Musterlösung zu Übungsblatt 9

Aufgabe 1) **p-i-n-Diode**

Eine p-i-n-Fotodiode besteht aus einem $w_i = 10\,\mu\text{m}$ langen undotierten Gebiet, das sich zwischen einem p- und n-Gebiet von jeweils 500 nm Länge befindet, siehe Figur 1. Die Dotierstoffkonzentrationen im p- und n-Gebiet sind $n_D = n_A = 5\times10^{16}\,\text{cm}^{-3}$. Die Metallkontakte an beiden Seiten sind ohmsche Kontakte und über den Außenkreis leitend miteinander verbunden. Die Eigenleitungsträgerdichte ist $n_i = 1{,}5\times10^{10}\,\text{cm}^{-3}$ und es gilt Störstellenerschöpfung.
Der Einfluss der Metallkontakte ist vernachlässigbar. Für die RLZ in den dotierten Bereichen kann die Schottky-Näherung angenommen werden. Die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters ist $\varepsilon_r = 12$, und der Betrieb sei bei Raumtemperatur $T = 300$ K.

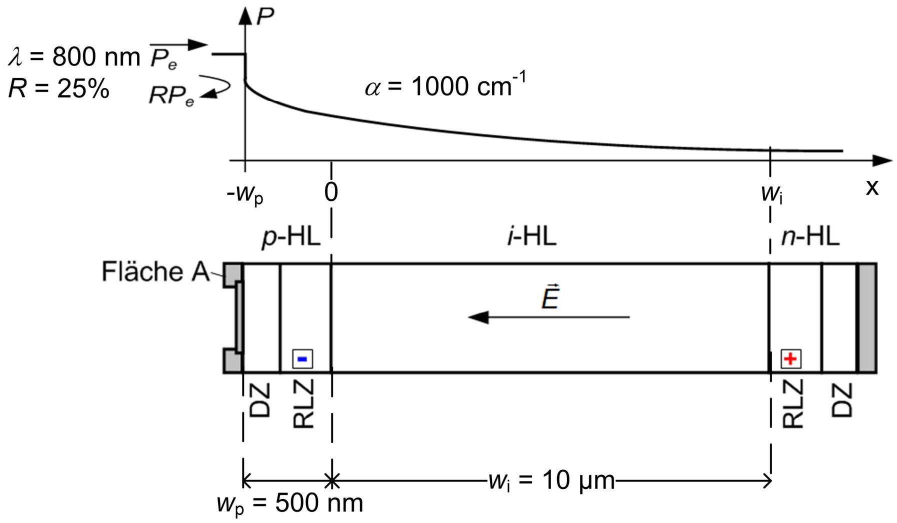


Fig 1: p-i-n-Diode. Oben: Optischer Leistungsabfall über die Tiefe. Unten: Querschnittszeichnung der p-i-n-Diode.

a) Wie groß ist die Diffusionsspannung zwischen n- und p- Gebiet?

Lösung:

Geg.:

p	i	n
$n_A = 5\times10^{16}\,\text{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$	$n_i = 1{,}5\cdot10^{10}\,\text{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$, $w_i = 10\,\mu\text{m}$	$n_D = 5\times10^{16}\,\text{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$

mit SSE, Schottky-Näherung

Ges.: Die Diffusionsspannung U_D zwischen n- und p- Gebiet

Interessiert uns nur die Diffusionsspannung zwischen dem n- und p-Gebiet, können wir diese einfach aus der Potentialdifferenz (wie bei der p-n-Diode) durch Einsetzen der gegebenen Größen in (6.13) ermitteln

$$U_D = U_T \ln\left(\frac{n_D\cdot n_A}{n_i^2}\right) = 25.8\,\text{mV}\cdot\ln\left(\frac{25\times10^{32}}{2.25\cdot10^{20}}\right) = 0.78\,\text{V}$$

b) Leiten Sie einen formalen Ausdruck für den Verlauf des elektrischen Feldes über der Ortskoordinate x ($x = 0$ sei am p-i-Übergang) her. Verwenden Sie dabei die zunächst noch unbekannten Parameter l_n und l_p für die Ausdehnungen der Raumladungszone im n- und p-Bereich. Skizzieren Sie den Verlauf des elektrischen Feldes als Funktion des Ortes x.

Lösung:

Geg.:

	RLZ-p	i	RLZ-n
Ausdehnung	$-l_p \le x \le 0$	$0 \le x \le w_i$	$d \le x \le w_i + l_n$
Trägerdichten	$p,n = 0,\ n_D^+ = 0,\ n_A^- = n_A$	$p,n = 0$	$p,n = 0,\ n_D^+ = n_D,\ n_A^- = 0$
Raumladung	$\rho = -en_A$	$\rho = 0$	$\rho = +en_D$

Ges.: $E(x)$ mit Skizze, am pi-Übergang sei $x = 0$

1) Wir beginnen im p-Gebiet:

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\int \rho(x)dx = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\int -en_A dx = -\frac{en_A x}{\varepsilon_0\varepsilon_r} + C,$$

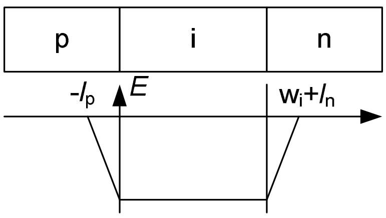
2) die Konstante C ist bestimmt durch die Randbedingung $E(-l_p) = 0$:

$$C = -\frac{en_A l_p}{\varepsilon_0\varepsilon_r}, \text{ also } \quad E(x) = -\frac{en_A}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(x + l_p)$$

3) im intrinsischen Bereich herrscht eine konstante Feldstärke, die kontinuierlich aus denen an den Orten $x = 0$ (pi-Übergang) und $x = d$ (in-Übergang) hervorgeht.

4) Der Feldverlauf im n-Gebiet berechnet sich analog zu i.)

Feld	$E(x) = -\frac{en_A}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(x + l_p)$	$E_{\max} = -\frac{en_A}{\varepsilon_0\varepsilon_r} l_p = -\frac{en_D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} l_n$	$E(x) = +\frac{en_D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(x - w_i - l_n)$



c) Berechnen Sie die Ausdehnungen l_n und l_p der beiden Raumladungszonen in die dotierten Bereiche? Wie groß ist die maximal auftretenden Feldstärke E_{max}?

Lösung:

1) Die Raumladungszonenweiten sind wegen der gleichen Dotierungsdichten gleich groß:

$l_n = l_p$. Die maximale Feldstärke ist $E_{\max} = -\frac{en_A}{\varepsilon_r\varepsilon_0} l_n = -X \cdot l_n$.

2) Für die Fläche unter der $E(x)$-Kurve (= U_D) gilt:

$$U_D = -\tfrac{1}{2} l_n E_{\max} - w_\mathrm{i} \cdot E_{\max} - \tfrac{1}{2} l_n E_{\max} = -(l_n + w_\mathrm{i}) E_{\max} = (l_n + w_\mathrm{i}) l_n X$$

$$\Rightarrow l_n^2 + w_\mathrm{i}\, l_n - \frac{U_D}{X} = 0$$, mit

$$l_n = -\frac{w_\mathrm{i}}{2} \pm \sqrt{\frac{w_\mathrm{i}^2}{4} + \frac{U_D}{X}} = 1.0\,\mathrm{nm}$$

Die Raumladungszonen sind also 10 000 Mal kleiner als die i-Zone.

3) Die maximale Feldstärke ist dann

$$E_{\max} = -\frac{e n_A}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} l_n = -0.78\mathrm{kVcm}^{-1}$$

d) Welcher Vorteil ergibt sich für die p-i-n-Diode als Fotodiode gegenüber einer p-n-Diode ohne i-Schicht?

Lösung:

Der felderfüllte Bereich wird durch die intrinsische Schicht verlängert. Dadurch ergeben sich:

- längere Absorptionszone → höherer Quantenwirkungsgrad → größerer Photostrom
- bessere dynamische Eigenschaften (Driftstrom im Absorptionsbereich)
- höhere Durschlagsfestigkeit

In der undotierten Zone werden durch Lichteinstrahlung ($P = 100\ \mu\mathrm{W}, \lambda = 800\ \mathrm{nm}$) Ladungsträgerpaare erzeugt, so dass sich ein stationärer Strom einstellt. Der Absorptionskoeffizient der Materials beträgt $\alpha = 1000\,\mathrm{cm}^{-1}$.

e) Berechnen Sie den Quantenwirkungsgrad η und die Empfindlichkeit (Responsivity) $\mathcal{R}$ der Fotodiode. Welcher Strom stellt sich bei einer einfallenden Leistung von 100 µW ein?

Lösung:

Geg.: P_e = 100 µW, $\lambda = 800\mathrm{nm}$

Ges.: Wirkungsgrad η ,Responsivity R, Strom I_L

Die Empindlichkeit wird mit $\Re$ bezeichnet, um Verwechslungen mit der Reflexion R an der Diodenoberfläche zu vermeiden. Es gilt:

$$\Re = \frac{e}{\hbar\omega}\left(1 - R\right)\exp\left(-\alpha w_\mathrm{p}\right)\left(1 - \exp\left(-\alpha w_\mathrm{i}\right)\right) = 0.29\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{W}} \text{ und } \eta = \frac{\hbar\omega}{e}\Re = 0.45$$

Somit fließt ein Strom von $I_L = \Re P = 29\mu\mathrm{A}$.

Aufgabe 2) **Varaktordiode**

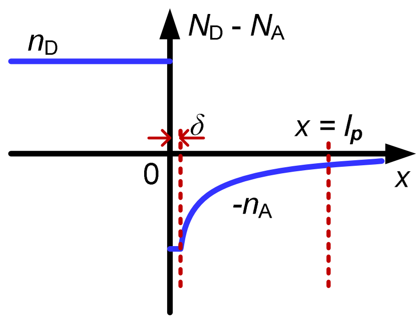


Fig. 2: Dotierprofil der Varaktor Diode

$$N_D - N_A = \begin{cases} n_D & x<0 \\ -K\cdot\delta^{-3/2} & 0\le x\le\delta \\ -K\cdot x^{-3/2} & \delta < x \end{cases}$$

Eine in Sperrrichtung gepolte n$^+$p-Siliziumdiode wird als variable Kapazität in einer HF-Schaltung eingesetzt. Die Raumladungszone im p-dotierten Gebiet erstreckt sich bis zu $x = l_p$, wobei $l = l_n + l_p$ die Länge der gesamten Raumladungszone bezeichnet. Die Länge l_n RLZ im n$^+$-Gebiet sei wegen $n_A \gg n_D$ vernachlässigbar klein und es gilt $l \approx l_p \gg \delta$.

a) Bestimmen Sie die ortsabhängige Feldstärke $E(x)$ im Bereich $\delta < x \le l$. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass das E-Feld außerhalb der Raumladungszone verschwindet, d.h. $E(x) = 0$ für $x > l$.

Lösung:

1) Aus der gegebenen Dotierung und der Vorgabe, dass sich die Raumladungszone im p-Gebiet bis $x = l$ ausbreitet, können wir die Raumladung angeben. Unter Verwendung der Schottky-Näherung sind in der Raumladungszone keine Ladungsträger mehr vorhanden, also für $0 < x < l$ gilt $p(x) = 0$. Zusätzlich wollen wir annehmen, dass Störstellenerschöpfung gilt, also $n_A = n_A^+$. Aus Gl. 6.17 können wir daher für die Raumladung im Bereich $x > 0$ angeben ($\delta \approx 0$):

$$\rho(x) = -en_A(x) = \begin{cases} -eKx^{-3/2}, & \delta < x < l \\ 0, & x > l \end{cases}$$

2) Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld und der Raumladung (Gl. 6.18): $\dfrac{dE}{dx} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$

3) Durch Integration erhalten wir das E-Feld

$$E(x) = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\int \rho(x)dx = \frac{-eK}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\int x^{-3/2}dx = \frac{2eK}{\varepsilon_0\varepsilon_r}x^{-1/2} + C, \qquad \delta < x < l$$

4) Die Integrationskonstante C kann man aus der Randbedingung bestimmen, dass am Ende der Raumladungszone, also ab $x = l$, im Gleichgewicht das E-Feld verschwinden muss.

$$E(l) = \frac{2eK}{\varepsilon_0\varepsilon_r}l^{-1/2} + C \overset{!}{=} 0 \qquad \Rightarrow \qquad C = -\frac{2eK}{\varepsilon_0\varepsilon_r\sqrt{l}}$$

5) Damit ergibt sich das E-Feld zu $E(x) = -\frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\left(\frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right), \quad 0 < x < l$

b) Bestimmen Sie das ortsabhängige elektrische Potential $\varphi(x)$ im Bereich $\delta < x \leq l$. Es soll $\lim_{\delta \to 0} \varphi(\delta) = 0$ gelten. Zeigen Sie, dass für das Potential $\varphi(l)$ am rechten Rand folgende Beziehung gilt:

$$\varphi(l) = -\frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\sqrt{l} \tag{1.1}$$

Lösung:

1) Das Potential $\varphi(x)$ berechnet man durch die Integration über das *E*-Feld

$$\frac{d\varphi}{dx} = -E(x)$$

$$\Rightarrow \varphi(x) = -\int E(x)dx = \frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\int\left(\frac{1}{\sqrt{l}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\left(\frac{x}{\sqrt{l}} - 2\sqrt{x}\right) + D, \quad \delta < x < l$$

2) Die Integrationskonstante *D* wird aus der gegebenen Randbedingung $\varphi(0) = 0$ bestimmt: $\varphi(0) = D \overset{!}{=} 0$

3) Daraus ergibt sich für das Potential am Rand der RLZ

$$\varphi(l) = \frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\left(\frac{l}{\sqrt{l}} - 2\sqrt{l}\right) = -\frac{2eK}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\sqrt{l}$$

c) Das Potential am rechten Rand der Raumladungszone entspricht der Differenz zwischen der angelegten Spannung *U* und der Diffusionsspannung U_D, $-\varphi(l) = U_D - U$. Berechnen Sie daraus die Sperrschichtkapazität $C_s = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{l}$ in Abhängigkeit von $U_D - U$.

Lösung:

Zur Berechnung der Sperrschichtkapazität muss die Länge der Raumladungszone in Abhängigkeit der angelegten Spannung bekannt sein. Aus der gegebenen Randbedingung können wir ableiten: $l = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{2eK}\right)^2 \left(U_D - U\right)^2$. Daraus folgt für die Sperrschichtkapazität

$$C_s = \frac{(2eK)^2 A}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}\left(U_D - U\right)^{-2}$$

d) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz eines Reihenschwingkreis bestehend aus einer Induktivität *L* und einer in Sperrrichtung vorgespannten Varaktordiode mit der Sperrschichtkapazität C_S in Abhängigkeit von $U_D - U$.

Lösung:

Für einen Reihenschwingkreis aus einer Induktivität L und einer Varaktordiode mit Kapazität C_S erhält man eine Resonanzfrequenz, die sich linear mit der angelegten Spannung U ändert:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC_S}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{4Le^2K^2A}}(U_D - U) \propto (U_D - U)$$