komplexe Spannungsamplitude U_L in Abhängigkeit von U_0, Z_0 und Z_L. (1 Punkt)

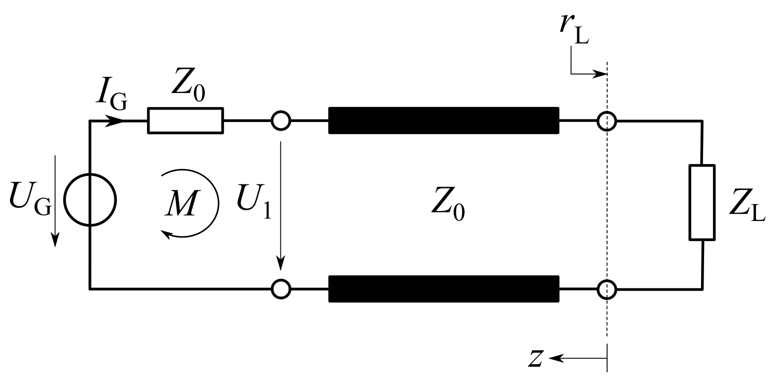
b) Berechnen Sie allgemein die in der Lastimpedanz umgesetzte Wirkleistung P_L in Abhängigkeit von U_0, Z_0 und Z_L. (2 Punkte)

c) Vereinfachen Sie Ihre Lösung aus Aufgabenteil b) für den Fall $Z_0 = Z_\mathrm{L} = R_0$, wobei R_0 rein reell ist. (1 Punkt)

d) Berechnen Sie P_L für den Fall $Z_0 = 50\,\Omega$, $Z_\mathrm{L} = 10\,\Omega + \mathrm{j}\,5\,\Omega$ und $U_0 = 2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}$ V. (1 Punkt)

Aufgabe 3

Gegeben sei die in der Skizze gezeigte, verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand Z_0. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine komplexe Spannungsamplitude von U_G und einen Innenwiderstand von Z_0 aufweist.
Im Folgenden soll schrittweise die Spannungsverteilung auf der Leitung für eine allgemeine Lastimpedanz Z_L hergeleitet werden.



a) Zunächst soll die komplexe Amplitude $U_{1,\mathrm{H}}$ der hinlaufenden Spannungswelle am Eingang der Leitung in Abhängigkeit der Generatorspannung berechnet werden. (2 Punkte)
Hinweis: Nutzen Sie die Maschengleichung entlang des Umlaufs M sowie die Beziehungen (s. Skript S. 19)

$$U(z) = U_\mathrm{H}(z) + U_\mathrm{R}(z)$$
$$I(z) = I_\mathrm{H}(z) - I_\mathrm{R}(z)$$
$$\frac{U_\mathrm{H}(z)}{I_\mathrm{H}(z)} = \frac{U_\mathrm{R}(z)}{I_\mathrm{R}(z)} = Z_0$$

b) Leiten Sie die Formel $|U(z)| = |U_{1,\mathrm{H}}| \cdot \left|1 + |r_\mathrm{L}|\, e^{\mathrm{j}(\varphi_\mathrm{L} - 2\beta z)}\right|$ für den Betrag der Spannungsamplitude her. Hier bezeichnet $r_\mathrm{L} = |r_\mathrm{L}|\, e^{\mathrm{j}\varphi_\mathrm{L}}$ den Reflexionsfaktor der Lastimpedanz. (2 Punkte)
Hinweis: Starten Sie mit der Gleichung $U(z) = U_\mathrm{H}(z) + U_\mathrm{R}(z)$, und verwenden Sie die unten angegebenen Relationen zur Transformation der Spannungsamplituden auf der Leitung (s. Skript S. 19, 21-22). Nehmen Sie die Betragsbildung erst vor, wenn Sie einen Ausdruck für $U(z)$ in Abhängigkeit von $U_{1,\mathrm{H}}$ und r_L gefunden haben.

$$U_{\mathrm{H}}(z) = U_{1,\mathrm{H}} e^{-\mathrm{j}\beta(l-z)}$$
$$U_{\mathrm{R}}(z) = U_{1,\mathrm{R}} e^{\mathrm{j}\beta(l-z)}$$
$$r(z) = \frac{U_{\mathrm{R}}(z)}{U_{\mathrm{H}}(z)} = r_{\mathrm{L}} e^{-\mathrm{j}2\beta z}$$

c) Leiten Sie nun die Bedingungen für z her, damit $|U(z)|$ maximal bzw. minimal wird, und berechnen Sie das zugehörige Maximum $|U(z)|_{\mathrm{max}}$ bzw. Minimum $|U(z)|_{\mathrm{min}}$. (4 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie den Term $e^{\mathrm{j}(\varphi_{\mathrm{L}}-2\beta z)}$ in Abhängigkeit von z und die Auswirkungen auf $|U(z)|$.

Aufgabe 4

Die allgemeinen Erkenntnisse aus Aufgabe 3 sollen nun auf ein konkretes Beispiel angewendet werden. Gegeben sei wieder die in der Skizze zu Aufgabe 3 gezeigte, verlustfreie Leitung mit Leitungswellenwiderstand $Z_0 = 50\,\Omega$. Die Leitung wird von einer Wechselspannungsquelle gespeist, die eine komplexe Spannungsamplitude von $U_{\mathrm{G}} = 5\,\mathrm{V}$ und einen Innenwiderstand von $Z_0 = 50\,\Omega$ aufweist. Die Lastimpedanz beträgt $Z_{\mathrm{L}} = \mathrm{j}\,50\,\Omega$.

a) Berechnen Sie Betrag und Phase des Reflexionsfaktors r_{L}. (1 Punkt)

b) Berechnen Sie die Werte für z, bei denen $|U(z)|$ maximal bzw. minimal wird. (2 Punkte)
Hinweis: Wenn Sie in Aufgabe 3 c) kein Ergebnis erzielt haben, nutzen Sie die Formeln

$$\varphi_{\mathrm{L}} - 2\beta z_{\mathrm{max}} = n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$
$$\varphi_{\mathrm{L}} - 2\beta z_{\mathrm{min}} = \pi + n \cdot 2\pi \quad n \in \mathbb{Z}$$

c) Berechnen Sie den Maximal- und Minimalwert für $|U(z)|$. (2 Punkte)
Hinweis: Wenn Sie in Aufgabe 3 c) kein Ergebnis erzielt haben, nutzen Sie die Formeln

$$|U(z)|_{\mathrm{max}} = \frac{|U_{\mathrm{G}}|}{2} \cdot (1 + |r_{\mathrm{L}}|)$$
$$|U(z)|_{\mathrm{min}} = \frac{|U_{\mathrm{G}}|}{2} \cdot (1 - |r_{\mathrm{L}}|)$$

d) Berechnen Sie den Wert für $|U(z)|$ an der Stelle $z = 0$. (1 Punkt)

e) Zeichnen Sie den Verlauf von $|U(z)|$ in untenstehendes Diagramm ein. (1 Punkt)