

Musterlösung zu Übungsblatt 8

Aufgabe 1) pn-Diode

Eine ideale, lange pn-Siliziumdiode ist auf der n-Seite ($x \geq 0 \mu\text{m}$) mit $n_D = 10^{18} \text{cm}^{-3}$, auf der p-Seite mit $n_A = 5 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ mit abruptem Übergang bei $x=0 \mu\text{m}$ dotiert. Die Eigenleitungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$, die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 12$, die Minoritätsträgerlebensdauern sind $\tau_n = \tau_p = 1 \mu\text{s}$, die Diffusionskonstanten betragen $D_n = 23 \text{cm}^2\text{s}^{-1}$ und $D_p = 12 \text{cm}^2\text{s}^{-1}$. Führen Sie alle Rechnungen in eindimensionaler Näherung bei $T = 300\text{K}$ unter der Annahme von Störstellenerschöpfung durch.

- a) Berechnen Sie Diffusionsspannung U_D und die Gesamtlänge l der RLZ ohne angelegte Spannung. Nehmen Sie hier Schottky-Näherung an.

Lösung:

Unten stehende Formeln gelten nur bei konstanter Dotierung und abruptem Übergang!

$$1) U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right) = 0,971 \text{V}$$

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} = 39,3 \text{nm}$$

- 2) Zusätzlich: Wie teilt sich die Raumladungszone auf die dotierten Bereiche auf.

$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} = 6,55 \text{nm}, \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D} = 32,75 \text{nm}$$

- b) Die Diode wird nun mit einer Durchlass-Spannung von $U = 0,61 \text{V}$ betrieben. Berechnen Sie die Minoritätsträgerdichten an den Rändern der Raumladungszone. Skizzieren Sie den Verlauf der Minoritätsträgerdichten außerhalb der RLZ.

Lösung:

- 1) Durch Anlegen einer Durchlassspannung verkürzt sich die RLZ. Zuerst wird die neue Länge berechnet:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (U_D - U) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} = 24,0 \text{nm}$$

$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} = 4,0 \text{nm}, \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D} = 20,0 \text{nm}$$

- 2) Die Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ ist durch die angelegte Spannung gegeben:

$$n_p(-l_p) = n_{p,th} \exp \left(\frac{U}{U_T} \right) = 7,96 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-3}$$

$$p_n(l_n) = p_{n,th} \exp \left(\frac{U}{U_T} \right) = 3,98 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$$

Durch Anlegen einer Durchlassspannung werden die jeweiligen Minoritätsträgerdichten am Rand der RLZ um den Faktor $\exp\left(\frac{U}{U_T}\right)$ erhöht. Der

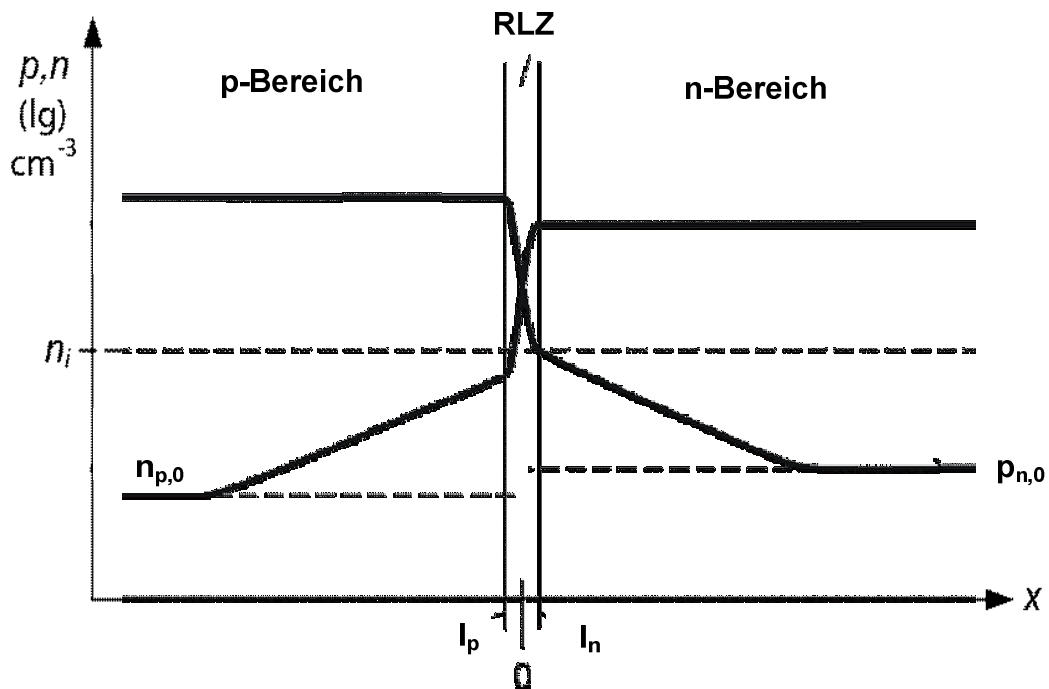
Gradient der Minoritätsträgerdichte hat einen Diffusionsstrom der Minoritäten zur Folge, der sich von der RLZ entfernt.

- 3) Mit den bekannten Minoritätsträgerdichten an den Grenzen der RLZ und der Kontinuitätsgleichung lässt sich der Verlauf der Überschussdichte $p_n'(x)$ in der Diffusionszone berechnen:

$$p_n'(x) = (p_n(l_n) - p_{n,0}) \cdot \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right) = \left(p_{n,0} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - p_{n,0}\right) \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right), \text{ für } x > l_n$$

analog für die p-Seite:

$$n_p'(x) = (n_p(-l_p) - n_{p,0}) \cdot \exp\left(+\frac{x+l_p}{L_n}\right) = \left(n_{p,0} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - n_{p,0}\right) \exp\left(+\frac{x+l_p}{L_n}\right), \text{ für } x < -l_p$$



- c) Berechnen Sie die Position $x_{n,BG}$, bei der im n-dotierten Teil der Diode das n-Bahngebiet beginnt. Der Beginn des Bahngebietes ist so definiert, dass die Überschuss-Minoritätsträgerdichte p' an dieser Position genau den Wert der ungestörten Minoritätsträgerdichte p_{n0} annimmt. Vergleichen Sie die Länge des Diffusionsgebiets mit der Länge der RLZ.

Lösung:

Ges.: Bei welcher Position $x_{n,BG}$ fängt in der Diode das n-Bahngebiet an?

Lösung:

1) Die erhöhte Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ gegenüber dem Gleichgewichtsfall führt zu einer anschließenden Diffusionszone. Dort ist zwar die Raumladung abgeklungen, aber die Trägerdichten sind noch erhöht. Die Minoritätsträgerdichte verhält sich dort in Analogie zu Gl. (5.73) wie

$$p_n'(x) = p_n'(l_n) \cdot \exp\left(-\frac{x - l_n}{L_p}\right) \text{ mit } L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 34,6 \mu\text{m}.$$

2) Es gilt

$$p_n'(l_n) = p_n(l_n) - p_{n0}$$

und mit dem Ergebnis aus 2b)

$$p_n'(l_n) = \frac{n_i^2}{n_D} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_D} \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right]$$

3) Prinzipiell ist in der unbegrenzt langen Diode die Diffusionszone unendlich weit ausgedehnt. Wir können aber *willkürlich* festlegen, dass das Bahngebiet etwa da beginnt, wo p_n' in die gleiche Größenordnung kommt wie die Gleichgewichts-

Minoritätsträgerdichte p_{n0} :

$$p_n'(x_{n,BG}) = p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_D}$$

4) Einsetzen von 1) und 2) in 3) und Auflösen nach $x_{n,BG}$ ergibt:

$$p_n'(x_{n,BG}) \approx n_i^2 / n_D \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T} - \frac{x_{n,BG} - l_n}{L_p}\right)$$

und damit

$$x_{n,BG} \approx \frac{U}{U_T} L_p + l_n = 816 \mu\text{m},$$

$$\frac{l_n}{x_{n,BG}} = 2 \cdot 10^{-5}.$$

d) Berechnen Sie die stationäre Löcherverteilung p_n als Funktion von x in der RLZ des n-Gebietes. Nehmen Sie an, dass das Quasi-Fermi-Niveau W_{Fn} für Elektronen in der RLZ konstant ist und verwenden Sie den in der Vorlesung hergeleiteten Verlauf des Potentials $\varphi(x)$. Erläutern Sie, wie dieses Ergebnis mit den Annahmen der Schottky-Näherung in Einklang zu bringen ist.

Lösung:

Mit der Debye-Länge $L_{Dn} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r U_T}{en_D}} = 4,14 \text{ nm}$ lässt sich die Minoritätsträgerdichte für das gesamten n-Gebiet schreiben als:

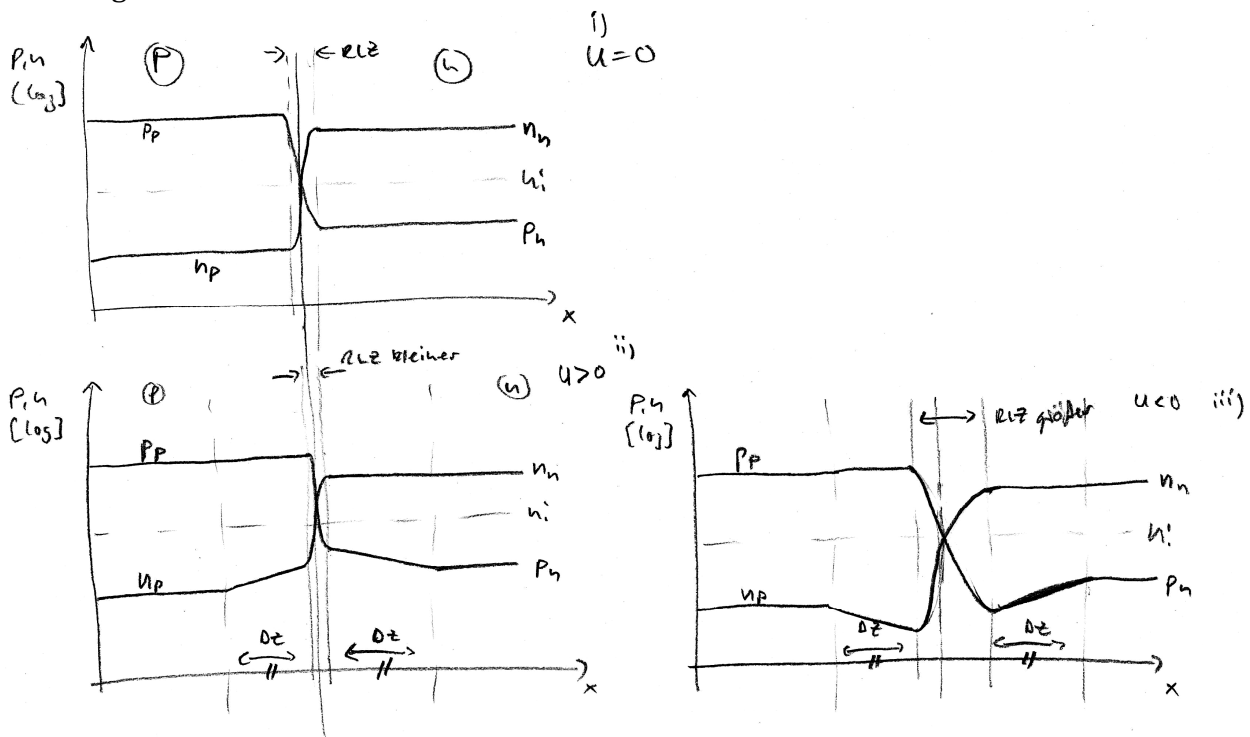
$$p_n(x) = n_i^2 / n_D \cdot \begin{cases} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) \exp\left(\frac{1}{2} \left[\frac{x - l_n}{L_{Dn}}\right]^2\right), & 0 \leq x < l_n \\ \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right] \exp\left(-\frac{x - l_n}{L_p}\right) + 1, & l_n \leq x < x_{n,BG} \\ 1, & x \geq x_{n,BG} \end{cases}$$

Die Schottky-Näherung nimmt eine komplett von Trägern entvölkerte RLZ an. Vergleicht man $p_n(0) = 4,66 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ mit der Majoritätsträgerdichte außerhalb der RLZ, so sieht man, dass diese nur etwas größer ist und sich die Raumladung damit sowohl aus ionisierten Dotanden als auch aus Minoritätsträgern zusammensetzt.

- e) Skizzieren Sie die Elektronen- und Löcherdichten als Funktion des Ortes x über das gesamte Bauteil für die folgenden Fälle:
- Ohne externe angelegte Spannung $U = 0$.
 - Für eine extern angelegte Durchlassspannung $U > 0$, wobei $U < U_D$
 - Für eine extern angelegte Sperrspannung $U < 0$.

Verwenden Sie für die Ordinate einen logarithmischen Maßstab.

Lösung:



- f) Berechnen Sie die Löcherstromdichte und die Elektronenstromdichte bei $x = 30 \mu\text{m}$.

Lösung:

- 1) Die Stelle $x = 30 \mu\text{m}$ befindet sich in der Diffusionszone, und dort ist die

Löcherstromdichte maßgeblich vom Diffusionsstrom bestimmt, da das Feld (annähernd) nur über der RLZ abfällt. Es folgt somit

$$J_p \approx -eD_p \frac{dp'}{dx} = eD_p \frac{p'(l_n)}{L_p} \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right) \rightarrow J_p(30 \mu\text{m}) \approx 0,93 \text{ mA/cm}^2$$

- 2) Die Elektronenstromdichte kann man sich aus dem Gesamtstrom berechnen:

$$J = J_n + J_p \Rightarrow J_n = J - J_p = I / A - J_p$$

Der Gesamtstrom durch die Diode wird nach Gl. (6.44) und (6.48) berechnet:

$$I = I_s \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right] \quad \text{mit} \quad I_s = A e n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n n_A} + \frac{D_p}{L_p n_D} \right)$$

Die dafür benötigten Größen wurden entweder schon oben berechnet oder sind in der Aufgabenstellung gegeben, und der Zahlenwert für die Elektronenstromdichte wird damit

$$J_n \approx e n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n n_A} + \frac{D_p}{L_p n_D} \right) \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right] - J_p = 2,83 \text{ mA/cm}^2 - 0,93 \text{ mA/cm}^2 = 1,95 \text{ A/cm}^2.$$

Aufgabe 2) Zenerdiode

Bei einseitig abrupt dotierten pn-Übergängen in Silizium ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$) kommt es typischerweise bei Feldstärken von ca. $5 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$ zu einem Zenerdurchbruch. Im Folgenden soll ein p-n-Übergang in Silizium betrachtet werden mit den Dotierungsdichten $n_A = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $n_D = 3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

a) Berechnen Sie die Durchbruchspannung des Bauteils.

Lösung:

1) Bei einer angelegten Spannung ist an der Diode (Gl. 6.41): $|E_m| = \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{U_D - U}{(1/n_A + 1/n_D)}}$

Die Diffusionsspannung ist: $U_D = U_T \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right) = 0,85 \text{ V}$

2) Der Durchbruch erfolgt, wenn die Feldstärke an der Grenzfläche $|E_m|$ den Schwellwert erreicht. Dies geschieht bei einer angelegten Spannung von:

$$U = U_D - \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2e} |E_m|^2 (1/n_A + 1/n_D) = -2,74$$

b) Kommt es bei dieser Spannung tatsächlich zu einem Zenerdurchbruch und nicht zu einem Lawinendurchbruch? Begründen Sie Ihre Antwort mit Fig. 2.

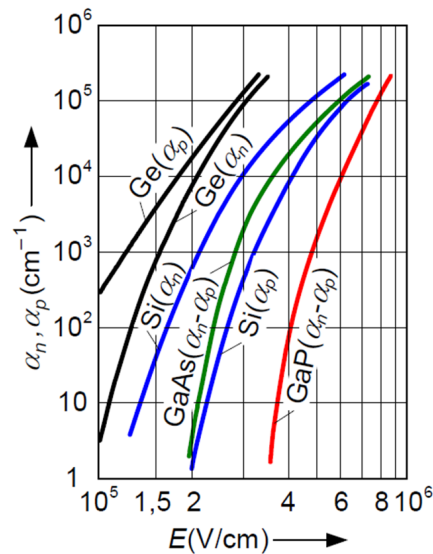


Fig. 2: Gemessene Ionisationskoeffizienten für Lawinenmultiplikation als Funktion der Feldstärke.
(aus Müller, R.: Grundlagen der Halbleiter-Elektronik, Springer, 1984)

Lösung:

- 1) Ein primäres Loch bzw. primäres Elektron erzeugt innerhalb der Laufstrecke dx im Mittel $\alpha_n dx$ bzw. $\alpha_p dx$ Trägerpaare, wobei die Ionisierungskoeffizienten von der Feldstärke abhängig sind. Eine große Feldstärke E tritt dabei nur in der Raumladungszone der Diode auf, wobei die Feldstärke dreieckförmig von 0 auf E_m ansteigt, siehe Abb. 6.2 im Skript.
- 2) Der numerische Wert der Ionisierungskoeffizienten nimmt von $E_{\max}$ bis $E_{\max} / 2$ um eine Größenordnung ab. Wegen dem linearen Anstieg des E-Feldes betrachten wir entsprechend nur Ionisierung innerhalb der mittleren Hälfte der RLZ. Die Ionisierung in dieser Zone schätzen wir nach oben durch Annahme des maximalen Feldes und des maximalen Ionisierungskoeffizienten ab.

$$\alpha_n(E_{\max}) \cdot l_n / 2 = 1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1} \cdot 5.5 \mu\text{m} = 0.55$$

Dies war das Ergebnis einer Abschätzung nach oben und für die stärker ionisierende Trägerart. Um einen Lawinendurchbruch zu erzeugen, muss $\alpha l > 1$ gelten. In diesem Fall kann davon ausgegangen werden, dass der Zener-Durchbruch dominiert.