

Musterlösung zu Übungsblatt 11

Aufgabe 1) IMPATT-Diode

Eine Lawinenlaufzeitdiode aus Silizium ($\epsilon_r = 11,9$) besitzt eine n^+ -p-i- p^+ -Struktur, siehe Fig. 1. Die Länge der p-Zone, $x_1 - x_0$ beträgt 500 nm. Im Arbeitspunkt für die Entdämpfung eines Oszillators müssen folgende Anforderungen erfüllt werden:

i) An der Stelle x_0 muss die elektrische Feldstärke den zur Lawinenmultiplikation notwendigen Wert von $E_0 = 4 \cdot 10^5$ V/cm erreichen.

ii) In der i-Zone muss die elektrische Feldstärke mindestens den zur Aufrechterhaltung einer gesättigten Ladungsträgergeschwindigkeit von $v_s = 10^7$ cm/s erforderlichen Wert $E_1 = 5 \cdot 10^4$ V/cm erreichen.

iii) Die Laufzeit τ der Ladungsträger in der i-Zone muss gleich der halben Periodendauer der Schwingungen sein, die der Oszillator erzeugen soll. Die Zone bei x_0 , in der die Multiplikation erfolgt, sei vernachlässigbar kurz gegen die Länge der p-Zone.

a) Wie lang muss $l_i = x_2 - x_1$ (undotierte Driftzone) sein, um einen Oszillator bei 10 GHz zu entdämpfen?

Lösung:

Gegeben: Mittlere Ladungsträgergeschwindigkeit von $v_s = 10^7$ cm/s in i-Zone

$$\text{Laufzeit } \tau = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} \quad (\text{dabei } f = 10 \text{ GHz})$$

Ges.: Länge $l_i = x_2 - x_1$ der i-Zone

$$l_i = x_2 - x_1 = v_s \tau = v_s / (2f) \rightarrow x_p = 5 \mu\text{m}$$

b) Wie stark muss die p-Zone dotiert sein, damit im Arbeitspunkt die Feldstärke E_0 bei x_0 und die Feldstärke E_1 bei x_1 herrscht? Nehmen Sie an, dass keine freien Ladungsträger in der p-Zone existieren und Störstellenerschöpfung vorliegt.

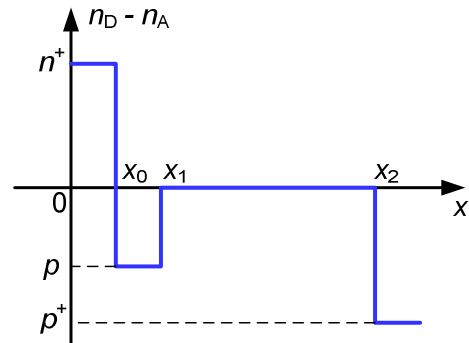
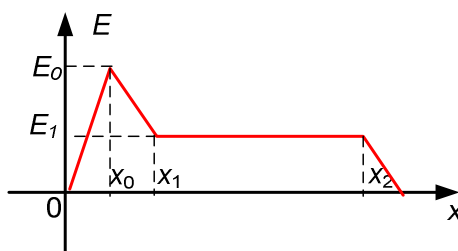


Fig. 1: Dotierprofil der IMPATT Diode

Lösung:



Geg.:

$E_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$ bei x_0 ,
 $E_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ bei x_1 ,
SSE.

Ges.: Erforderliche Dotierung, n_A in p-Zone $[x_0, x_1]$

Die Poisson-Gleichung in 1D lässt sich unter Schottky-Näherung und SSE vereinfachen, da dann $\rho = \text{const.}$ in der gesamten RLZ gilt:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} \rightarrow \frac{E(x_1) - E(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Die Raumladung besteht aufgrund ionisierter Akzeptoren: $\rho = -en_A$. Damit ist:

$$n_A = -\frac{\epsilon}{e} \frac{E(x_1) - E(x_0)}{x_1 - x_0} \rightarrow n_A = 4.6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

- c) Wie groß ist die Spannung U_c an der RLZ, bei der gerade Multiplikation bei x_0 einsetzt? Vernachlässigen Sie den Spannungsabfall in der n^+ - und p^+ -Zone sowie die Diffusionsspannung.

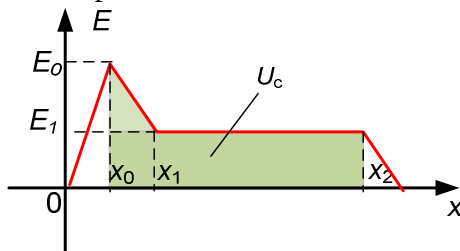
Lösung:

Ges.: Arbeitsspannung U_c über der p- und i-Zone $[x_0, x_2]$

- i) U_c ist die Spannung, die zum Betrieb zwischen x_0 und x_2 anliegen muss:

$$U_c = -\int_{x_0}^{x_2} E(x) dx.$$

Sie entspricht der Fläche unter der Kurve $E(x)$



Der Flächeninhalt kann direkt bestimmt werden:

$$U_c = -\int_{x_0}^{x_2} E(x) dx = -\frac{1}{2}(E_0 - E_1)(x_1 - x_0) - E_1(x_2 - x_0)$$

$$\rightarrow U_c = -36.25 \text{ V}$$

Aufgabe 2) Transistor

Betrachten Sie einen npn-Transistor, Fig. 1, aus Silizium, der in Emitter, Basis und Kollektor jeweils die folgenden Dotierdichten aufweist:

$n_{DE} = 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $n_{DC} = 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$,
 $n_{AB} = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Die aktive Querschnittsfläche des pn Überganges ist $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$, physikalische Breite der Basis ist $w_B = 0,1 \mu\text{m}$ und die Breite des Emitters beträgt $l_E = 0,1 \mu\text{m}$. Die Diffusionslängen im Kollektor, Emitter und der Basis sind gegeben durch $L_{pC} = L_{pE} = 30 \mu\text{m}$, $L_{nB} = 50 \mu\text{m}$, und die entsprechenden Minoritätslebensdauern betragen $\tau_{pC} = 10^{-5} \text{ s}$,

$\tau_{pE} = 10^{-6} \text{ s}$ und $\tau_{nB} = 10^{-5} \text{ s}$.

Weiterhin herrscht Raumtemperatur ($U_T = 25,8 \text{ mV}$), die intrinsische Ladungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und die relative Dielektrizitätszahl in Silizium ist $\epsilon_r = 12$. Verwenden Sie im folgenden die Schottky-Näherung und gehen Sie davon aus, dass außerhalb der Raumladungszone Störstellenerschöpfung vorliegt.

- a) Skizzieren sie für $U_{EB} = U_{CB} = 0$ den Verlauf der Raumladung und des E -Feldes sowie das Banddiagramm. Wie breit sind die einzelnen Bereiche der Raumladungszonen? Berechnen Sie die effektive Breite w der Basis.

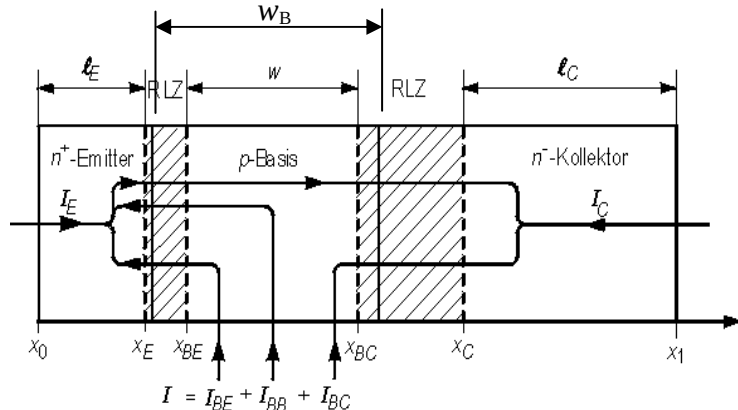


Fig. 2: npn-Transistor

Geg.: $U_{EB} = U_{CB} = 0$,

$n_{DE} = 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $n_{DC} = 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $n_{AB} = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $U_T = 25,8 \text{ mV}$, $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$,

$w_B = 0,1 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 12$.

Ges.:

Werte für Längen $l_{p,EB}$, $l_{n,EB}$, $l_{p,CB}$, $l_{n,CB}$

Skizze der Raumladung und des

E -Feldes sowie des Banddiagramms.

Lösung:

- i) Für die Breite der RLZ-Bereiche betrachten wir die beiden pn-Übergänge getrennt. Pro Übergang gibt es drei Unbekannte, aber auch drei Gleichungen:

$$l_p = \frac{n_D}{n_A + n_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r U_D}{e} \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}, \quad l_n = \frac{n_A}{n_A + n_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r U_D}{e} \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}, \quad U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right),$$

Ergebnis-Tabelle:

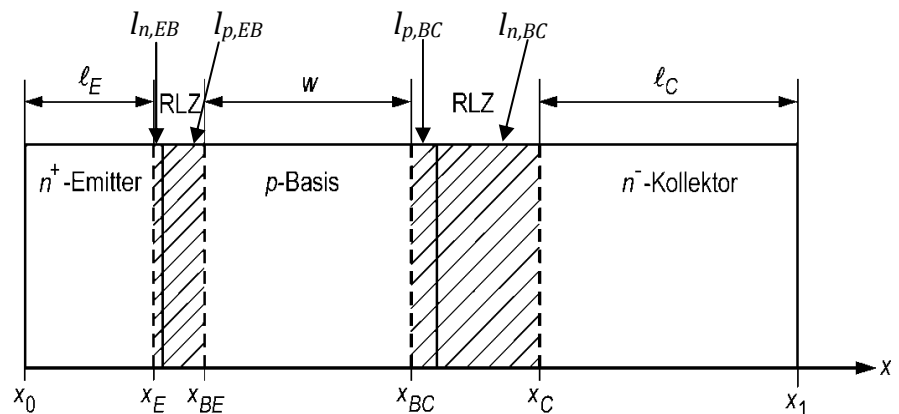
Emitter-Basis Diode	Kollektor-Basis Diode
$U_{D,EB} = 1,02 \text{ V}$	$U_{D,CB} = 0,79 \text{ V}$
$l_{p,EB} = 36,2 \text{ nm}$	$l_{p,CB} = 2,3 \text{ nm}$
$l_{n,EB} = 1,2 \text{ nm}$	$l_{n,CB} = 456,6 \text{ nm}$

Die physikalische Basislänge w_B ist gegeben durch die Basislänge w und Teile der anschließenden RLZ ohne äußere Spannungen:

$$w = w_B - l_{p,EB} - l_{p,CB} = 100 \text{ nm} - 36,2 \text{ nm} - 2,3 \text{ nm} = 61,5 \text{ nm}.$$

ii) Verlauf der Raumladung

(Nicht maßstabsgetreu)

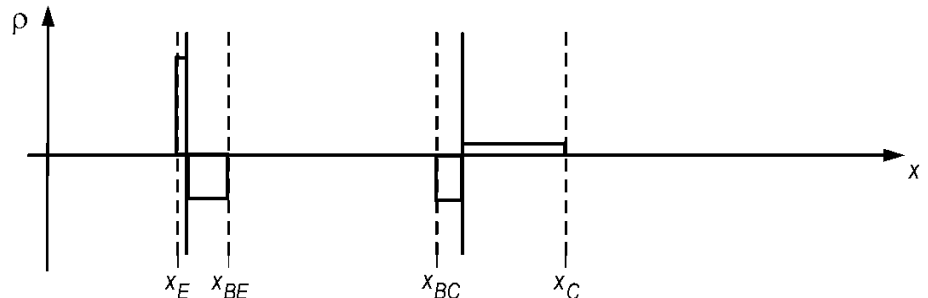


iii) Raumladungsdichten

$$\rho(x) = e[n_D - n(x) - n_A + p(x)]$$

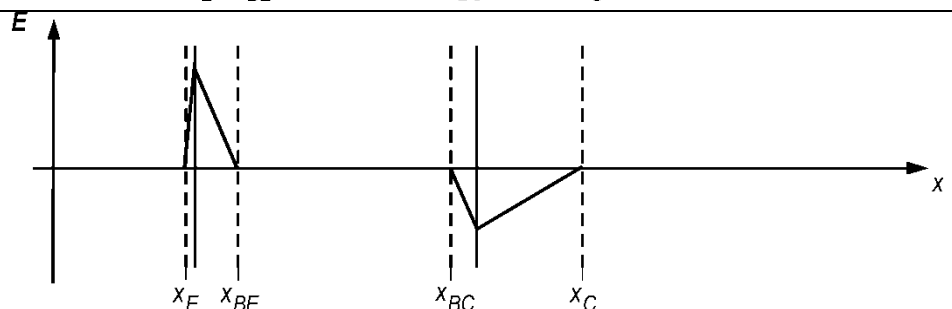
Schottky-Näherung

$n(x) = p(x) = 0$ in Raumladungszone



iv) Feldstärke $E(x)$:

$$\varepsilon E = \int \rho dx$$

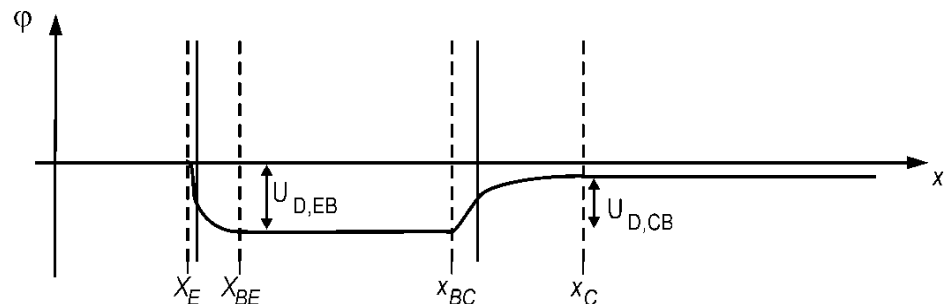


v) Potential $\varphi(x)$:

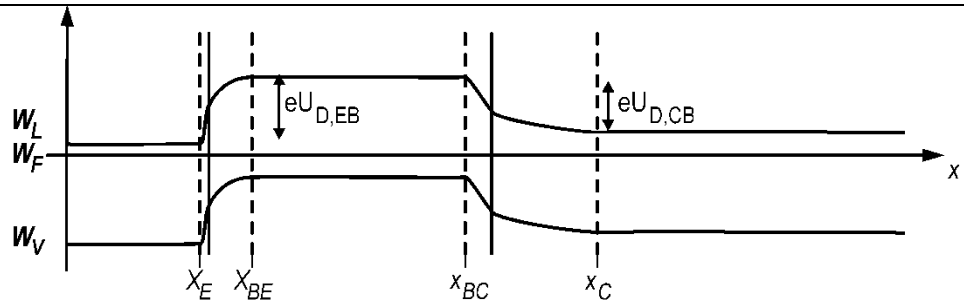
folgt mit

$$\varphi(x) = -\int E dx$$

Beachte, die Linie $x_E \rightarrow x_{BE}$ und $x_{BC} \rightarrow x_C$ sind parabolisch



vi)
Banddiagramm
 $W(x) = W - e\phi(x)$



- b) An den Transistor werden jetzt die Spannungen $U_{EB} = -0,75 \text{ V}$ und $U_{CB} = 1 \text{ V}$ angelegt. Berechnen Sie die Länge der Raumladungszonen und skizzieren Sie das Banddiagramm inklusive der Quasi-Ferminiveaus. Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Trägerdichten außerhalb der Raumladungszonen.

Geg. : Angelegt werden: $U_{EB} = -0,75 \text{ V}$, $U_{CB} = 1 \text{ V}$.

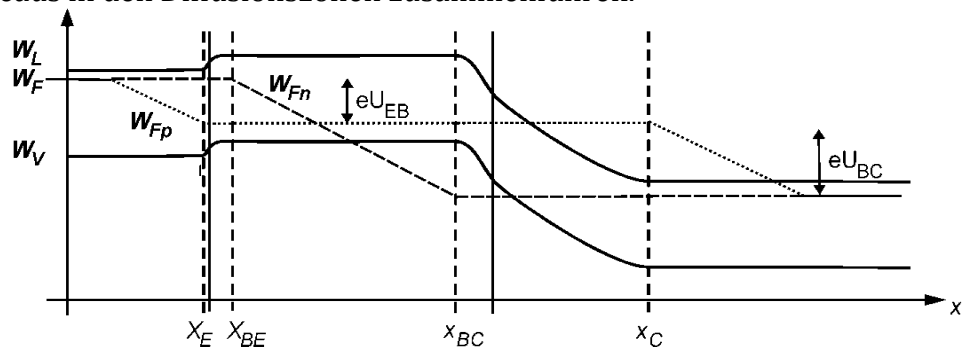
Ges. : Das resultierende Banddiagramm mit Quasi-Ferminiveaus.

Die sich unter den angelegten Spannungen einstellenden $l_{p,EB}$, $l_{n,EB}$, $l_{p,CB}$, $l_{n,CB}$.

Lösung:

Das Banddiagramm aus Aufgabenteil a) wird durch die angelegten Spannungen modifiziert. Schritte bei der Konstruktion des Banddiagramms:

- Mit den Energieniveaus der Basis beginnen.
- Verschiebung der Fermi-Niveaus von Emitter und Kollektor durch angelegte Spannungen links und rechts einzeichnen (Lücken für RLZ lassen und deren Weiten im Vergleich zu a) anpassen; Sperr-/Durchlass-Betrieb).
- Bänder parabolisch verbinden
- Quasi-Fermi-Niveaus der Majoritäten in RLZ einzeichnen (horizontaler Verlauf).
- Quasi-Fermi-Niveaus in den Diffusionszonen zusammenführen.

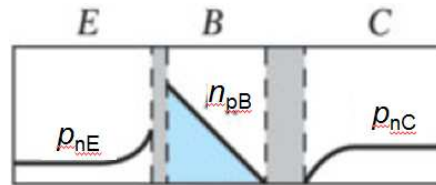


- vi) Genau wie in Aufgabenteil a) berechnen wir die RLZ-Weiten, nur kommt zur Diffusionsspannung noch die von außen angelegte Spannung hinzu (Beachte das Vorzeichen von U_{EB} und U_{CB} ! Hier np-Übergang!):

$$l_p = \frac{n_D}{n_A + n_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r}{e}(U_D + U) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}, \quad l_n = \frac{n_A}{n_A + n_D} \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r}{e}(U_D + U) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}$$

Emitter-Basis Diode	Kollektor-Basis Diode
$l_{p,EB} = 18,6 \text{ nm}$ $l_{n,EB} = 0,62 \text{ nm}$	$l_{p,CB} = 3,4 \text{ nm}$ $l_{n,CB} = 687,4 \text{ nm}$

Verlauf der Minoritätsträgerdichten:



c) Wie groß ist der Kollektorstrom I_C ?

Geg.: $l_E = 0,1 \text{ } \mu\text{m}$, $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$, $L_{pC} = L_{pE} = 30 \text{ } \mu\text{m}$, $L_{nB} = 50 \text{ } \mu\text{m}$, $\tau_{pE} = 10^{-6} \text{ s}$, $\tau_{nB} = \tau_{pC} = 10^{-5} \text{ s}$.

Ges.: Kollektorstrom I_C

Lösung:

i) Der Kollektorstrom I_C berechnet sich nach Gleichung (8.37) aus dem Skript

$$I_C = I_{TS} \left(e^{-U_{EB}/U_T} - e^{-U_{CB}/U_T} \right) - I_{BCS} \left(e^{-U_{CB}/U_T} - 1 \right)$$

ii) Vereinfachungen sind möglich, da $e^{-U_{EB}/U_T} \gg e^{-U_{CB}/U_T}$ und $e^{-U_{CB}/U_T} \ll 1 \rightarrow I_C \approx I_{TS} e^{-U_{EB}/U_T}$

iii) Der noch fehlende Transfersättigungsstrom ist für einen npn-Transistor gegeben durch Gleichung (8.16) im Skript

$$I_{TS} \approx A e n_i^2 \frac{D_{nB}}{w n_{AB}} \text{ mit } D_{nB} = L_{nB}^2 / \tau_{nB}$$

$$\text{mit } w = w_B - l_{p,EB} - l_{p,CB} = 100 \text{ nm} - 18,6 \text{ nm} - 3,4 \text{ nm} = 78 \text{ nm}$$

$$\rightarrow I_{TS} = 1,16 \text{ fA und damit } \boxed{I_C = 4,60 \text{ mA}}$$

Aufgabe 3) Transistor: Rekombination in der Basis

Betrachten Sie einen npn-Transistor im Vorwärtsbetrieb. Ein wichtiges Designziel besteht darin, den Anteil der in der Basis rekombinierenden Minoritätsträger möglichst gering zu halten. Dies kann erreicht werden indem die Basisbreite wesentlich kleiner als die Diffusionslänge der Minoritäten gewählt werden. Gehen Sie davon aus, dass maximal 1% der in die Basis injizierten Minoritätsträger verloren gehen dürfen. Berechnen Sie dafür das maximal zulässige Verhältnis von Basisweite w und Diffusionslänge L_{nB} der Minoritätsträger in der Basis. Benutzen Sie die Verhältnisse $U_{BE}/U_T \gg 1$ und $U_{CB}/U_T \gg 1$, und verwenden Sie sinnvolle Näherungen.

Geg.: Normaler, aktiver Vorwärtsbetrieb des Transistors; 1% der in die Basis injizierten Ladungsträger rekombinieren.

Ges.: Basisweite w im Verhältnis zur Diffusionslänge der Minoritätsträger?

Lösung:

1) Die in die Basis injizierten Minoritäten sind gegeben durch den Strom:

$$I_{n_{pB}}(x_{BE}) = I_{TS} \left[\left(\exp(-U_{EB}/U_T) - 1 \right) \cosh(w/L_{nB}) + \left(\exp(-U_{CB}/U_T) - 1 \right) \right]$$

- 2) Dieser soll zu 1% in der Basis rekombinieren und verursacht einen Basisstrom, Gl. (8.18):

$$I_{BB} = I_{TS} \left[(\exp(-U_{EB}/U_T) - 1) + (\exp(-U_{CB}/U_T) - 1) \right] \left[\cosh(w/L_{nB}) - 1 \right]$$

- 3) Die beiden Ströme lassen sich mit folgenden Annahmen vereinfachen:
Im normalen Verstärkerbetrieb ist

i. der Faktor $\exp(-U_{EB}/U_T) \gg 1$ weil $-U_{EB}/U_T \gg 1$

ii. der Faktor $\exp(-U_{CB}/U_T) \approx 0$ weil $-U_{CB}/U_T \ll -1$

Damit ist: $I_{n_{pB}}(x_{EB}) \cong -I_{TS} \exp(-U_{EB}/U_T) \cosh(w/L_{nB})$

und $I_{BB} \cong I_{TS} \exp(-U_{EB}/U_T) \left[\cosh(w/L_{nB}) - 1 \right]$

- 4) Im Verhältnis gilt: $\frac{I_{BB}}{I_{n_{pB}}(x_{BE})} \cong \frac{\cosh(w/L_{nB}) - 1}{\cosh(w/L_{nB})} = 1 - \operatorname{sech}(w/L_{nB}) \equiv 0,01$ oder auch:

$$\operatorname{sech}(w/L_{nB}) = 1,01$$

Dies ist erfüllbar mit $w = 0,142 \cdot L_{nB}$