Blatt 4

Aufgabe 1) **Driftstrom in einem dotierten Halbleiter**

Wir betrachten ein Halbleiterstäbchen aus Silizium der Länge $l = 8\ \mu\text{m}$. Die Stirnflächen haben die Dimensionen $3\ \mu\text{m} \times 4\ \mu\text{m}$. Der Halbleiter sei mit $2.5 \cdot 10^{16}\,\text{cm}^{-3}$ Bor-Atomen und mit $2 \cdot 10^{16}\,\text{cm}^{-3}$ Arsen-Atomen dotiert. Die effektive Masse der Elektronen und Löcher sei $0.33 \cdot m_0$ und $0.56 \cdot m_0$, wobei m_0 die freie Elektronenmasse ist. Es gilt Störstellenerschöpfung. Die Bandlücke ist $W_G = 1.12\ \text{eV}$, die Temperatur $T = 300\ \text{K}$.

a) Bestimmen Sie die Ladungsträgerkonzentrationen für die Elektronen und Löcher. Berechnen Sie dazu die äquivalenten Zustandsdichten und bestimmen Sie daraus n_i.
Lösung:
Geg: Es gilt Störstellenerschöpfung, Zahlenwerte aus Aufgabe
Ges.: Ladungsträgerkonzentrationen p und n

$$n_i^2 = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)$$

$$N_L = 2\left(\frac{2\pi \cdot m_n \cdot kT}{h^2}\right)^{3/2} (\approx 4.7 \cdot 10^{18}\,\text{cm}^{-3}),\quad N_V = 2\left(\frac{2\pi \cdot m_p \cdot kT}{h^2}\right)^{3/2} (\approx 1.1 \cdot 10^{19}\,\text{cm}^{-3})$$

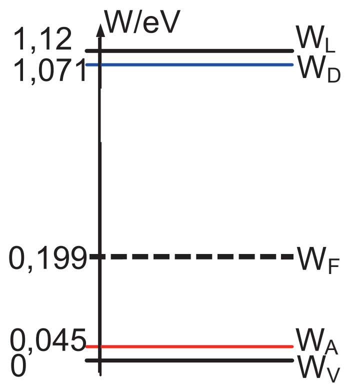
$$n_i = 2.6 \cdot 10^9\,\text{cm}^{-3}$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{n_D - n_A}{2}\right)^2 + n_i^2} - \left(\frac{n_D - n_A}{2}\right) = 5 \cdot 10^{15}\,\text{cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = 1.4 \cdot 10^3\,\text{cm}^{-3}$$

b) Zeichnen Sie das Banddiagramm mit Fermi-Niveau und schätzen Sie ab, ob die Annahme von Störstellenerschöpfung gerechtfertigt ist. Entnehmen Sie die Werte für die Störstellenniveaus aus dem Skript.

Lösung:



Geg.: Daten aus 1a), aus Skript lassen sich entnehmen:
Donator: $W_L - W_D = 49\ \text{meV}$, Akzeptor: $W_A - W_V = 45\ \text{meV}$
Ges.: Banddiagramm: Wo liegt W_F?
War Annahme SSE korrekt?

$$n_D^+ = n_D\left[1 - f_D(W_D)\right] = \frac{n_D}{1 + 2\exp\left[(W_F - W_D)/kT\right]}$$

$$n_A^- = n_A f_A(W_A) = \frac{n_A}{1 + 2\exp\left[(W_A - W_F)/kT\right]}$$

W_F ist noch zu bestimmen, Problem: $n = n(W_F)$, $p = p(W_F)$.
Genau genommen ist nur eine iterative Lösung möglich.
Vereinfachter Ansatz:

a. Annahme von SSE
b. Berechnen von Ladungsträgerdichten und W_F
c. Test, ob SSE gerechtfertigt war

mit $p \cong 5 \cdot 10^{15}\,\text{cm}^{-3}$ aus 1a):

$$p = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) \rightarrow W_F - W_V = -kT \ln\left(\frac{p}{N_V}\right) = 199\text{ meV}$$

Akzeptoren: $W_F - W_A = 154\text{ meV} \rightarrow\ n_A^- > 0.99 \cdot n_A$
Donatoren: $W_D - W_F = 872\text{ meV} \gg kT \ \rightarrow\ n_D^+ \cong n_D$
Ergebnis: Annahme von SSE war gerechtfertigt.

Es wird nun eine Spannung $U = 60\text{ V}$ zwischen den Stirnflächen angelegt.

c) Bestimmen Sie die Driftgeschwindigkeiten der Elektronen und Löcher. Prüfen Sie dabei, ob die Geschwindigkeiten sich in der Nähe der Sättigungsdriftgeschwindigkeiten bewegen. Entnehmen Sie die dafür benötigten Zahlenwerte aus dem Skript.

Lösung:
Geg.: Daten aus 1a), aus Skript Abb. 4.5 Auftragung Driftgeschwindigkeit über Feld: Ablesbar ist für Si bei 300 K eine Sättigungsgeschwindigkeit von $v_S = 10^7\ \text{cm/s}$.
Ges.: Driftgeschwindigkeiten v_n und v_p. Sättigungsgeschwindigkeit?

Für $v_n = -\mu_n E$, $v_p = \mu_p E$ fehlen Angaben der Beweglichkeiten.

$E = U/l = 75000\text{ V/cm}$, Vergleich mit Graphen aus Skript ergibt, dass Löcher und Elektronen sich bereits im Sättigungsbereich befinden.

Dann gilt: $v_{n,p} = \dfrac{v_S}{\left[1 + \left(E_0 / E\right)^{\gamma}\right]^{1/\gamma}}$ mit $v_s = 1 \cdot 10^7\,\text{cm/s}$.

Elektronen: $E_0 = 7 \cdot 10^3\ \text{V/cm}$, $\gamma = 2$, damit $v_n = 9.96 \cdot 10^6 \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$

Löcher: $E_0 = 2 \cdot 10^4\ \text{V/cm}$, $\gamma = 1$, damit $v_p = 7.89 \cdot 10^6 \dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$

d) Welcher Gesamtstrom fließt durch das Stäbchen?
Lösung:
Geg.: Daten aus 1a)
Ges.: Gesamtstrom I_{ges}
Homogen Dotiert, nur Driftstromdichten fallen an:
$J_F = en\left|v_n\right| + ep\left|v_p\right|$, $I_{\text{ges}} = J_F \cdot b \cdot h = 0.76\text{ mA}$

Aufgabe 2) **Ladungsträger-Transport**

Ein nicht geerdetes n-dotiertes Silizium-Bauteil (n_i = 1.5·10^{10} cm^{-3}, n_D = 2·10^{15} cm^{-3}, μ_p = 460 cm^2/Vs, μ_n = 1350 cm^2/Vs) werde einmal kurz einem Lichtimpuls ausgesetzt. Der Lichtblitz generiert eine Überschussträgerdichte von $n' = p' = 10^{10}$ cm^{-3}, welche sich gleichmäßig über das ganze Bauteil verteilt. Die Dauer des Lichtblitzes sei sehr kurz und ist zu vernachlässigen. Es gilt Störstellenerschöpfung.

a) Handelt es sich hier um „schwache Injektion" (*low-level injection*) oder „Hochinjektion" (*high-level injection*)?
Lösung:
Ges.: $np \ll \left(n_D - n_A\right)^2$ (**LLI**) oder $n \gg \left|n_D - n_A\right|$ (**HLI**)?
SSE: $n = n_D$, $p = p_{th} + p' \approx p'$
LLI: $np \ll \left(n_D - n_A\right)^2$, $2 \cdot 10^{15} 10^{10} \ll \left(2 \cdot 10^{15}\right)^2$ ist wahr, also LLI.

b) Wie groß ist die relative Leitfähigkeitsänderung der Probe unmittelbar nach dem Lichtblitz? Geben Sie einen formalen Ausdruck sowie einen numerischen Wert an.
Lösung:
Geg.: Beweglichkeiten μ_p, μ_n, Dotierung $n_D = 2 \cdot 10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3}$
Ges.: Relative Leitfähigkeitsänderung $\Delta\sigma / \sigma$
Es werden Paare erzeugt: $n' = p'$.
$\sigma = e n_{n,th} \mu_n + e p_{n,th} \mu_p$; Änderung: $\Delta\sigma = e n' \mu_n + e p' \mu_p$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{n'\mu_n + p'\mu_p}{n_{n,th}\mu_n + p_{n,th}\mu_p} \cong \frac{n'\mu_n + n'\mu_p}{n_{n,th}\mu_n} = 6.7 \cdot 10^{-6}$$

c) Im Halbleiter werden zunächst strahlende Prozesse betrachtet, die durch eine Netto-Rekombination $r_{sp} - g_s = B \cdot n_n p_n - B \cdot n_i^2$ beschrieben werden. Zeigen Sie, dass das Abklingen der Überschussladungsträgerdichte im vorliegenden Fall durch eine Lebensdauer beschrieben werden kann in der Form $r_{sp} - g_s = \frac{p'}{\tau_{sp}}$
Lösung:
Geg.: SSE, LLI, $n_i^2 = p_{n,th} n_{n,th}$

$$r_{sp} - g_s = B \cdot n_n p_n - B \cdot n_i^2 = B\left[\left(n_{n,th} + p'\right)\left(p_{n,th} + p'\right) - n_i^2\right]$$
$$= B\left[\left(n_{n,th} + p_{n,th} + p'\right)p'\right] \cong B\left[n_{n,th} p'\right] = \frac{p'}{\tau_{sp}}$$

d) Der Halbleiter soll zusätzlich tiefe Störstellen aufweisen, über die Shockley-Read-Hall Rekombination stattfindet. In diesem Fall ist die Netto-Rekombinationsrate gegeben durch $r_t - g_t = \frac{n_n \cdot p_n - n_i^2}{\left(n_n + n'_{th}\right)\tau_p + \left(p_n + p'_{th}\right)\tau_n}$

wobei die Hilfsgrößen n_{th}' und p_{th}' gegeben sind durch $n_{th}' = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right)$ und $p_{th}' = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right)$. Vereinfachen Sie den Ausdruck für den vorliegenden Fall und unter der Annahme $W_F - W_T = 10\,kT$ und zeigen Sie, dass sich die Rekombinationsrate schreiben lässt als $r_t - g_t = \frac{p'}{\tau_{SRH}}$

Lösung:

Geg.: SSE, LLI, $n_i^2 = p_{n,th} n_{n,th}$, $n_{n,th} = n_D \gg n'_{th}, p'_{th}, p_{n,th}$

$$r_t - g_t = \frac{n_n \cdot p_n - n_i^2}{\left(n_n + n'_{th}\right)\tau_p + \left(p_n + p'_{th}\right)\tau_n} = \frac{\left(n_{n,th} + p'\right)\left(p_{n,th} + p'\right) - n_i^2}{\left(n_{n,th} + p' + n'_{th}\right)\tau_p + \left(p_{n,th} + p' + p'_{th}\right)\tau_n}$$
$$\cong \frac{\left(n_{n,th} + p_{n,th} + p'\right)p'}{n_{n,th}\tau_p} \cong \frac{n_{n,th}p'}{n_{n,th}\tau_p} = \frac{p'}{\tau_{SRH}}$$

e) Schreiben Sie nun die Differentialgleichung auf, welche benötigt wird, um den zeitlichen Verlauf der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration zu berechnen und geben Sie die formale Lösung der Differentialgleichung an. Berücksichtigen Sie dabei sowohl nicht-strahlende (Shockley-Read-Hall, Lebensdauer τ_{SRH}) als auch strahlende Prozesse (spontane Emission, Lebensdauer τ_{sp}).

Lösung:

$$\frac{\mathrm{d}p'(t)}{\mathrm{d}t} = g_{ext}(t) + g_s + g_t - r_{sp} - r_t = g_{ext}(t) - \left(\frac{1}{\tau_{sp}} + \frac{1}{\tau_{SRH}}\right)p'(t) = g_{ext}(t) - \frac{p'(t)}{\tau_{eff}}$$

Randbedingung: $p'(t_1 = 0) = p'_0$ → exponentieller Abfall

$$p'(t) = p'_0 \exp\left[-(t - t_1)/\tau_{\mathrm{eff}}\right]$$

f) Skizzieren Sie die Entwicklung der Überschuss-Ladungsträgerkonzentrationen in der Probe als Funktion der Zeit. Skizzieren Sie außerdem qualitativ den zeitlichen Verlauf der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration für den Fall, dass ein zweiter Lichtblitz auf die Probe trifft, bevor die Überschussladungsträger abgeklungen sind.