

Übungsblatt 9

Aufgabe 1) p-i-n-Diode

Ein $w_i = 10 \mu\text{m}$ langes undotiertes Gebiet befindet sich zwischen einem p- und n-Gebiet von jeweils 500 nm Länge, siehe Figur 1. Die Dotierstoffkonzentrationen im p- und n-Gebiet sind $n_D = n_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Die Metallkontakte an beiden Seiten sind ohmsche Kontakte und über den Außenkreis leitend miteinander verbunden. Die Eigenleitungsträgerdichte ist $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und es gilt Störstellenerschöpfung.

Der Einfluss der Metallkontakte ist vernachlässigbar. Für die RLZ in den dotierten Bereichen kann die Schottky-Näherung angenommen werden. Die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters ist $\epsilon_r = 12$, und der Betrieb sei bei Raumtemperatur $T = 300 \text{ K}$.

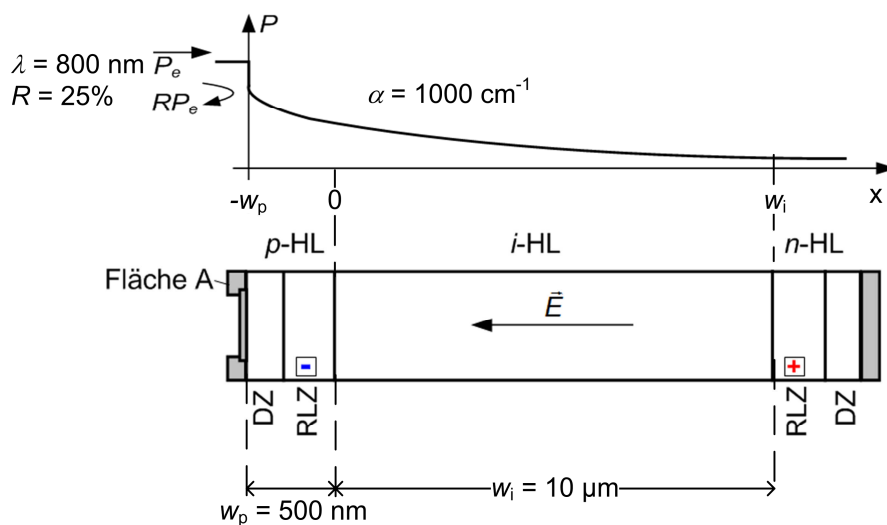


Fig 1: p-i-n-Diode. Oben: Optischer Leistungsabfall über die Tiefe. Unten: Querschnittszeichnung der pin-Diode.

a) Wie groß ist die Diffusionsspannung zwischen n- und p- Gebiet?

Lösung:

p	i	n
$n_A = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$	$n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$ $w_i = 10 \mu\text{m}$	$n_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$

mit SSE, Schottky-Näherung

Ges.: Die Diffusionsspannung U_D zwischen n- und p- Gebiet

Interessiert uns nur die Diffusionsspannung zwischen dem n- und p-Gebiet, können wir diese einfach aus der Potentialdifferenz (wie bei der pn-Diode) durch Einsetzen der gegebenen Größen in (6.13) ermitteln

$$U_D = U_T \ln \left(\frac{n_D \cdot n_A}{n_i^2} \right) = 25.8 \text{ mV} \cdot \ln \left(\frac{10^{32}}{2.25 \cdot 10^{20}} \right) = 0.692 \text{ V}$$

b) Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf des elektrischen Feldes über der Ortskoordinate x ($x = 0$ sei am p-i-Übergang), in Abhängigkeit von den Weiten der Raumladungszonen.

Lösung:

Geg.:

	RLZ-p	i	RLZ-n
Ausdehnung	$-l_p \leq x \leq 0$	$0 \leq x \leq w_i$	$d \leq x \leq w_i + l_n$
Trägerdichten	$p, n = 0, n_D^+ = 0, n_A^- = n_A$	$p, n = 0$	$p, n = 0, n_D^+ = n_D, n_A^- = 0$
Raumladung	$\rho = -en_A$	$\rho = 0$	$\rho = +en_D$

Ges.: $E(x)$ mit Skizze, am pi-Übergang sei $x = 0$

1) Wir beginnen im p-Gebiet:

$$E(x) = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \int \rho(x) dx = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \int -en_A dx = -\frac{en_A x}{\epsilon_0 \epsilon_r} + C,$$

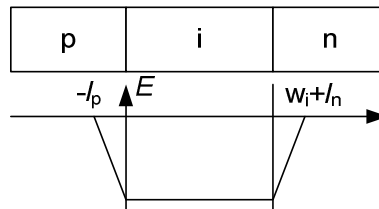
2) die Konstante C ist bestimmt durch die Randbedingung $E(-l_p) = 0$:

$$C = -\frac{en_A l_p}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \text{ also } E(x) = -\frac{en_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x + l_p)$$

3) im intrinsischen Bereich herrscht eine konstante Feldstärke, die kontinuierlich aus denen an den Orten $x = 0$ (pi-Übergang) und $x = d$ (in-Übergang) hervorgeht.

4) Der Feldverlauf im n-Gebiet berechnet sich analog zu i.)

Feld	$E(x) = -\frac{en_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x + l_p)$	$E_{\max} = -\frac{en_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} l_p = -\frac{en_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} l_n$	$E(x) = +\frac{en_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x - w_i - l_n)$
------	--	--	--



c) Wie weit erstrecken sich die beiden Raumladungszonen in die dotierten Bereiche?
Wie groß ist die maximal auftretenden Feldstärke $E_{\max}$?

Lösung:

1) Die Raumladungszonenweiten sind wegen der gleichen Dotierungsdichten gleich groß:

$$l_n = l_p. \text{ Die maximale Feldstärke ist } E_{\max} = -\frac{en_A}{\epsilon_r \epsilon_0} l_n = -X \cdot l_n.$$

2) Für die Fläche unter der $E(x)$ -Kurve ($= U_D$) gilt:

$$U_D = -\frac{1}{2} l_n E_{\max} - w_i \cdot E_{\max} - \frac{1}{2} l_n E_{\max} = -(l_n + w_i) E_{\max} = (l_n + w_i) l_n X$$

$$\Rightarrow l_n^2 + w_i l_n - \frac{U_D}{X} = 0, \text{ mit}$$

$$l_n = -\frac{w_i}{2} \pm \sqrt{\frac{w_i^2}{4} + \frac{U_D}{X}} = 4.6 \text{ nm}$$

Die Raumladungszonen sind also 217 Mal kleiner als die i-Zone.

3) Die maximale Feldstärke ist dann

$$E_{\max} = -\frac{en_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} l_n = -0.69 \text{ kVcm}^{-1}$$

d) Welcher Vorteil ergibt sich für die pin-Diode als Photodiode gegenüber einer pn-Diode ohne i-Schicht?

Lösung:

Der felderfüllte Bereich wird durch die intrinsische Schicht verlängert. Dadurch ergeben sich:

- längere Absorptionszone $\rightarrow$ höherer Quantenwirkungsgrad $\rightarrow$ größerer Photostrom
- bessere dynamische Eigenschaften (Driftstrom im Absorptionsbereich)
- höhere Durchschlagsfestigkeit

In der undotierten Zone werden durch Lichteinstrahlung ($P = 100 \mu\text{W}$, $\lambda = 800 \text{ nm}$) Ladungsträgerpaare erzeugt, so dass sich ein stationärer Strom einstellt. Der Absorptionskoeffizient der Materials beträgt $\alpha = 1000 \text{ cm}^{-1}$.

e) Berechnen Sie den Quantenwirkungsgrad η und die Empfindlichkeit (Responsivity) R der Photodiode. Welcher Strom stellt sich bei einer einfallenden Leistung von $100 \mu\text{W}$ ein?

Lösung:

Geg.: $P_e = 100 \mu\text{W}$, $\lambda = 800 \text{ nm}$

Ges.: Wirkungsgrad η , Responsivity R , Strom I_L

Die Empfindlichkeit wird mit $\mathfrak{R}$ bezeichnet, um Verwechslungen mit der Reflexion R an der Diodenoberfläche zu vermeiden. Es gilt:

$$\mathfrak{R} = \frac{e}{\hbar\omega} (1 - R) \exp(-\alpha w_p) (1 - \exp(-\alpha w_i)) = 0.29 \frac{\text{A}}{\text{W}} \text{ und } \eta = \frac{\hbar\omega}{e} \mathfrak{R} = 0.45$$

Somit fließt ein Strom von $I_L = \mathfrak{R} P = 29 \mu\text{A}$.

Aufgabe 2) Varaktordiode

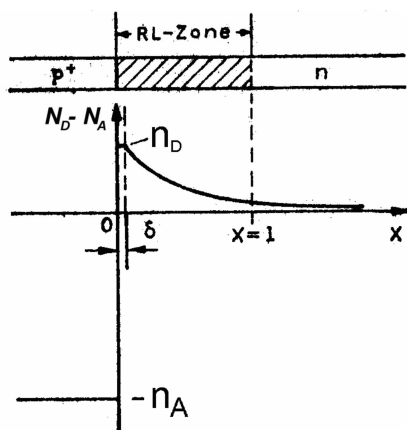


Fig. 2: Dotierprofil der Varaktor Diode

$$N_D - N_A = \begin{cases} -n_A & x < 0 \\ K \cdot \delta^{-3/2} & 0 \leq x \leq \delta \\ K \cdot x^{-3/2} & \delta < x \end{cases}$$

Eine in Sperrrichtung gepolte p^+n -Siliziumdiode wird als variable Kapazität in einer HF-Schaltung eingesetzt. Die Raumladungszone im n -dotierten Gebiet erstreckt sich bis zu $x = l_n$, wobei $l = l_n + l_p$ die Länge der Raumladungszone bezeichnet. Die Länge l_p RLZ im p^+ -Gebiet sei wegen $n_A \gg n_D$

vernachlässigbar klein und es gilt $l \approx l_n \gg \delta$.

- a) Bestimmen Sie die ortsabhängige Feldstärke $E(x)$ im Bereich $\delta < x \leq l$. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass das E-Feld außerhalb der Raumladungszone verschwindet, d.h. $E(x) = 0$ für $x > l$.

Lösung:

- 1) Aus der gegebenen Dotierung und der Vorgabe, dass sich die Raumladungszone im n-Gebiet bis $x = l$ ausbreitet, können wir die Raumladung angeben. Unter Verwendung der Schottky-Näherung sind in der Raumladungszone keine Ladungsträger mehr vorhanden, also für $0 < x < l$ gilt $n(x) = 0$. Zusätzlich wollen wir annehmen, dass Störstellenerschöpfung gilt, also $n_D = n_D^+$. Aus Gl. 6.17 können wir daher für die Raumladung im Bereich $x > 0$ angeben ($\delta \approx 0$):

$$\rho(x) = en_D(x) = \begin{cases} eKx^{-3/2}, & \delta < x < l \\ 0, & x > l \end{cases}$$

- 2) Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld und der Raumladung (Gl. 6.18): $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$

- 3) Durch Integration erhalten wir das E-Feld

$$E(x) = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \int \rho(x) dx = \frac{eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} \int x^{-3/2} dx = -\frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} x^{-1/2} + C, \quad \delta < x < l$$

- 4) Die Integrationskonstante C kann man aus der Randbedingung bestimmen, dass am Ende der Raumladungszone, also ab $x = l$, im Gleichgewicht das E-Feld verschwinden muss.

$$E(l) = -\frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} l^{-1/2} + C \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r \sqrt{l}}$$

- 5) Damit ergibt sich das E-Feld zu $E(x) = \frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right), \quad \delta < x < l$

- b) Bestimmen Sie das ortsabhängige elektrische Potential $\varphi(x)$ im Bereich $\delta < x \leq l$. Es soll $\lim_{\delta \rightarrow 0} \varphi(\delta) = 0$ gelten. Zeigen Sie, dass für das Potential $\varphi(l)$ am rechten Rand folgende Beziehung gilt:

$$\varphi(l) = \frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{l} \quad (1.1)$$

Lösung:

- 1) Das Potential $\varphi(x)$ berechnet man durch die Integration über das E-Feld

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E(x)$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = -\int E(x)dx = -\frac{2eK}{\epsilon_0\epsilon_r} \int \left(\frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = -\frac{2eK}{\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{x}{\sqrt{l}} - 2\sqrt{x} \right) + D, \quad \delta < x < l$$

2) Die Integrationskonstante D wird aus der gegebenen Randbedingung $\varphi(0) = 0$

bestimmt: $\varphi(0) = D = 0$

3) Daraus ergibt sich für das Potential am Rand der RLZ

$$\varphi(l) = -\frac{2eK}{\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{l}{\sqrt{l}} - 2\sqrt{l} \right) = \frac{2eK}{\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{l}$$

c) Das Potential am rechten Rand der Raumladungszone entspricht der Differenz zwischen der angelegten Spannung U und der Diffusionsspannung U_D , $\varphi(l) = U_D - U$. Berechnen Sie daraus die Sperrschichtkapazität $C_s = \epsilon_0\epsilon_r \frac{A}{l}$ in Abhängigkeit von $U_D - U$.

Lösung:

Zur Berechnung der Sperrschichtkapazität muss die Länge der Raumladungszone in Abhängigkeit der angelegten Spannung bekannt sein. Aus der gegebenen Randbedingung

können wir ableiten: $l = \left(\frac{\epsilon_0\epsilon_r}{2eK} \right)^2 (U_D - U)^2$. Daraus folgt für die Sperrschichtkapazität

$$C_s = \frac{(2eK)^2 A}{\epsilon_0\epsilon_r} (U_D - U)^{-2}$$

d) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz eines Reihenschwingkreis bestehend aus einer Induktivität L und einer in Sperrrichtung vorgespannten Varaktordiode mit der Sperrschichtkapazität C_s in Abhängigkeit von $U_D - U$.

Lösung:

Für einen Reihenschwingkreis aus einer Induktivität L und einer Varaktordiode mit Kapazität C_s erhält man eine Resonanzfrequenz, die sich linear mit der angelegten Spannung U ändert:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC_s}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_r}{4Le^2K^2A}} (U_D - U) \propto (U_D - U)$$