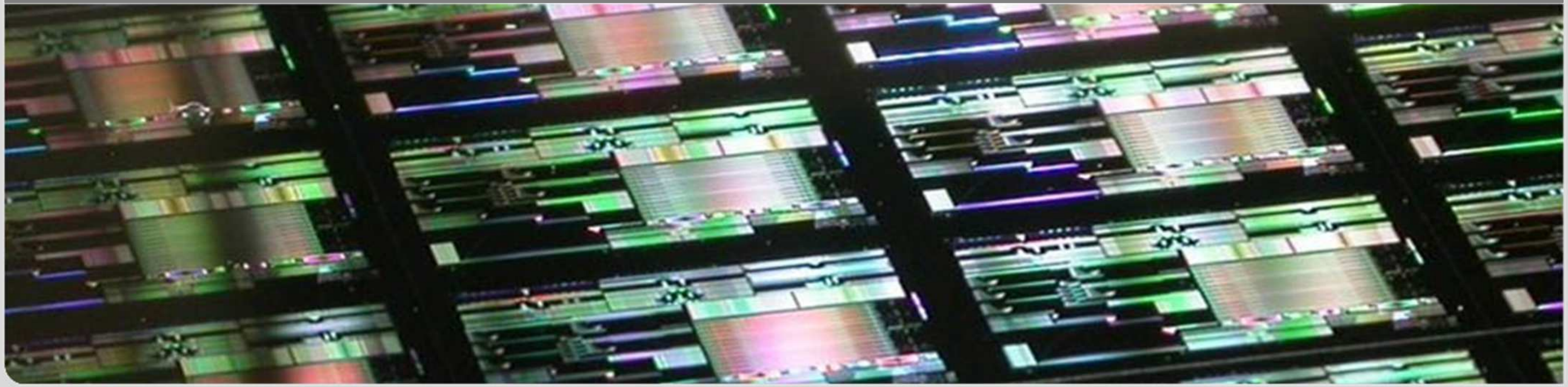
Karlsruhe Institute of Technology

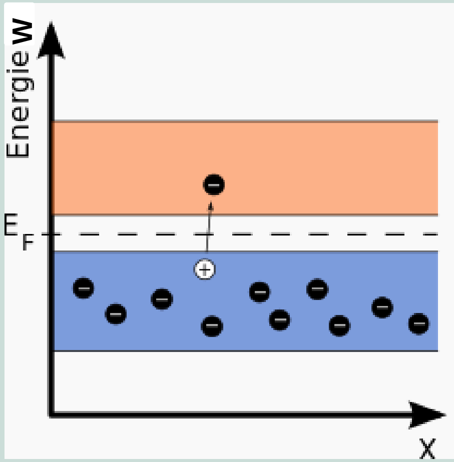
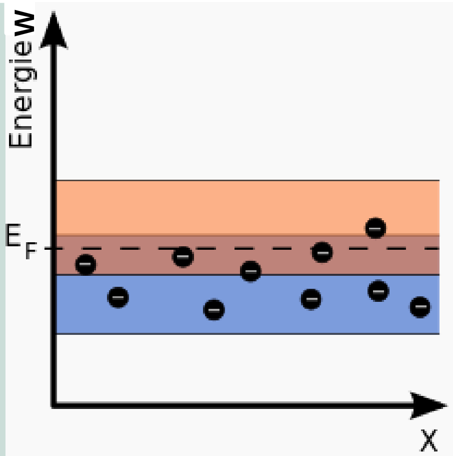
IPQ

# HLB Übung 2
# WS 2015/2016



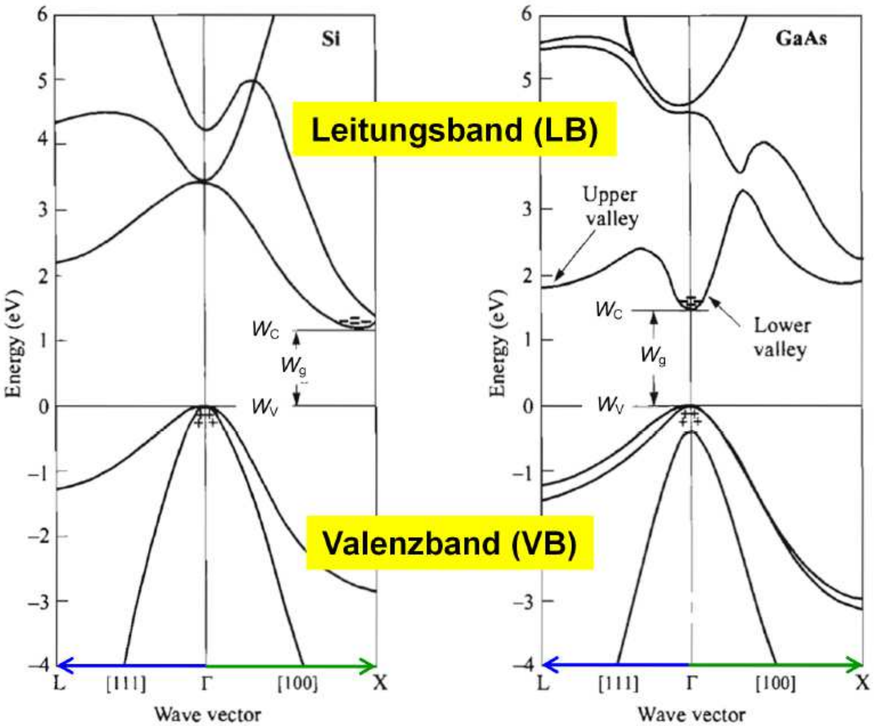
# Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

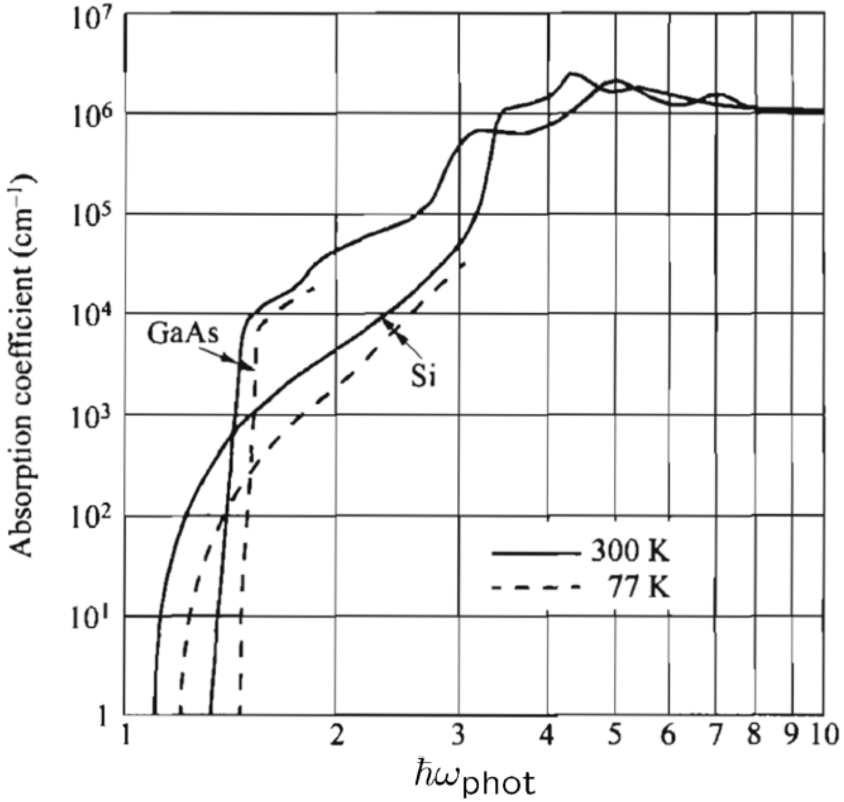
a) Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen Metallen und Halbleitern bezüglich ihrer Bandstruktur und der Lage des Fermi-Niveaus. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die elektrische Leitfähigkeit und deren Temperaturabhängigkeit?

| Halbleiter | Metall |
|---|---|
|  |  |
| Valenz und Leitungsband durch Bandlücke getrennt<br>→Fermi-Niveau in Bandlücke | Teilgefülltes höheres Band<br>→ Fermi-Niveau innerhalb Band |
| Isolierend bei niederen Temperaturen<br>→ Leitfähigkeit steigt für größere Temperaturen | Leitfähig, auch bei niedrigen Temperaturen<br>→ Leitfähigkeit sinkt für größere Temperaturen |

# Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

b) Erläutern Sie die Unterschiede zwischen den Halbleitern Silizium und Galliumarsenid im Hinblick auf die Emission und Absorption von Licht.



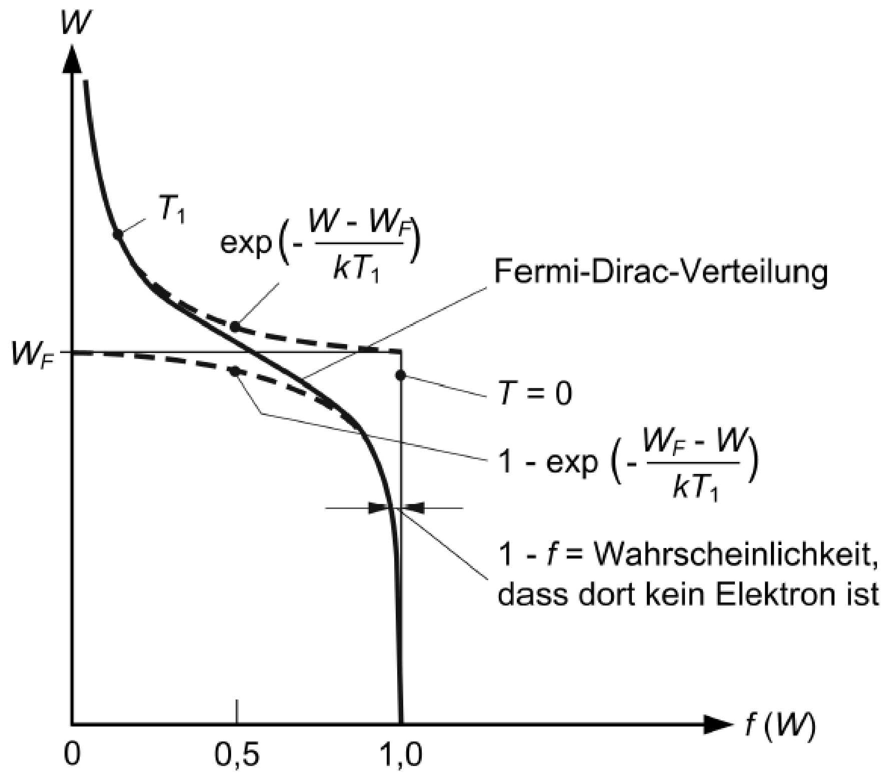
# Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

c) Die Fermi-Verteilung kann für Energien weit oberhalb der Fermi–Energie $W_F$ durch die Boltzmann-Verteilung angenähert werden. Berechnen Sie die Energiedifferenz $W-W_F$ in Einheiten von $kT$, ab welcher der relative Fehler zwischen den Verteilungen weniger als 5% beträgt.

Fermi-Dirac-Verteilung: $$f_{FD}(W)=\frac{1}{1+\exp\left(\frac{W-W_F}{kT}\right)}$$

Boltzmann-Verteilung: $$f_B(W)=\exp\left(-\frac{W-W_F}{kT}\right)$$

**Ges.:** $$\frac{f_B(W)-f_{FD}(W)}{f_{FD}(W)}<5\%$$



# Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

d) Wie groß ist die Besetzungswahrscheinlichkeit an der unteren Kante des Leitungsbandes für Silizium ($W_g$ = 1,12 eV bei 300 K), wenn das Fermi-Niveau (i) in der Mitte des verbotenen Bandes bzw. (ii) 0,05 eV unterhalb der Leitungsbandkante liegt?

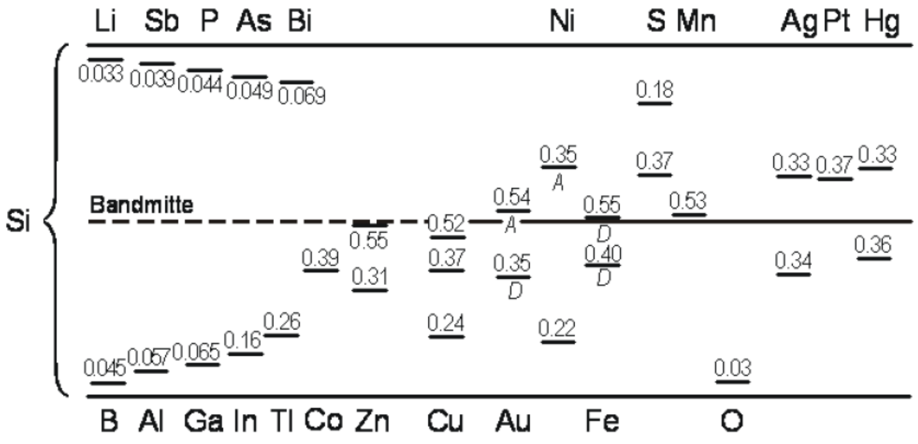
Fermi-Dirac-Verteilung: $$f_{FD}(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)}$$

Boltzmann-Verteilung: $$f_B(W) = \exp\left(-\frac{W - W_F}{kT}\right)$$

# Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

e) Erläutern Sie den Unterschied und die Ziele einer Lebensdauerdotierung und einer Leitfähigkeitsdotierung.

**Lebensdauerdotierung:**
Dotanden in Bandmitte ermöglichen eine effektive Rekombination, die *Lebensdauer sinkt*.
→ Wird z.B. verwendet um schnelle Prozesse (Ein- und Ausschalten) zu ermöglichen oder isolierende Schichten zu erzeugen.




**Leitfähigkeitsdotierung**
Dotanden an der Bandkante ionisieren leicht und erzeugen viele Ladungsträger, die Folge ist eine *erhöhte Leitfähigkeit*.

# Aufgabe 2) Dispersionsrelation für Elektronen im Halbleiter

Gegeben sei eine vereinfachte eindimensionale Dispersionsrelation

$W(k) = \frac{W_0}{2}[1 - \cos(ka)]$ für ein Elektron im Halbleiter.

Die Grenzen der ersten Brillouin-Zone sind $k = \pm\pi / a$

a) Berechnen und skizzieren Sie die Gruppengeschwindigkeit des zum Elektron gehörenden Wellenpakets und die effektive Masse $m^*$ als Funktion der Wellenzahl *k.*

- Gruppengeschwindigkeit $v_g(k) = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial W}{\partial k}$
- Effektive Masse $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 W}{\partial k^2}$

# Aufgabe 2) Dispersionsrelation für Elektronen im Halbleiter

b) Zur Zeit  wird ein elektrisches Feld *E* eingeschaltet. Berechnen Sie die zeitabhängige Wellenzahl $k(t)$ unter der Annahme, dass das Elektron vom Minimum der Bandkante bei  startet. Können Sie eine Aussage über den Ort des Elektrons treffen?

c) Betrachten Sie nun ein lokalisiertes Elektron. Dieses wird repräsentiert durch ein Wellenpaket, das zum Zeitpunkt  im Ortsraum bei $x_0$=0 zentriert ist, und dessen mittlerer k-Vektor sich im Impulsraum gemäß der in Teilaufgabe b) berechneten Beziehung entwickelt. Berechnen und skizzieren Sie den mittleren Aufenthaltsort des Elektrons  als Funktion der Zeit. Vernachlässigen Sie dabei ein „Zerfließen" des Wellenpaktes im Ortsraum infolge unterschiedlicher Anfangsimpulse.

# Aufgabe 2) Dispersionsrelation für Elektronen im Halbleiter

Die vorstehende Betrachtung gilt für ein ideales Kristallgitter, in dem die Wechselwirkung von Elektronen mit dem Gitter vollständig durch die effektive Masse beschrieben werden kann. Im Gegensatz dazu führen bei einem realen Kristall Gitterdefekte und Gitterschwingungen dazu, dass Elektronen durch Wechselwirkung mit dem Gitter Impuls abgeben. Dies lässt sich durch einen zusätzlichen Term in der Bewegungsgleichung für *k* beschreiben,

$$\frac{\mathrm{d}(\hbar k)}{\mathrm{d}t} = -eE - \frac{\hbar k}{\tau_{LB}}$$

wobei $\tau_{LB}$ die Intrabandimpulsrelaxationszeit des Leitungsbandes ist.

d) Berechnen Sie den stationären Kristallimpuls $\hbar k_{stat}$der sich für ein zeitlich konstantes elektrisches Feld einstellt. Berechnen Sie den zugehörigen Zahlenwert für Silizium mit $\tau_{LB} = 0{,}2$ ps und einem typischen elektrischen Feld von 5 kV/cm und vergleichen Sie diesen mit dem Kristallimpuls am Rand der Brillouin-Zone (die Gitterkonstante von Silizium sei $a = 0{,}543$ nm). Was bedeutet dies für die parabolische Näherung der Dispersionsrelation?