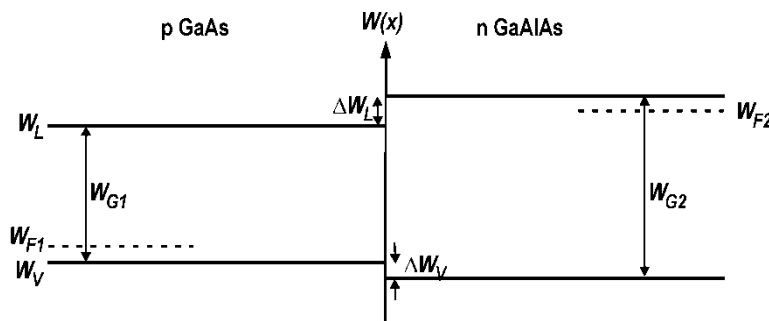


Übungsblatt 10

Aufgabe 1) p-n-Laserdiode

Eine p-n-Laserdiode sei als Heterostruktur aufgebaut, d.h. auf der p- und n-Seite werden Materialien mit unterschiedlichen Bandabständen verwendet. Die p-Seite besteht aus GaAs mit einem Bandabstand $W_{G1}=1,4\text{ eV}$, $\epsilon_r=12,9$ und ist mit einer Akzeptordichte $n_A=1 \cdot 10^{17}\text{ cm}^{-3}$ dotiert. Die n-Seite besteht aus GaAlAs mit $W_{G2}=1,8\text{ eV}$, $\epsilon_r=11,5$ und ist mit einer Donatordichte $n_D=10^{16}\text{ cm}^{-3}$ dotiert. Im sogenannten Flachbandfall wird eine äußere Spannung so angelegt, dass die Bänder am Übergang nicht verbogen sind, siehe Figur 1.



Figur 1

Die Leitungsbandkante erfährt am abrupten Übergang einen Sprung $\Delta W_L = 0,26\text{ eV}$, die Valenzbandkante einen Sprung $\Delta W_V = 0,14\text{ eV}$. Die Temperatur beträgt $T=300\text{ K}$. Die p- und n-Seite haben die gleichen äquivalenten Zustandsdichten. Die Eigenleitungsträgerdichte in GaAs sei $n_i = 1,8 \cdot 10^6\text{ cm}^{-3}$. Es gilt Störstellenerschöpfung.

- a) Skizzieren Sie unter Angabe der entsprechenden Gleichungen die Verläufe der Raumladungsdichte $\rho(x)$, des elektrischen Feldes $E(x)$, des Potentials $\phi(x)$ und die Bandverläufe $W_{L,V}(x)$ für den Fall, dass keine äußere Spannung angelegt ist. Es gelte die Schottky-Näherung. Beachten Sie beim Skizzieren des elektrischen Feldes die Randbedingung an der Materialgrenzfläche.

Lösung:

Ges.: Skizze für $\rho(x)$, $E(x)$, $\phi(x)$ und das Banddiagramm $W_{L,V}(x)$

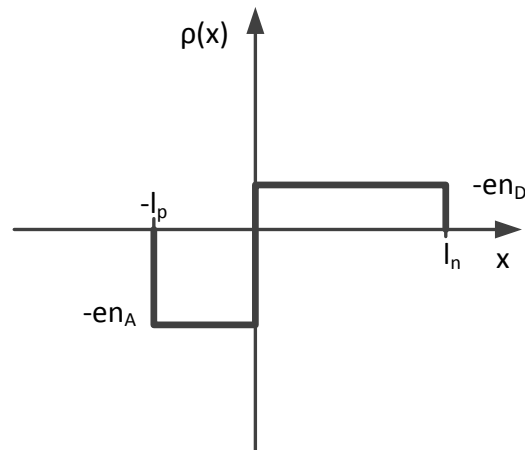
- 1) Raumladungsdichten $\rho(x)$:

$$\rho(x) = e[n_D - n(x) - n_A + p(x)]$$

mit der Schottky Näherung

$$n(x) = p(x) = 0 \text{ folgt}$$

$$\rho(x) = \begin{cases} -en_A & -l_p < x < 0 \\ en_D & \text{für } 0 < x < l_n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



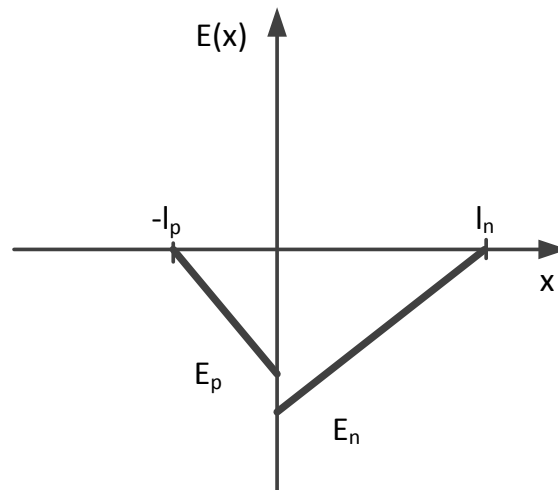
2) **Feldstärke** $E(x)$:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \rightarrow \frac{d(\varepsilon E)}{dx} = \rho$$

$$\text{bzw. } \varepsilon E = \int \rho dx$$

Die auf p- und n-Seite verschiedenen ε ergeben an der Stelle $x = 0$ einen Sprung im E-Feld:

$$\varepsilon_p E_p = \varepsilon_n E_n \rightarrow E_n = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_n} E_p$$

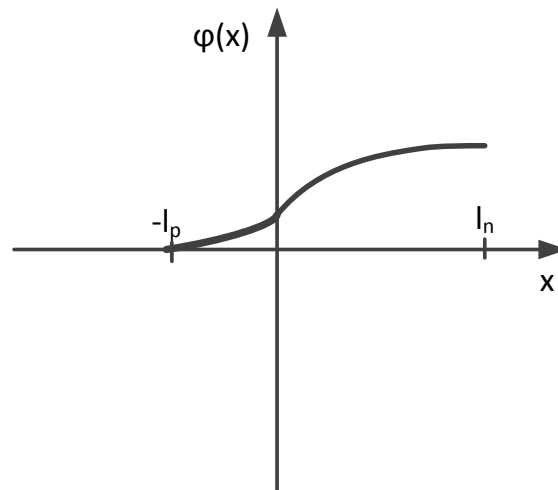


3) **Potential** $\varphi(x)$: Der Verlauf folgt

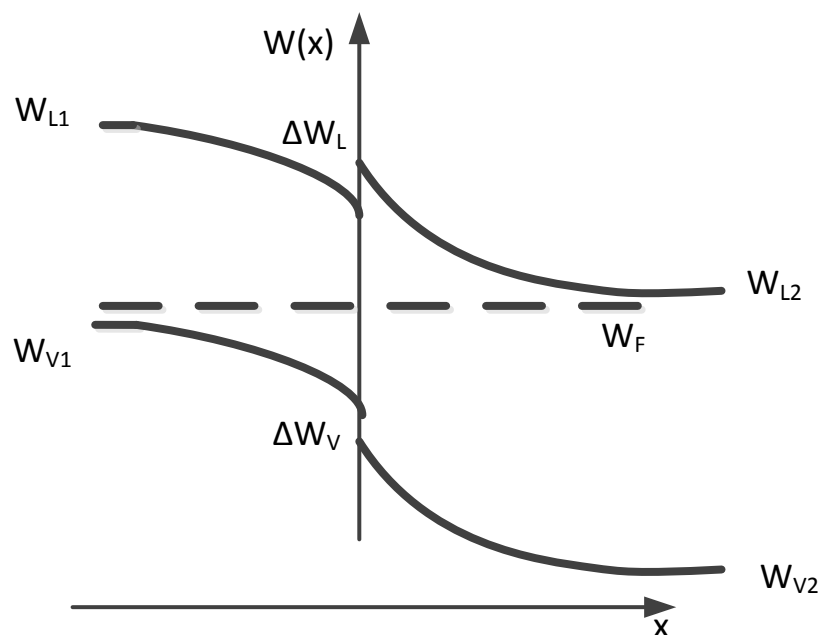
$$\text{mit } \vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi \Rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = -E$$

$$\text{bzw. } \varphi = -\int E dx$$

Achtung: Die Steigung von φ ändert sich bei $x = 0$.



4) Das **Banddiagramm** $W(x)$ sieht folgendermaßen aus: $W(x) = W - e\varphi(x)$

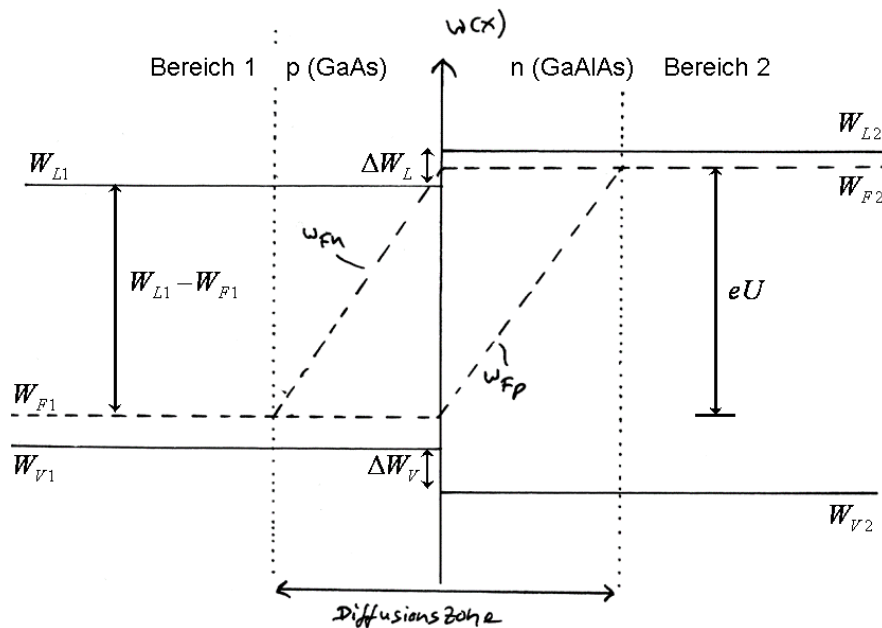


- b) Betrachten Sie nun den Flachbandfall und skizzieren Sie den Verlauf der Quasi-Ferminiveaus im p-n-Übergang. Markieren Sie die Raumladungs- und Diffusionsgebiete. Welche Spannung muss an die Diode angelegt werden, damit es zum Flachbandfall kommt? Wo muss der „+“-Pol der Spannung angelegt werden? Liegt in diesem Fall optischer Gewinn vor?

Ges.: Skizze für Quasi-Ferminiveaus, die Raumladungs- und Diffusionsgebiete

Lösung:

Es gibt im Flachbandfall (ideal) keine Raumladungszonen: Die in der Aufgabenstellung gegebenen Quasi-Ferminiveaus lassen sich nur auf die folgende Art miteinander verbinden (gestrichelt):



Um den Flachbandfall zu erreichen, muss die Diffusionsspannung ausgeglichen werden. Diese ist durch die Differenz der Fermi-Niveaus im p- und n-Halbleiter gegeben, welche sich aus dem Diagramm ablesen lässt: $eU = W_{F2} - W_{F1}$

- 1) Zur Berechnung der Spannung wird $eU = W_{F2} - W_{F1}$ separiert in Differenzen für die Bereiche 1 und 2, in denen die Besetzungskonzentrationen für p (Bereich 1) und n (Bereich 2) bekannt sind.

$$W_{L1} - W_{F1} + \Delta W_L = W_{L2} - W_{F2} + eU \rightarrow U = \frac{W_{L1} - W_{F1} + \Delta W_L - (W_{L2} - W_{F2})}{e}$$

- 2) Für den p-HL (Bereich 1) mit $W_{L1} - W_{F1} = W_{G1} - (W_{F1} - W_{V1})$ gilt die Verteilung:

$$p = n_A = N_{V1} \exp\left(-\frac{W_{F1} - W_{V1}}{kT}\right) \Rightarrow W_{L1} - W_{F1} = W_{G1} - (W_{F1} - W_{V1}) = W_{G1} + kT \ln\left(\frac{n_A}{N_{V1}}\right)$$

- 3) Für den n-HL (Bereich 2) mit $W_{L2} - W_{F2}$ gilt die Verteilung:

$$n = n_D = N_{L2} \exp\left(-\frac{W_{L2} - W_{F2}}{kT}\right) \Rightarrow W_{L2} - W_{F2} = -kT \ln\left(\frac{n_D}{N_{L2}}\right)$$

Einsetzen dieser Differenzen in die Ausgangsgleichung unter 1) ergibt:

$$U = \frac{W_{G1} + kT \ln\left(\frac{n_A}{N_{V1}}\right) + \Delta W_L + kT \ln\left(\frac{n_D}{N_{L2}}\right)}{e} = \frac{\Delta W_L + W_{G1} + kT \ln\left(\frac{n_A n_D}{N_{V1} N_{L2}}\right)}{e}$$

Gemäß $N_{L1} = N_{L2}$ und $N_{V1} = N_{V2}$, für deren Produkt gilt:

$$N_V \cdot N_L = n_{i,1}^2 \exp(W_{G1}/kT) \Rightarrow U = \frac{\Delta W_L + kT \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)}{e} = 1.48 \text{ V}$$

Optischer Gewinn liegt vor, wenn die Separation der Quasi-Ferminiveaus größer als der Bandabstand ist und wenn mindestens ein Quasi-Ferminiveau im Band liegt.

Für den p-Halbleiter liegt das Quasi-Ferminiveau für Elektronen am Rande des pn-Übergangs im Leitungsband. Die Separation der Quasi-Ferminiveaus ist dort größer als der Bandabstand $W_{G1} = 1.4 \text{ eV} < 1.48 \text{ eV}$, so dass optischer Gewinn vorliegt.

- c) Berechnen Sie die maximale Feldstärke E_{max} in der Diode, wenn keine äußere Spannung angelegt ist. Beachten Sie dabei, dass die in b) berechnete „Flachbandspannung“ gerade der Diffusionsspannung der Diode entspricht.

Ges.: E_{max} , für $U = 0 \text{ V}$.

Lösung:

1) Das E -Feld springt bei $x = 0$ um $\epsilon_p E_p = \epsilon_n E_n$, $E_p = \frac{\epsilon_n}{\epsilon_p} E_n$

2) Mit den Zeichnungen und Gleichungen aus a) folgt: $E_p = -e n_A l_p / \epsilon_p$ und

$$E_n = -e n_D l_n / \epsilon_0 \epsilon_{r,n}$$

(Flächeninhalte der Rechtecke in der $\rho(x)$ -Verteilung).

3) Für das Potential gilt allgemein: $\phi = -\int E dx$: $\phi_{ges} = -\frac{1}{2} E_p l_p - \frac{1}{2} E_n l_n$,

(Flächeninhalte der Dreiecke in der $E(x)$ -Verteilung)

4) Wegen Ladungsneutralität gilt mit Gl. (6.28) und (6.29): $l_p = l_n n_D / n_A$

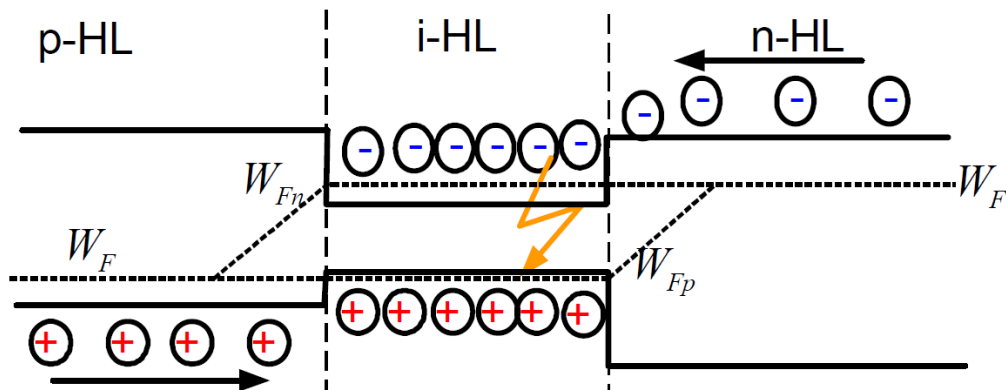
5) Einsetzen von 1) und 4) in 3) und ersetzen von l_n mittels 2):

$$\phi_{ges} = -\frac{1}{2} \frac{\epsilon_n}{\epsilon_p} E_n l_n \frac{n_D}{n_A} - \frac{1}{2} E_n l_n \rightarrow \phi_{ges} = \frac{1}{2} \frac{(\epsilon_0 \epsilon_n)^2}{e} E_n^2 \left(\frac{1}{n_A \epsilon_0 \epsilon_p} + \frac{1}{n_D \epsilon_0 \epsilon_n} \right)$$

Dies entspricht der Spannung $U = 1.48 \text{ V}$ des Flachbandfalls (b).

Die maximale Feldstärke beträgt somit: $E_{max} = |E_n| = \sqrt{\frac{2e\phi_{ges}}{(\epsilon_0 \epsilon_n)^2 \left(\frac{1}{n_A \epsilon_0 \epsilon_p} + \frac{1}{n_D \epsilon_0 \epsilon_n} \right)}} = 65.4 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

- d) Technische Realisierungen von Halbleiterlasern beruhen fast ausschließlich auf Doppel-Heterostrukturen. Skizzieren Sie qualitativ den Bandverlauf einer Doppel-Heterostruktur im Flachbandfall und erläutern Sie die Vorteile gegenüber einer einfachen Heterostruktur.



Vorteile Doppelheterostruktur:

- Ladungsträgerinjektion in Potentialkassen
- Potentialbarrieren verhindern Diffusion der Träger aus dem aktiven Bereich
- Effiziente Lichterzeugung im gesamten intrinsischen Bereich
- Lichtleitung im intrinsischen Bereich möglich, wenn Brechungsindizes $n_{\text{int}} > n_p$ und $n_{\text{int}} > n_n$

Aufgabe 2) Ersatzschaltbild einer pn-Diode

Eine p-n-Diode wird wie abgebildet betrieben. An der Diode fällt die Spannung U_D ab; der Gleichanteil der Spannung beträgt $U_{D,0} = 0,7 \text{ V}$.

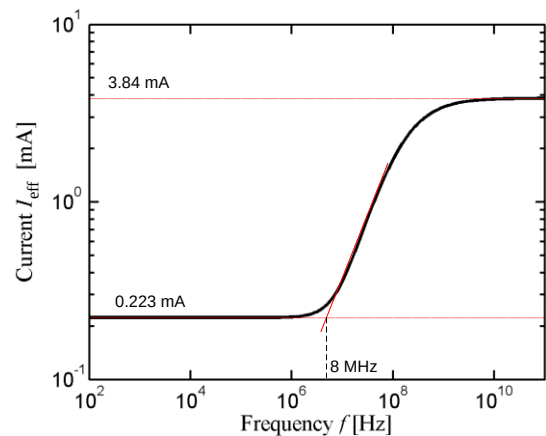
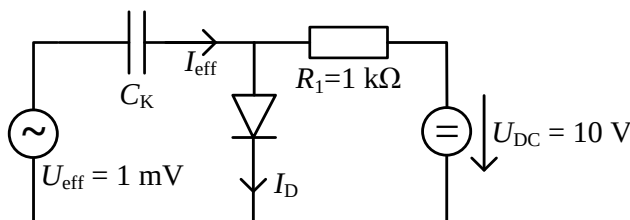
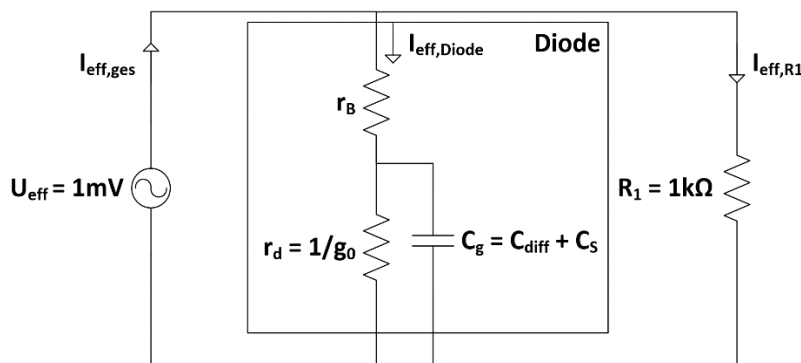


Fig. 1: Diode mit äußerer Beschaltung (links), Frequenzgang des Gesamtstroms (rechts). Die Frequenz, bei welcher der Strom um einen Faktor $\sqrt{2}$ angestiegen ist, liegt bei 8 MHz.

- a) Zeichnen Sie die zugehörige Kleinsignal-Ersatzschaltung. Berücksichtigen Sie dabei den Bahnwiderstand R_b der Diode und fassen Sie die Sperrschichtkapazität und die Diffusionskapazität zu einer Gesamtkapazität C_g zusammen. Behandeln Sie die Kapazität C_K für alle betrachteten Frequenzen als Kurzschluss.

Lsg: Wird C_K durch einen Kurzschluss ersetzt und der Serien-Bahnwiderstand berücksichtigt, resultiert die Kleinsignalersatzschaltung zu:



- b) Bestimmen Sie die Elemente der Kleinsignal-Ersatzschaltung der Diode (Bahnwiderstand, Kleinsignal-Leitwert, Gesamtkapazität) mit Hilfe des rechts skizzierten Frequenzganges des Effektivwerts I_{eff} des Kleinsignal-Wechselstroms. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass der Bahnwiderstand der Diode sehr klein ist im Vergleich zu den anderen Widerständen.

Lsg:

Der effektive Strom der durch den Widerstand R_1 fließt, ergibt sich zu $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R_1} = \frac{1\text{mV}}{1\text{k}\Omega} = 1\mu\text{A}$.

Bei geringen Frequenzen fließt also der Strom $I_{\text{eff,Diode}} = I_{\text{eff,ges}} - I_{\text{eff,R1}} = 222\mu\text{A}$ durch die Reihenschaltung von r_B und $r_d = 1/g_0$ (näherungsweise fließt also kein Strom durch die Kapazität).

Daraus lässt sich nun der Gesamtwiderstand der Diode berechnen zu

$$r_b + r_d = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff,ges(1)}} - \frac{U_{\text{eff}}}{R_1}} = \frac{1\text{mV}}{222\mu\text{A}} = 4.5\Omega$$

Bei hohen Frequenzen wird r_d durch C_g kurzgeschlossen. Durch r_b fließt nun der Strom

$$I_{\text{eff,Diode}} = 3.84\text{mA}, \text{ sodass gilt: } r_b = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff,ges(2)}} - \frac{U_{\text{eff}}}{R_1}} = \frac{1\text{mV}}{3.84\text{mA}} = 0.26\Omega$$

Damit lässt sich der differentielle Widerstand r_d berechnen zu $r_d = 4.24\Omega$.

Aus dem Frequenzgang des Gesamtstroms lässt sich herauslesen, dass der Strom bei 8 MHz um einen Faktor $\sqrt{2}$ ansteigt. Dies bedeutet, dass bei der Grenzfrequenz von 8 MHz $\omega C_g = g_0$,

$$\text{bzw. } C_g = \frac{1}{2\pi \cdot 4.24\Omega \cdot 8 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 4.69\text{nF} \text{ ist.}$$