

Musterlösung zu Übungsblatt 6

Aufgabe 1) pn-Übergang

An einer GaAs pn-Struktur stellt sich eine Diffusionsspannung von $U_D = 1.2 \text{ V}$ ein. Ohne angelegte äußere Spannung erstrecken sich nur 20% der Raumladungszone ins p-Gebiet. Die Eigenleitungsträgerdichte ist $n_i = 1.8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 13.1$. Es gilt Störstellenerschöpfung. Nehmen Sie an, dass die Dotierungen im p- und n-Halbleiter jeweils konstant sind (abrunder pn-Übergang) und dass die Schottky-Näherung verwendet werden kann.

a) Bestimmen Sie die Dotierung n_D des n-dotierten Bereiches und die Dotierung n_A des p-dotierten Bereiches.

Geg.: $l_n = 4 \cdot l_p$, $n_i = 1.8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 13.1$, $U_D = 1.2 \text{ V}$, SSE, $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-14} \text{ As/(Vcm)}$

Ges.: n_A , n_D

Lsg.:

Mit der Diffusionsspannung $U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right)$ folgt durch Umformen: $n_A n_D = n_i^2 \exp \left\{ \frac{U_D}{U_T} \right\}$

Aus dem Verhältnis der RLZ-Weiten $l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D}$ und $l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D}$ folgt $\frac{l_n}{l_p} = \frac{n_A}{n_D} = 4$

Durch Einsetzen erhält man nun $n_A n_D = n_i^2 \exp \left\{ \frac{U_D}{U_T} \right\} = 4 n_D^2 = \frac{n_A^2}{4}$,

und daraus schließlich $n_D = 1.08 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ und $n_A = 4.33 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$.

b) Berechnen Sie die Gesamtlänge l der Raumladungszone.

Ges.: Gesamtausdehnung l

Lsg.:

Die Gesamtausdehnung der RLZ ist gegeben durch die Ausdehnungen in n- und p-Gebiet (siehe Skript, Gl. (6.28)):

$$l = l_n + l_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r}{e} U_D \left(\frac{1}{n_D} + \frac{1}{n_A} \right)} = 0.45 \text{ } \mu\text{m}$$

c) Berechnen Sie den Betrag der maximalen elektrischen Feldstärke.

Ges.: $|E_{\max}|$

Lsg.:

Allgemein ist $U_D = - \int_{-\infty}^{\infty} E \, dx$. Da die Diffusionsspannung bei dieser pn-Diode mit abruptem

Übergang gleich dem Flächeninhalt unter dem Feldstärke-Dreieck ist (siehe Skript, Gl. (6.26)), können wir die maximale Feldstärke leicht berechnen:

$$U_D = -\frac{1}{2} E_{\max} \cdot l \quad \rightarrow \quad |E_{\max}| = \frac{2|U_D|}{l} = 5.4 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

d) Überprüfen Sie ob die Annahme der Schottky-Näherung gerechtfertigt ist. Vergleichen Sie dazu, die Debye-Länge im p- und n-Halbleiter mit den jeweiligen Längen der Raumladungszonen.

Lösung: In der Schottky-Näherung wird die RLZ als komplett verarmt angenommen, d.h. n bzw. p springen am Rand der RLZ abrupt auf 0. In der Realität sind diese Übergänge kontinuierlich und haben eine Breite von der Größenordnung der jeweiligen Debye-Abschirm-Längen. Damit diese Näherung realistisch ist, muss die RLZ-Weite also viel größer als die Debye-Abschirm-Längen sein:

$$l \gg L_{Dn} + L_{Dp}$$

Die Debye-Länge können wir berechnen aus $L_{Dn} = \sqrt{D_n \tau_R} = \left[\frac{kT}{e} \mu_n \cdot \frac{\epsilon}{\sigma_n} \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{kT \epsilon_0 \epsilon_r}{e^2 n}}$.

Und mit Störstellenerschöpfung wird daraus (vgl. Skript Gl. (5.63)):

$$L_{Dn} = \sqrt{\frac{kT \epsilon_0 \epsilon_r}{e^2 n_D}} = \sqrt{\frac{U_T \epsilon_0 \epsilon_r}{en_D}}$$

$$\rightarrow L_{Dn} = 41.6 \text{ nm} \quad \text{und analog} \quad L_{Dp} = \frac{L_{Dn}}{2} = 20.8 \text{ nm}$$

Da $l = 0.45 \mu\text{m} \gg (41.6 \text{ nm} + 20.8 \text{ nm})$ ist somit die Schottky-Näherung erlaubt.

Aufgabe 2) pn-Übergang mit stetiger Dotierung

Das Dotierungsprofil in einer symmetrisch dotierten pn-Schicht hat einen stetigen Übergang (siehe Fig. 1). Die Weite der Raumladungszone ist gegeben durch l und die Weite des linearen Bereichs durch w . An dem pn-Übergang liegt eine so hohe Sperrspannung an, dass sich die Raumladungszone bis in die homogen dotierten Bereiche ($l > w$) ausdehnt. Die Diffusionsspannung ist vernachlässigbar; die Schottky Näherung kann verwendet werden.

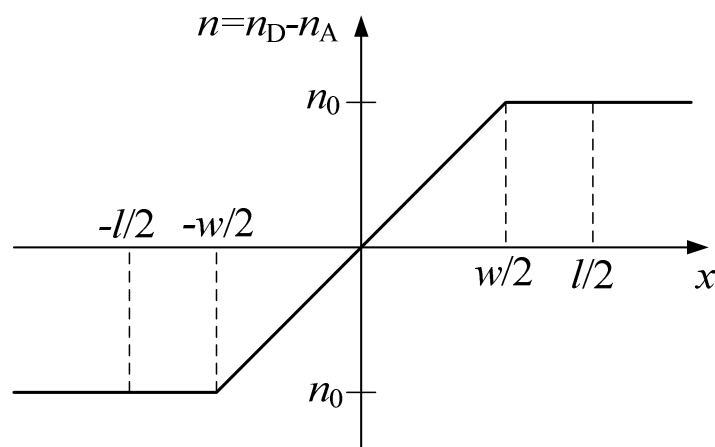


Fig. 1: Dotierprofil des symmetrischen, stetigen pn-Übergangs. l ist die Weite der Raumladungszone, w die Weite des Bereichs mit linearer Dotierstoffkonzentrationsänderung.

- a) Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Raumladung und der Feldstärke

Raumladung innerhalb Raumladungszone mit Schottky-Näherung gegeben durch Dotierdichten $\rho = e(n_D^+ - n_A^-)$. Somit ergibt sich für obige Dotierstoffverteilung die Raumladungsverteilungen

$$\rho(x) = \frac{2en_0}{w} x, \quad 0 \leq |x| \leq \frac{w}{2}$$

$$\rho(x) = en_0, \quad \frac{w}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$$

$$\rho(x) = -en_0, \quad -\frac{l}{2} \leq x \leq -\frac{w}{2}$$

$$\rho(x) = 0, \quad |x| \geq \frac{l}{2}$$

Durch Integration der Beziehung $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$, lässt sich die Feldverteilung berechnen zu

Für $|x| \geq l/2$:

$$E(x) = 0$$

Für $-l/2 \leq x \leq -w/2$:

$$E(x) = \int_{-l/2}^x \frac{\rho(x')}{\epsilon_0 \epsilon_r} dx'$$

$$E(x) = -\frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(x + \frac{l}{2} \right)$$

Für $-w/2 \leq x \leq w/2$:

$$E(x) = E(-w/2) + \int_{-w/2}^x \frac{\rho(x')}{\epsilon_0 \epsilon_r} dx'$$

$$E(x) = E(-w/2) + \frac{2en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r w} \int_{-w/2}^x x' dx'$$

$$E(x) = -\frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{l}{2} - \frac{w}{4} - \frac{x^2}{w} \right)$$

Für $w/2 \leq x \leq l/2$:

$$E(x) = E(-x) = \frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(x - \frac{l}{2} \right)$$

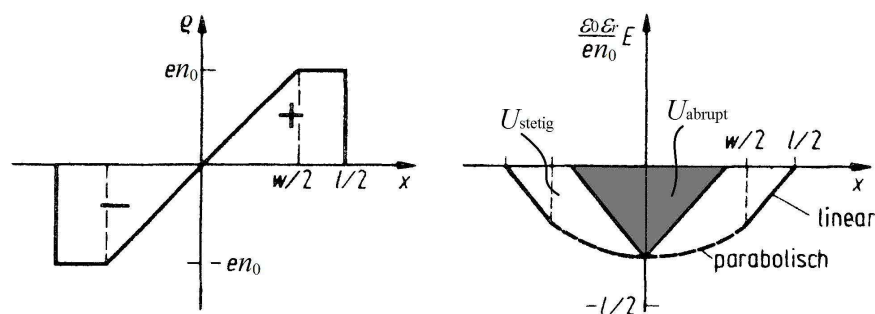


Fig. 2: Raumladungsprofil (links) und Feldstärkeprofil (rechts). Die Integration über die Fläche unter den Feldstärkekurven ergibt die abfallende Spannung. Die grau gefüllte Fläche steht dabei für den in Aufgabe 2d) angenommenen abrupten Übergang bei gleichem maximalen Feld. [Müller, Grundlagen der Halbleiter-Elektronik]

- b) Berechnen Sie die Potentialdifferenz U zwischen p- und n- Seite bei gegebener Raumladungszonenweite $l > w$. Bestimmen Sie daraus die Weite der Raumladungszone als Funktion der Spannung.

Mit $E = -\text{grad}(\varphi)$ ergibt sich durch Integration des elektrischen Feldes die Spannung, die über dem pn-Übergang abfällt. Da das Dotierprofil symmetrisch ist, genügt es, über eine Hälfte der RLZ zu integrieren und die Spannung dann zu verdoppeln.

$$\begin{aligned}\frac{U}{2} &= -\int_0^{w/2} -\frac{en_0}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\frac{l}{2} - \frac{w}{4} - \frac{x^2}{w} \right) dx - \int_{w/2}^{l/2} \frac{en_0}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(x - \frac{l}{2} \right) dx \\ &= \frac{en_0}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\left[\frac{l}{2}x - \frac{w}{4}x - \frac{x^3}{3w} \right]_0^{w/2} - \left[\frac{x^2}{2} - \frac{l}{2}x \right]_{w/2}^{l/2} \right) \\ &= \frac{en_0}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(\left(\frac{lw}{4} - \frac{w^2}{8} - \frac{w^2}{24} \right) - \left(\frac{l^2}{8} - \frac{l^2}{4} - \frac{w^2}{8} + \frac{lw}{4} \right) \right) \\ &= \frac{en_0}{\epsilon_r \epsilon_0} \left(-\frac{w^2}{24} + \frac{l^2}{8} \right) \\ U &= \frac{en_0}{4\epsilon_r \epsilon_0} \left(l^2 - \frac{w^2}{3} \right)\end{aligned}$$

Durch Umformen ergibt sich die Weite l der Raumladungszone zu

$$l = \sqrt{\frac{4\epsilon_r \epsilon_0 U}{en_0} + \frac{w^2}{3}}$$

- c) Geben Sie die maximale Feldstärke in Abhängigkeit von der Spannung an.

Die Feldstärke ist aus Symmetriegründen bei $x = 0$ maximal.

$$E(x=0) = E_{\max} = -\frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{l}{2} - \frac{w}{4} \right).$$

Durch Einsetzen der Gleichung für die Weite der RLZ erhält man

$$E_{\max} = -\frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r U}{en_0} + \frac{w^2}{12}} - \frac{w}{4} \right)$$

- d) Überprüfen Sie die erhaltenen Formeln durch Vergleich mit den Formeln für den abrupten pn-Übergang ($w \rightarrow 0$) und weisen Sie anhand der Skizze aus a) nach, dass bei gleicher maximaler Feldstärke am abrupten pn-Übergang eine kleinere Spannung anliegt als am stetigen Übergang.

	Stetiger Übergang ($w > 0$)	Abrupter Übergang ($w \rightarrow 0$)
$\rho, \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2}$	$\rho(x) = \frac{2en_0}{w} x$	$\rho(x) = en_0$
$E, \quad 0 \leq x \leq \frac{w}{2}$	$E(x) = -\frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(\frac{l}{2} - \frac{w}{4} - \frac{x^2}{w} \right)$	$E(x) = \frac{en_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(x - \frac{l}{2} \right)$
U	$U = \frac{en_0}{4\epsilon_r \epsilon_0} \left(l^2 - \frac{w^2}{3} \right)$	$U = \frac{en_0}{4\epsilon_r \epsilon_0} l^2$

l	$l = \sqrt{\frac{4\varepsilon_r\varepsilon_0 U}{en_0} + \frac{w^2}{3}}$	$l = \sqrt{\frac{4\varepsilon_r\varepsilon_0 U}{en_0}}$
$E_{\max}$	$E_{\max} = -\frac{en_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r U}{en_0} + \frac{w^2}{12}} - \frac{w}{4} \right)$	$E_{\max} = -\frac{en_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r U}{en_0}} \right)$

Aus Figur 2 wird ersichtlich, dass für die gleiche maximale Feldstärke im abrupten Fall eine kleinere Spannung abfällt – entsprechend der grau hinterlegten Fläche unter dem linearen Feldverlauf.